## ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 2. C | 3. C | 4. C | 5. C | 6. C | 7. C | 8. C | 9. C | 10. C |
| 11. C | 12. C | 13. C | 14. C | 15. C | 16. C | 17. C | 18. C | 19. C | 20. C |
| 21. C | 22. C | 23. C | 24. C | 25. C | 26. C | 27. C | 28. C | 29. C | 30. C |
| 31. C | 32. C | 33. C | 34. C | 35. C | 36. C | 37. C | 38. C | 39. C | 40. C |
| 41. C | 42. C | 43. C | 44. C | 45. C | 46. C | 47. C | 48. C | 49. C | 50. C |

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-1=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P)$?

A. $M(2;-1;1)$. B. $N(0;1;-2)$. C. $Q(1;-3;-4)$. D. $H(1;-2;0)$.

**Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình $(P)$ ta thấy điểm $Q(1;-3;-4)$ thuộc mặt phẳng $(P)$.

Chọn đáp án C □

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính $MN$.

A. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$.
B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.
D. $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

**Lời giải.**

Ta có đường kính mặt cầu là $2R=MN=2\sqrt{62}$ và tâm mặt cầu là trung điểm $I$ của $MN$ với $I(1;1;1)$ nên phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Chọn đáp án C □

**Câu 3.** Trong các khối đa diện đều, đa diện nào có các mặt là các hình ngũ giác đều?

A. Bát diện đều.
B. Hình lập phương.
C. Mười hai mặt đều.
D. Hai mươi mặt đều.

**Lời giải.**

Lý thuyết

Chọn đáp án C □

**Câu 4.** Tìm nguyên hàm $I=\int\left(x^2+\dfrac{2}{x}-2\sqrt{x}\right)\,\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{x^3}{3}-2\ln|x|+2\sqrt{x^3}+C$.
B. $I=\dfrac{x^3}{3}+2\ln|x|+2\sqrt{x^3}+C$.
C. $I=\dfrac{x^3}{3}+2\ln|x|-2\sqrt{x^3}+C$.
D. $I=\dfrac{x^3}{3}+2\ln x-2\sqrt{x^3}+C$.

**Lời giải.**

Ta có $I=\int\left(x^2+\dfrac{2}{x}-2\sqrt{x}\right)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+2\ln|x|-2\sqrt{x^3}+C$.

Chọn đáp án C □

**Câu 5.** Cho dãy số $(u_n)$ với $u_n = a \cdot 3^n$ ($a$ là hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$.

B. Với $a > 0$ thì dãy tăng.

C. $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$.

D. với $a < 0$ thì dãy giảm.

**Lời giải.**

Ta có $u_{n+1} - u_n = a \cdot 3^{n+1} - a \cdot 3^n = 2a \cdot 3^n$, do đó $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$ là sai.

Chọn đáp án C □

**Câu 6.** Tính giá trị của biểu thức $P = 4^4 \cdot 8^{11} \cdot 2^{2017}$.

A. $P = 2^{2047}$.

B. $P = 2^{2032}$.

C. $P = 2^{2058}$.

D. $P = 2^{2054}$.

**Lời giải.**

Ta có $P = 4^4 \cdot 8^{11} \cdot 2^{2017} = 2^{2058}$.

Chọn đáp án C □

**Câu 7.** Hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ đồng biến trên khoảng

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

**Lời giải.**

Ta có tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và $y' = \dfrac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathscr{D}$.

Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

**Câu 8.** Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

A. 24.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

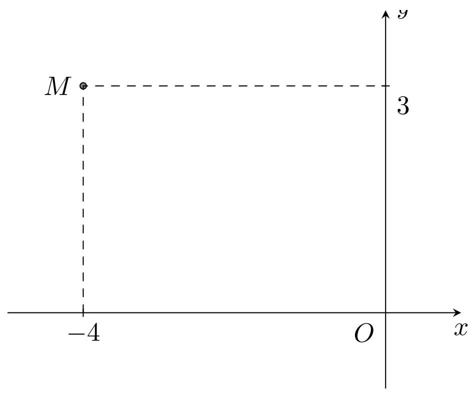
**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{A}_7^4 = 840$.

Chọn đáp án C □

**Câu 9.**

Cho điểm $M$ là điểm biểu diễn của số phức $z$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z$.




A. Phần thực $-4$ và phần ảo là $3i$.

B. Phần thực 3 và phần ảo là $-4$.

C. Phần thực $-4$ và phần ảo là 3.

D. Phần thực 4 và phần ảo là $-4i$.

**Lời giải.**

Phần thực $-4$ và phần ảo là 3.

Chọn đáp án C □

**Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông ở $B$, $SA \perp (ABC)$. Gọi $AH$ là đường cao của tam giác $SAB$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

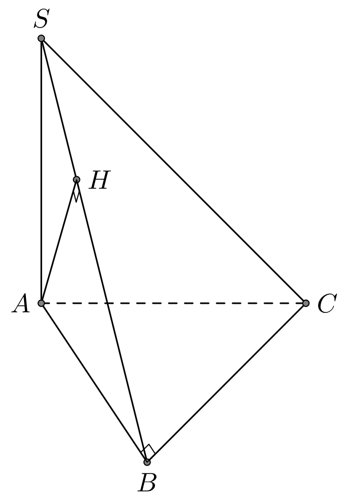
(A) $AH \perp SC$. (B) $AS \perp BC$. (C) $AH \perp AC$. (D) $AH \perp BC$.

**Lời giải.**

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

$AH \perp (SBC) \Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SC \end{cases}$.

Do đó, $AH \perp SC$ là sai.




Chọn đáp án (C) □

**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x + 3)^{-3}$

(A) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. (B) $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
(C) $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathscr{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

**Lời giải.**

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x + 3 > 0$. Do đó $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 12.** Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ với $n \in \mathbb{N}$ có tất cả 17 số hạng. Vậy $n$ bằng

(A) 11. (B) 12. (C) 10. (D) 17.

**Lời giải.**

Trong khai triển của $(a + 2)^{n+6}$ có tất cả $n + 7$ số hạng, nên $n = 10$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 13.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x - 2}$

(A) $F(x) = -\frac{3}{4}(x - 2)\sqrt[3]{x - 2} + C$. (B) $F(x) = \frac{2}{3}(x - 2)\sqrt[3]{x - 2} + C$.
(C) $F(x) = \frac{3}{4}(x - 2)\sqrt[3]{x - 2} + C$. (D) $F(x) = \frac{1}{3}(x - 2)^{-\frac{2}{3}} + C$.

**Lời giải.**

Đặt $t = \sqrt[3]{x - 2}$ ta được $\int \sqrt[3]{x - 2}\,\mathrm{d}x = \int 3t^2 \cdot t\,\mathrm{d}t = \frac{3}{4}t^4 + C = \frac{3}{4}(x - 2)\sqrt[3]{x - 2} + C$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

(A) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. (B) $\vec{b} \perp \vec{a}$. (C) $\vec{b} \perp \vec{c}$. (D) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

**Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = 1 + 1 + 0 = 2 \neq 0$ nên mệnh đề $\overrightarrow{b} \perp \overrightarrow{c}$ là sai.

Chọn đáp án C □

**Câu 15.** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển từ thời điểm $t = 0$ đến lúc vật dừng lại.

A 180 m. B 9 m. C 810 m. D 160 m.

**Lời giải.**

Thời điểm vật dừng lại thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9$.

Quãng đường vật di chuyển là $\int\limits_0^9 (180 - 20t)\,\mathrm{d}t = \left(180t - 10t^2\right)\Big|_0^9 = 810$.

Chọn đáp án C □

**Câu 16.** Với giá trị nào của $m$ thì hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A $m \leq -1$. B $-1 < m < 1$. C $-1 \leq m \leq 1$. D $m \geq 1$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx + 3$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 36m^2 - 36 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1.$$

Chọn đáp án C □

**Câu 17.** Cho hai số thực $a$, $b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A $\log(a + 3b) = \log a + \log b$.

B $\log(a + 1) + \log b = 1$.

C $\log\left(\dfrac{a + 3b}{4}\right) = \dfrac{\log a + \log b}{2}$.

D $2\log(a + 3b) = \log a + \log b$.

**Lời giải.**

Ta có $a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a + 3b}{4}\right)^2 = ab$.

Lấy logarit cơ số 10 hai vế ta được

$$\begin{aligned} &\log\left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = \log(ab) \\ \Leftrightarrow &2\log\left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \log a + \log b \\ \Leftrightarrow &\log\left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

**Câu 18.** Cho hình nón đỉnh $S$, đáy là hình tròn tâm $O$, bán kính $R = 3$, góc ở đỉnh cảu hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh $S$ tạo thành tam giác đều $SAB$, trong đó $A$, $B$ thuộc đường tròn đáy. Diện tích của tam giác $SAB$ bằng

(A) $6\sqrt{3}$. (B) 6. (C) $3\sqrt{3}$. (D) 3.

**Lời giải.**

Do góc ở đỉnh của hình nón $\varphi = 120°$, gọi $l$ là độ dài đường sinh ta có $l = \dfrac{2R}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = SA$.

Khi đó, diện tích của tam giác $SAB$ bằng $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}SA^2 = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int\limits_0^9 f(x)\,\mathrm{d}x = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

(A) $-6$. (B) 6. (C) 12. (D) $-12$.

**Lời giải.**

Ta có $\int\limits_0^9 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_0^9 = F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 20.** Cho hàm số $f(x)$ có tính chất $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in (0;3)$ và $f'(x) = 0$, $\forall x \in (1;2)$. Hỏi khẳng định nào sau đây là **đúng**?

(A) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

(B) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

(C) Hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường thẳng trên khoảng $(1;2)$.

(D) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập xác định.

**Lời giải.**

Ta có $f'(x) = 0$, $\forall x \in (1;2)$ suy ra $f(x) = C$, $\forall x \in (1;2)$.

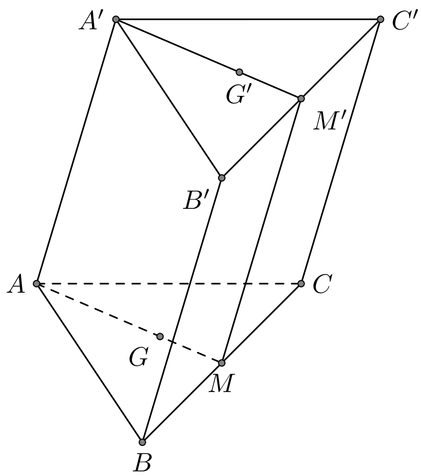
Chọn đáp án (C) □

**Câu 21.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi $M$, $M'$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $B'C'$; $G$, $G'$ lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC$ và $A'B'C'$. Bốn điểm nào sau đây là đồng phẳng?

(A) $A$, $G$, $G'$, $C'$. (B) $A$, $G$, $M'$, $B'$. (C) $A$, $G'$, $M'$, $G$. (D) $A'$, $G'$, $M$, $C$.

**Lời giải.**

$MM'$ là đường trung bình trong hình bình hành $BB'C'C$ nên $MM' = BB' = AA'$, $MM' \parallel BB' \parallel AA'$. Do đó $AA'M'M$ là hình bình hành, hay bốn điểm $A$, $G'$, $M'$, $G$ đồng phẳng.



Chọn đáp án (C) □

**Câu 22.** Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I$, $J$, $K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN$, $MP$, $MQ$. Tỉ số $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{1}{4}$. **C** $\dfrac{1}{8}$. (D) $\dfrac{1}{6}$.

**Lời giải.**

Ta có $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \dfrac{MI}{MN} \cdot \dfrac{MJ}{MP} \cdot \dfrac{MK}{MQ} = \dfrac{1}{8}$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 23.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z$ thỏa $\left|\dfrac{\overline{z}}{3} + 1 + 2i\right| = 5$ là

(A) Đường tròn tâm $I(-3;6)$ bán kính $R = 5$.

(B) Đường tròn tâm $I(-1;2)$ bán kính $R = 5$.

**C** Đường tròn tâm $I(-3;6)$ bán kính $R = 15$.

(D) Đường tròn tâm $I(3;-6)$ bán kính $R = 15$.

**Lời giải.**

Ta có $\left|\dfrac{\overline{z}}{3} + 1 + 2i\right| = 5 \Leftrightarrow |\overline{z} + 3 + 6i| = 15 \Leftrightarrow |z - (-3 + 6i)| = 15$.

Vậy $z$ nằm trên đường tròn tâm $I(-3;6)$ bán kính $R = 15$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2 - 8)x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

(A) $m = -9$. (B) $m = -2$. **C** $m = 1$. (D) $m = 3$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = -3x^2 + 4(2m-1)x - m^2 + 8$, $y'' = -6x + 4(2m-1)$.

Để $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số khi $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0. \end{cases}$

Mà $y'(-1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -9. \end{array}\right.$

Với $m = 1$ ta có $y''(-1) > 0$ (nhận).

Với $m = -9$ ta có $y''(-1) < 0$ (loại).

Chọn đáp án (C) □

**Câu 25.** Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;1)$. **C** $(-\infty;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$ và $y' = \dfrac{1}{(x^2-2x)\ln 2} > 0$, $\forall x \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Chọn đáp án C □

**Câu 26.** Một người có 8 bì thư và 6 tem thư, người đó cần gửi thư cho 3 người bạn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 bì thư và 3 tem thư sau đó dán mỗi tem lên mỗi bì để gửi?

A 1120. B 40320. C 6720. D 241920.

**Lời giải.**

Để thực hiện công việc người đó thực hiện liên tiếp ba bước sau

- Chọn 3 bì thư trong 8 bì thư có $C_8^3$ cách.
- Chọn 3 tem thư trong số 6 tem thư có $C_6^3$ cách.
- Dán 3 tem thư vào 3 bì thư có 3! cách.

Vậy số cách làm là $C_8^3 \cdot C_6^3 \cdot 3! = 6720$.

Chọn đáp án C □

**Câu 27.** Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+1} \leq 0$ là

A $-1 \leq x \leq 0$. B $-1 \leq x \leq 1$. C $-1 < x \leq 0$. D $x \leq 0$.

**Lời giải.**

Điều kiện $x > -1$.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+1} \leq 0\\
\Leftrightarrow &\log_2(x+1) - \log_2 \sqrt{x+1} \leq 0\\
\Leftrightarrow &\log_2 \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} \leq 0\\
\Leftrightarrow &\frac{x+1}{\sqrt{x+1}} \leq 1\\
\Leftrightarrow &\sqrt{x+1} \leq 1\\
\Leftrightarrow &x \leq 0.
\end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có $-1 < x \leq 0$.

Chọn đáp án C □

**Câu 28.** Cho số phức $z = 1 + i$, mô-đun số phức $z_0 = \dfrac{2z + z^2}{z\overline{z} + 2z}$ bằng

A $\sqrt{3}$. B $\sqrt{2}$. C 1. D $1 + \sqrt{2}$.

**Lời giải.**

Ta có $z_0 = \dfrac{2z + z^2}{z\overline{z} + 2z} = \dfrac{2(1+i) + (1+i)^2}{(1+i)(1-i) + 2(1+i)} = \dfrac{2+4i}{4+i} = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5}i$.

Vậy $|z_0| = 1$.

Chọn đáp án C □

**Câu 29.** Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$, $\int\limits_1^3 f(2x)\,\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓐ $I = 2$. Ⓑ $I = 4$. **C** $I = 6$. Ⓓ $I = 8$.

**Lời giải.**

• Xét $\int\limits_1^3 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 2x$ khi đó $\int\limits_1^3 f(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_2^6 f(t)\,\mathrm{d}t = 10 \Rightarrow \int\limits_2^6 f(t)\,\mathrm{d}t = 20$.

• Xét $\int\limits_1^3 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 3x$ khi đó $\int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int\limits_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\left[\int\limits_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t + \int\limits_2^6 f(t)\,\mathrm{d}t\right] = 6$.

Chọn đáp án C □

**Câu 30.** Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $[-2;5]$ và $\int\limits_{-2}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$, $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$. Tính $P = \int\limits_{-2}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓐ $P = 5$. Ⓑ $P = -11$. **C** $P = 11$. Ⓓ $P = -5$.

**Lời giải.**

Ta có $\int\limits_{-2}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Do đó, $P = \int\limits_{-2}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^5 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 11$.

Chọn đáp án C □

**Câu 31.** Tìm $m$ để hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2018$ có ba điểm cực trị

Ⓐ $m > 0$. Ⓑ $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C** $m \neq 0$. Ⓓ Không tồn tại $m$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 4mx^3 - 2m^3x$.

Khi đó, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 - m^2 = 0. \end{array}\right.$

Để hàm số có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, nên $m \neq 0$.

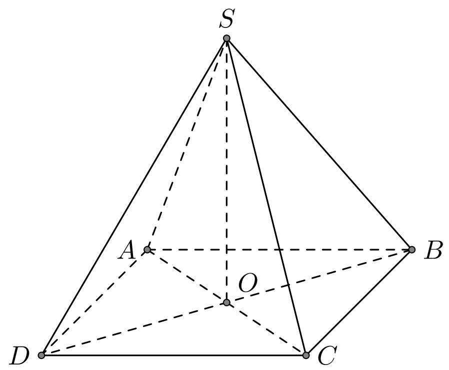
Chọn đáp án C □

**Câu 32.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $SB$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

**A** $30^\circ$. **B** $45^\circ$. **C** $60^\circ$. **D** $90^\circ$.

**Lời giải.**

Gọi $O$ là tâm hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.
Khi đó $(SB, (ABCD)) = \widehat{SBO}$, với $\cos \widehat{SBO} = \dfrac{BO}{SB} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$. Suy ra $(SB, (ABCD)) = 60^\circ$.




Chọn đáp án C □

**Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)$, $(Q)$ lần lượt có phương trình $(P)\colon x + y + 5z - 1 = 0$, $(Q)\colon 2x + 3y - z + 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng $(R)$ chứa giao tuyến của $(P)$, $(Q)$ và đi qua điểm $M(3; 2; 1)$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

**A** $B\left(-\dfrac{3}{31}; 0; 0\right)$. **B** $C\left(0; -\dfrac{13}{31}; 0\right)$. **C** $A\left(0; 0; \dfrac{31}{74}\right)$. **D** $D\left(1; 1; \dfrac{26}{37}\right)$.

**Lời giải.**

Ta có phương trình của chùm mặt phẳng chứa giao tuyến của $(P)$ và $(Q)$ là

$$m(x + y + 5z - 1) + n(2x + 3y - z + 2) = 0.$$

Mà mặt phẳng $(R)$ đi qua điểm $M$ nên $m(3 + 2 + 5 - 1) + n(6 + 6 - 1 + 2) = 0 \Leftrightarrow 9m + 13n = 0$, chọn $m = -13$, $n = 9$ ta được $(R)\colon 5x + 14y - 74z + 31 = 0$
Thay tọa độ các điểm đã cho vào mặt phẳng ta được $A\left(0; 0; \dfrac{31}{74}\right) \in (R)$

Chọn đáp án C □

**Câu 34.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - 4 = 0$. Biết rằng $(P)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn, hãy xác định tọa độ tâm $H$ của đường tròn đó.

**A** $H(1; 0; 1)$. **B** $H(-2; 0; -2)$. **C** $H(2; 0; 2)$. **D** $H(-1; 0; -1)$.

**Lời giải.**

Tâm $H$ của đường tròn giao tuyến là hình chiếu vuông góc của tâm $I(0; 1; 2)$ của mặt cầu lên mặt phẳng $(P)$. Do đó véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 0)$ của $(P)$ là chỉ phương của đường thẳng $IH$.

Suy ra phương trình $IH$ là $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2. \end{cases}$

Vì $H$ là giao điểm của đường thẳng $IH$ và mặt phẳng $(P)$ nên tọa độ $H$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow H(2;0;2)$.

Chọn đáp án C □

**Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$. B $M(2;2;-4)$. C $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$. D $M(-2;-2;4)$.

**Lời giải.**

Gọi $I$ là điểm thỏa $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ suy ra $I(0;0;0)$.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right| = \left|4\overrightarrow{MI}\right|$. Do đó, $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $MI$ ngắn nhất, hay $M$ là hình chiếu vuông góc của $I$ lên mặt phẳng $(P)$.

Đường thẳng $MI$ có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$. Khi đó $M$ là giao điểm của $MI$ và mặt phẳng $(P)$, nên tọa độ $M$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Chọn đáp án C □

**Câu 36.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng $d$ nằm trong $(P)$, cắt và vuông góc với $\Delta$ là

A $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

**Lời giải.**

Gọi $M$ là giao điểm của $\Delta$ và $(P)$, tọa độ của $M$ là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 4 = 0 \\ \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1} \end{cases} \Rightarrow M(-3;1;1).$$

Gọi $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của $d$, $\vec{n} = (1;2;-3)$ là véc-tơ pháp tuyến của $(P)$ và $\vec{u}_\Delta = (1;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của $\Delta$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ \vec{u} \perp \vec{u}_\Delta \end{cases}$ nên ta chọn $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{u}_\Delta] = (1; -2; -1)$.

Khi đó phương trình $d$ là $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

**Câu 37.** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích $S$ của tam giác tạo bởi ba đỉnh cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

**A** 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

**Lời giải.**

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$, và $y' = 4x^3 - 4x$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Khi đó, ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1; 1)$, $B(0; 2)$, $C(1; 1)$.

Nên diện tích của tam giác $ABC$ là $S = \dfrac{1}{2}\left|x_{\overrightarrow{AB}} \cdot y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}} \cdot x_{\overrightarrow{AC}}\right| = 1$.

Chọn đáp án C □

**Câu 38.** Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với $m$ là tham số, gọi $x_1$, $x_2$ là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$ bằng

**A** 1. **B** 4. **C** 9. **D** 0.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = x^2 - mx - 4$.

Khi đó, $y' = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ với $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -4. \end{cases}$

Và $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = (x_1x_2)^2 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 + 1 = -m^2 + 9$, suy ra $P \leq 9$.

Vậy $\max P = 9$ khi $m = 0$.

Chọn đáp án C □

**Câu 39.** Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$, thỏa mãn

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]\, \mathrm{d}x = 10$$

và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]\, \mathrm{d}x = 6.$$

Tính $I=\int\limits_1^3 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$.

(A) 6. (B) 7. **C** 9. (D) 8.

**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases}\int\limits_1^3 [f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x=10\\ \int\limits_1^3 [2f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x+3\int\limits_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x=10\\ 2\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x=6.\end{cases}$

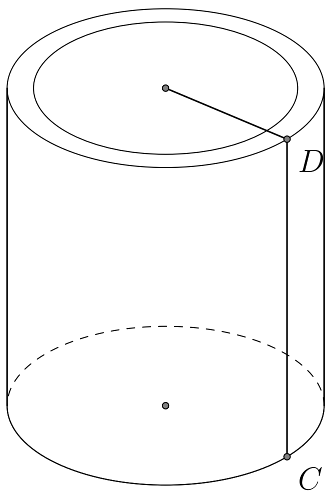
Giải hệ ta được $\begin{cases}\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=4\\ \int\limits_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x=2.\end{cases}$

Nên $I=\int\limits_1^3 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x=6$.

Chọn đáp án (C) □

**Câu 40.**

Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật là $480\pi$ cm$^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm$^3$ thủy tinh?




(A) $80{,}16\pi$. (B) $85{,}66\pi$. **C** $75{,}66\pi$. (D) $70{,}16\pi$.

**Lời giải.**

Gọi bán kính và đường cao của hình trụ bên trong lần lượt là $r$, $h$. Do $V=480\pi$ nên $h=\dfrac{480}{r^2}$.

Thể tích của khối trụ lớn là $V=\pi(r+0{,}2)^2\cdot(h+1{,}5)=\pi(r+0{,}2)^2\cdot\left(\dfrac{480}{r^2}+1{,}5\right)$.

Khi đó thể tích phần thủy tinh là $f(r)=\pi(r+0{,}2)^2\cdot\left(\dfrac{480}{r^2}+1{,}5\right)-480\pi$.

Ta có $f'(r)=2\pi(r+0{,}2)\left(\dfrac{480}{r^2}+1{,}5\right)+\pi(r+0{,}2)^2\cdot\left(-\dfrac{960}{r^3}\right)$.

Do đó $f'(r)=0\Leftrightarrow r=4$. Khi đó,

| $r$ | $-\infty$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(r)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(r)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\dfrac{27783\pi}{50} - 480\pi$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy thể tích thủy tinh cần tìm ít nhất là $75{,}66\pi$.

Chọn đáp án C □

**Câu 41.** Cho hàm số $f(x) = mx^4 - (m+1)x^2 + (m+1)$. Tập hợp các giá trị của $m$ để tất cả các điểm cực trị của hàm số nằm trên các trục tọa độ là

A. $\left[-1; \dfrac{1}{3}\right]$. B. $\left[0; \dfrac{1}{3}\right] \cup \{-1\}$. C. $[-1; 0] \cup \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. D. $\left\{0; -1; \dfrac{1}{3}\right\}$.

**Lời giải.**

• Trường hợp $m = 0$.

Hàm số trở thành $f(x) = -x^2 + 1$ có đồ thị là Parabol, đỉnh $I(0; -1)$ nằm trên trục tung.

• Trường hợp $m \neq 0$.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 - 2(m+1)x$. Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m+1}{2m}. \end{array}\right.$

- Nếu $-1 \leq m < 0$ thì $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 0$, suy ra điểm cực trị của đồ thị hàm số là $I(0; m+1)$ thuộc trục tung.

- Nếu $m < -1$ hoặc $m > 0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; m+1)$, $B\left(\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}}; \dfrac{3m^2+2m-1}{4m}\right)$ và $C\left(-\sqrt{\dfrac{m+1}{2m}}; \dfrac{3m^2+2m-1}{4m}\right)$.
  Do đó, để các điểm cực trị cùng thuộc các trục tọa độ khi và chỉ khi
  $$3m^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = \dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$$
  Kết hợp điều kiện chọn $m = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án C □

**Câu 42.** Biết $\displaystyle\int_3^5 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2 - x} = a\ln 4 + b\ln 2 + c\ln 5$, với $a$, $b$, $c$ là ba số nguyên khác 0. Tính $P = a^2 + 2ab + 3b^2 - 2c$.

A. 4. B. 5. C. 8. D. 7.

**Lời giải.**

Ta có $\int\limits_3^5 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-x} = \int\limits_3^5 \frac{\mathrm{d}x}{x-1} - \int\limits_3^5 \frac{\mathrm{d}x}{x} = (\ln|x-1| - \ln|x|)\Big|_2^5 = \ln 4 - \ln 5 + \ln 2.$
Vậy $P = a^2 + 2ab + 3b^2 - 2c = 8$.

Chọn đáp án C □

**Câu 43.** Với giá trị nào của $m$ thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32?

A 2. B 3. C 5. D 4.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m-1. \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi $y' = 0$ có ba nghiệm, hay $m > 1$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m^4 - 3m^2 + 2017)$, $B(-\sqrt{m-1}; -m^4 - 4m^2 + 2m + 2016)$ và $C(\sqrt{m-1}; -m^4 - 4m^2 + 2m + 2016)$.

Suy ra $AB = AC = \sqrt{(m-1) + (m-1)^4}$, $BC = 2\sqrt{m-1}$ và đường cao $AH = (m-1)^2$.

Để tam giác $ABC$ có diện tích 32 thì

$$\frac{1}{2}AH \cdot BC = (m-1)^2\sqrt{m-1} = 32 \Leftrightarrow (m-1)^5 = 1024 \Leftrightarrow m = 5$$

.

Chọn đáp án C □

**Câu 44.** Trong mặt phẳng $Oxy$, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0; 10)$, $N(100; 10)$ và $P(100; 0)$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x; y) \in S$. Xác suất để $x + y \le 90$ bằng

A $\frac{845}{1111}$. B $\frac{473}{500}$. C $\frac{86}{101}$. D $\frac{169}{200}$.

**Lời giải.**

Điểm $A(x; y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$ suy ra $0 \le x \le 100$, $0 \le y \le 10$.

Có 101 cách chọn $x$, 11 cách chọn $y$. Do đó, số cách chọn điểm $A$ là $101 \cdot 11$.

Để điểm $A(x; y)$ thỏa điều kiện $x + y \le 90$ ta chỉ rõ từng trường hợp cụ thể

- Với $y = 0$ thì chọn $x \in \{0; 1; 2; \ldots; 90\}$.
- Với $y = 1$ thì chọn $x \in \{0; 1; 2; \ldots; 89\}$.
- ...
- Với $y = 10$ thì chọn $x \in \{0; 1; 2; \ldots; 80\}$.

Do đó, số cách chọn điểm $A(x; y)$ thỏa điều kiện $x + y \leq 90$ là $81 + 82 + \cdots + 91 = 946$.
Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{946}{101 \cdot 11} = \dfrac{86}{101}$.
Chọn đáp án C □

**Câu 45.** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$. Tổng lập phương các giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính $R = 1$ bằng

A. $2 + \sqrt{5}$. B. $\dfrac{5 - \sqrt{5}}{2}$. C. $-1 + \sqrt{5}$. D. $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 4x^3 - 4mx$.

Khi đó, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m. \end{array}\right.$

Để hàm số có ba cực trị khi $y' = 0$ có ba nghiệm, hay $m > 0$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 1)$, $B(\sqrt{m}; 1 - m^2)$ và $C(-\sqrt{m}; 1 - m^2)$.

Vì tam giác $ABC$ cân tại $A$ và $Oy$ là trung trực của $BC$ nên tâm đường tròn ngoại tiếp $I$ nằm trên $Oy$ do đó $I(0; a)$ (với $a < 1$).

Theo giả thiết ta có $IA = 1 \Leftrightarrow |1 - a| = 1 \Leftrightarrow a = 0$.

Hay $I \equiv O(0; 0)$, suy ra $OB = 1 \Leftrightarrow m + (1 - m^2)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \\ m = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta chọn $m = 1$ và $m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. Khi đó $1^3 + \left(\dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)^3 = -1 + \sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

**Câu 46.** Gọi $S$ là tập hợp tất cả giá trị của $m$ sao cho $10m \in \mathbb{Z}$ và phương trình $2\log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của $S$.

A. 13. B. 14. C. 15. D. 16.

**Lời giải.**

Phương trình tương đương với

$$
\begin{aligned}
&\log_{\sqrt{mx-5}}\left(2x^2-5x+4\right)=\log_{\sqrt{mx-5}}\left(x^2+2x-6\right)\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}0<mx-5\neq 1\\ 2x^2-5x+4>0\\ 2x^2-5x+4=x^2+2x-6\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}0<mx-5\neq 1\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=5.\end{array}\right.\end{cases}
\end{aligned}
$$

Để phương trình có nghiệm duy nhất, có hai trường hợp sau

- Với $x=2$ là nghiệm và điều kiện $10m=k\in\mathbb{Z}$, ta có $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}5m-5\le 0\\ 5m-5=1\end{array}\right.\\ 0<2m-5\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}2k-50\le 0\\ 2k-50=10\end{array}\right.\\ 0<5k-50\neq 10.\end{cases}$

  Chọn $k\in\{11;13;14;\ldots;25;30\}$.

- Với $x=5$ là nghiệm và điều kiện $10m=k\in\mathbb{Z}$, ta có $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}2m-5\le 0\\ 2m-5=1\end{array}\right.\\ 0<5m-5\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}5k-50\le 0\\ 5k-50=10\end{array}\right.\\ 0<2k-50\neq 10.\end{cases}$

  Không có $k$.

Vậy có 15 giá trị $m$.

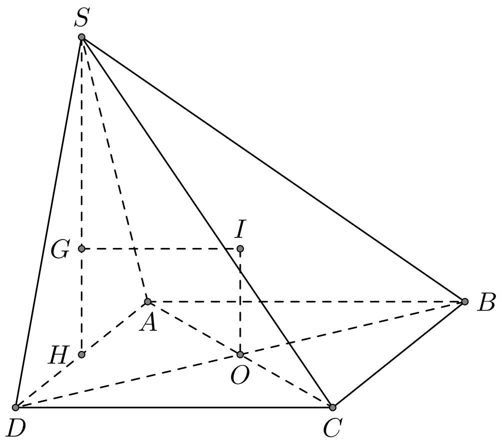
Chọn đáp án C □

**Câu 47.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng diện tích mặt cầu ngoại tiếp của khối chóp $S.ABCD$ là $4\pi$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $SD$ và $AC$ gần với giá trị nào sau đây nhất?

A $\frac{2}{7}$. B $\frac{3}{7}$. C $\frac{6}{7}$. D $\frac{4}{7}$.

**Lời giải.**

Gọi $x > 0$ là cạnh hình vuông và $H$ là trung điểm $AD$, vì $SAD$ đều nên $SH \perp AD$.
Mặt khác, $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$. Khi đó $SH = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.
Gọi $O$, $G$ lần lượt là tâm đường tròn $ABCD$, $SAD$.
$d_1$, $d_2$ lần lượt là hai trục của hai đường tròn $ABCD$, $SAD$ (với $d_1$ qua $O$ song song $SH$, $d_2$ qua $G$ song song $OH$). Gọi $I$ là giao điểm của $d_1$ và $d_2$ khi đó, $I$ là tâm mặt cầu ngoại $S.ABCD$.



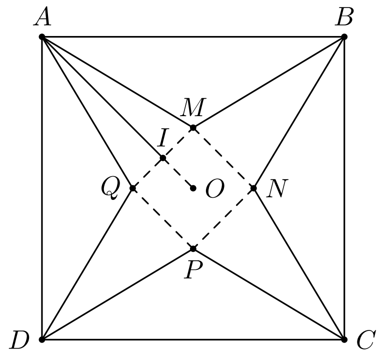

Ta có $R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2}$, mà $S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 1$ hay $x = \dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.
Dựng hình bình hành $ADEF$, kẻ $HK \perp ED$ và $HP \perp SK$ suy ra $HP \perp (SED)$.
Ta có $AC \parallel (SED)$ nên $\mathrm{d}(AC, SD) = \mathrm{d}(AC, (SDE)) = \mathrm{d}(A, (SDE)) = 2\mathrm{d}(H, (SDE)) = 2HP$.
Mà $\dfrac{1}{HP^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{KH^2} \Rightarrow HP = \dfrac{3}{7}$. Vậy $\mathrm{d}(AC, SD) = \dfrac{6}{7}$.
Chọn đáp án C □

**Câu 48.** Người ta cắt một tờ giấy hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho 4 đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích của nó lớn nhất.

**A** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B** 1. **C** $\dfrac{2}{5}$. **D** $\dfrac{4}{5}$.

**Lời giải.**

Gọi độ dài đáy của hình chóp là $x$, với $0 < x < 1$.
Khi đó, đường cao của hình chóp là




$$AO = \sqrt{AI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{1 - x}.$$

Thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1 - x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4 - x^5}.$$

Xét hàm số $y = x^4 - x^5$ với $x \in (0; 1)$.
Ta có $y' = 4x^3 - 5x^4 = x^3(4 - 5x)$, khi đó

| $x$ | $0$ | | $\frac{4}{5}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | $\nearrow$ | $c$ | $\searrow$ | $0$ |

Vậy để thể tích khối chóp lớn nhất thì $x = \dfrac{4}{5}$.

Chọn đáp án C □

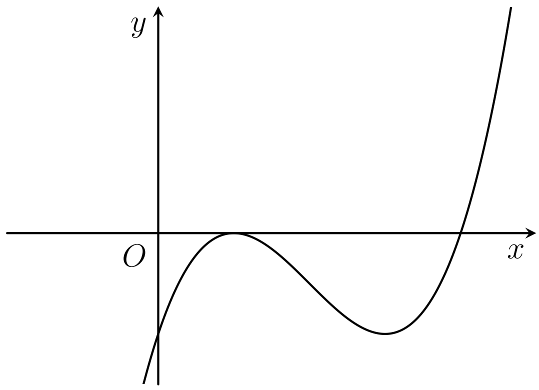
**Câu 49.** Biết rằng phương trình $2x^3 + bx^2 = -cx + 1$ có đúng hai nghiệm thực dương phân biệt. Hỏi đồ thị hàm số $y = |2|x|^3 + bx^2 + c|x| - 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

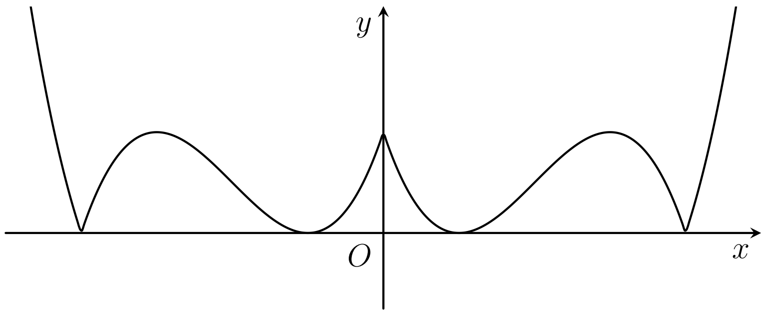
A 3. B 5. C 7. D 6.

**Lời giải.**

Vì phương trình $2x^3 + bx^2 = -cx + 1$ có đúng hai nghiệm thực dương phân biệt nên đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 1$ có hai cực trị và điểm cực đại nằm trên trục hoành.

Khi đó ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(|x|)| = |(2|x|^3 + bx^2 + c|x| - 1)|$ như sau




Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 7 điểm cực trị.

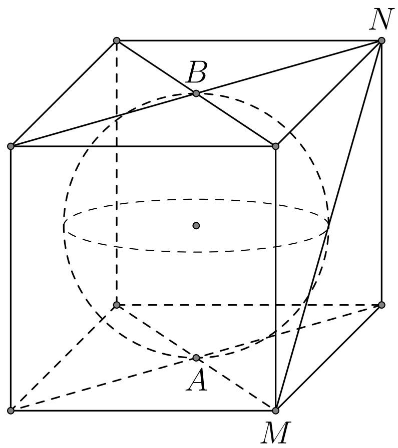
Chọn đáp án C □

**Câu 50.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(2; -3; 2)$. Gọi $(S)$ là mặt cầu đường kính $AB$. $Ax$, $By$ là hai tiếp tuyến với $(S)$ và $Ax \perp By$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là các điểm di động trên $Ax$, $By$ sao cho đường thẳng $MN$ luôn tiếp xúc với $(S)$. Tính $AM \cdot BN$.

A $AM \cdot BN = 24$. B $AM \cdot BN = 38$. C $AM \cdot BN = 19$. D $AM \cdot BN = 48$.

**Lời giải.**

Dựng hình lập phương nhận $A$, $B$ là tâm của hai mặt đối diện.
Chọn $Ax$, $By$ và $M$, $N$ như hình vẽ.
Ta có $AM = BN = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{AB}{\sqrt{2}}$.
Suy ra $AM \cdot BN = \dfrac{AB^2}{2} = 19$.




Chọn đáp án C □

**ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 2. C | 3. C | 4. C | 5. C | 6. C | 7. C | 8. C | 9. C | 10. C |
| 11. C | 12. C | 13. C | 14. C | 15. C | 16. C | 17. C | 18. C | 19. C | 20. C |
| 21. C | 22. C | 23. C | 24. C | 25. C | 26. C | 27. C | 28. C | 29. C | 30. C |
| 31. C | 32. C | 33. C | 34. C | 35. C | 36. C | 37. C | 38. C | 39. C | 40. C |
| 41. C | 42. C | 43. C | 44. C | 45. C | 46. C | 47. C | 48. C | 49. C | 50. C |