GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG
ĐỀ SỐ 002

(*Đề thi có 20 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2019
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi HKI môn Toán Trường THPT Đoàn Thượng - Hải Dương, năm 2018 - 2019)

Mã đề thi 002

Họ và tên thí sinh:..............................

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** D	**11** B	**16** B	**21** A	**26** C	**31** D	**36** A	**41** A	**46** D
2 B	**7** D	**12** B	**17** C	**22** D	**27** C	**32** D	**37** B	**42** C	**47** A
3 C	**8** C	**13** A	**18** C	**23** A	**28** A	**33** D	**38** B	**43** D	**48** B
4 A	**9** C	**14** B	**19** B	**24** C	**29** A	**34** A	**39** B	**44** A	**49** B
5 D	**10** D	**15** D	**20** B	**25** C	**30** C	**35** C	**40** A	**45** B	**50** C

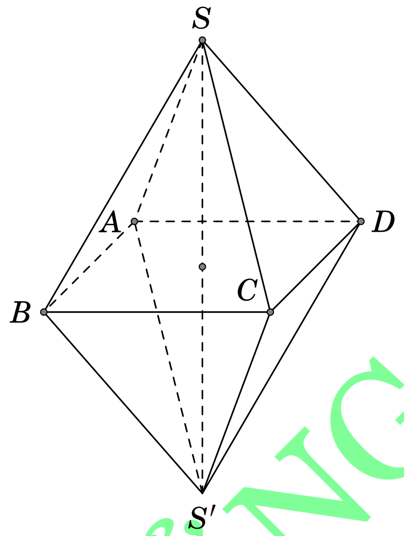
LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A 4. **B** 6. **C** 8. **D** 9.

Lời giải.

Gọi bát diện đều là $SABCDS'$ có S và S' đối xứng qua tâm của hình vuông $ABCD$.



1. Từ S kẻ được 4 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng chứa hai đường thẳng SA, SC; mặt phẳng chứa SB, SD; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AD, BC; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AB, CD

2. Tương tự, từ B kẻ được 4 mặt phẳng trùng với 4 mặt phẳng từ D, nhưng có một mặt phẳng trùng với một mặt phẳng chứa S và S' là $(SBS'D)$. Như vậy từ B có thêm 3 mặt phẳng đối xứng

3. Từ C ta cũng có 4 mặt, nhưng có 2 mặt trùng với 2 trong 7 mặt phẳng nói trên là $(SCS'A)$ và $(ABCD)$. Vậy từ C có thêm 2 mặt phẳng đối xứng.

Vậy số mặt phẳng đối xứng của bát diện là $4+3+2=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$?

A $y=3$. **B** $y=-2$. **C** $x=1$. **D** $x=-2$.

Lời giải.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A $-\dfrac{43}{27}$. **B** $-\dfrac{5}{27}$. **C** -2. **D** $-\dfrac{50}{27}$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$, ta có:

$f'(x)=-3x^2+4x, f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{4}{3}. \end{array}\right.$

$f(0)=-1, f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{5}{27}, f(-1)=2, f(2)=-1.$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y=2$, $\min\limits_{[-1;2]} y=-1$.

Kết quả: $2\cdot(-1)=-2$.

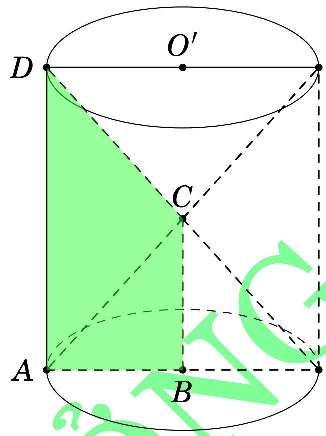
Chọn đáp án C □

Câu 4. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AD=2AB=2BC=2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. **B** $V = \dfrac{7\pi a^3}{3}$. **C** $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D** $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi O' là điểm đối xứng với B qua C, suy ra $ABO'D$ là hình chữ nhật. Khi đó thể tích V là phần hiệu của thể tích khối trụ (T) khi xoay hình chữ nhật $ABO'D$ quanh BC với thể tích khối nón (N) khi xoay tam giác $CO'D$ quanh BC.



$V_{(T)} = \pi \cdot AB^2 \cdot AD = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

$V_{(N)} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot AB^2 \cdot CO' = \dfrac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a = \dfrac{\pi}{3}a^3$.

Vậy $V = V_{(T)} - V_{(N)} = \dfrac{5\pi}{3}a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Khối đa diện đều nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A Bát diện đều. **B** Tứ diện đều.

C Nhị thập diện đều. **D** Thập nhị diện đều.

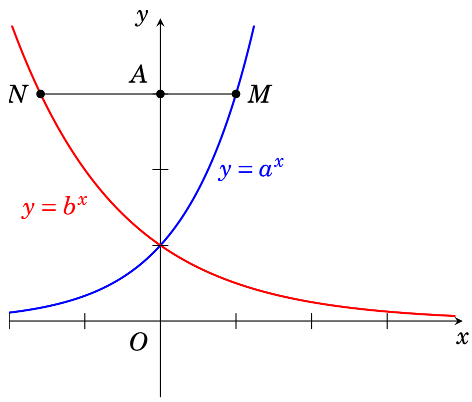
Lời giải.

Khối thập nhị diện đều có các mặt là ngũ giác đều.

Chọn đáp án D □

Câu 6.

Cho các số thực a, b khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Oy mà cắt các đường $y = a^x, y = b^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A $b = 2a$. **B** $a^2 = b$. **C** $ab = \dfrac{1}{2}$. **D** $ab^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi $M(x_1, y_0), N(x_2, y_0)$ suy ra $A(0, y_0)$.

Ta có $\begin{cases} y_0 = a^{x_1} \\ y_0 = b^{x_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \log_a y_0 \\ x_2 = \log_b y_0 \end{cases}$.

Mà $AN = 2AM$ $\forall M$ nên $-x_2 = 2x_1$ suy ra $-\log_b y_0 = 2\log_a y_0, \forall y_0 > 0 \Leftrightarrow b^{-2} = a \Leftrightarrow ab^2 = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+2) - f(x)$ bằng

A 24. **B** 25. **C** $25f(x)$. **D** $24f(x)$.

Lời giải.

$f(x+2)-f(x)=5^{x+2}-5^x=24\cdot 5^x=24f(x)$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A $y=2^x$. B $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}$. C $y=\log_2 x$. D $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y=\log_2 x$ luôn nhận trục tung làm tiệm cận đứng

Chọn đáp án C □

Câu 9. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t)=-t^4+8t^2+500$ (m/s). Trong khoảng thời gian $t=0$ (s) đến $t=5$ (s) chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào?

A $t=1$. B $t=4$. C $t=2$. D $t=0$.

Lời giải.

Xét hàm số $v(t)=-t^4+8t^2+500$ trên $[0;5]$, ta có:

$$v'(t)=-4t^3+16t, v'(t)=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{ll} t=0 & (\text{loại}) \\ t=2 & (\text{nhận}). \\ t=-2 & (\text{loại})\end{array}\right.$$

$v(0)=500, v(5)=75, v(2)=516$.

Vậy vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t=2$ s.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho biểu thức $P=\left\{a^{\frac{1}{3}}\left[a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}\left(a^2b^2\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^6$ với a,b là các số dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $P=\dfrac{b^3\sqrt{a}}{a}$. B $P=\dfrac{\sqrt{a}}{b^3}$. C $P=b^3\sqrt{3}$. D $P=\dfrac{\sqrt{a}}{ab^3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}P &= \left\{a^{\frac{1}{3}}\left[a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}\left(a^2b^2\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^6\\
&= \left\{a^{\frac{1}{3}}\left[a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{4}{3}}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^6\\
&= \left\{a^{\frac{1}{3}}\left[a^{\frac{5}{6}}b\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^6\\
&= \left\{a^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{5}{12}}b^{-\frac{1}{2}}\right\}^6\\
&= \left\{a^{-\frac{1}{12}}b^{-\frac{1}{2}}\right\}^6\\
&= a^{-\frac{1}{2}}b^{-3}\\
&= \frac{1}{\sqrt{a}b^3}=\frac{\sqrt{a}}{ab^3}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai đường thẳng $d\colon y = mx - 3$ và $\Delta\colon y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

(A) $m = \sqrt{3}$. **B** $m = \pm\sqrt{3}$. **(C)** $m = 3$. **(D)** $m = -\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta\colon y + x = m \Leftrightarrow y = -x + m$.

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} mx - 3 = -x + m & (1) \\ y = -x + m & (2) \end{cases}.$$

Do giao điểm nằm trên trục hoành nên $-x + m = 0 \Leftrightarrow x = m$ thay vào (1) ta được

$$m \cdot m - 3 = -m + m \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

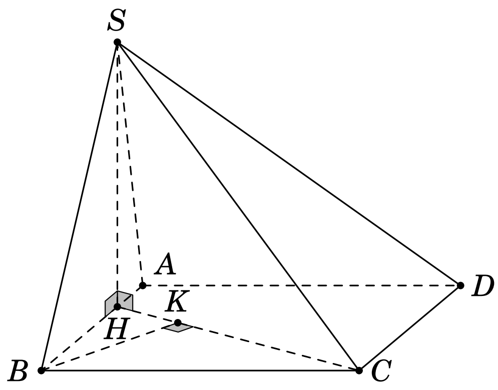
Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$. Gọi H là điểm thuộc đường thẳng AB sao cho $3\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SHC) đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC).

(A) $\dfrac{5a}{6}$. **B** $\dfrac{12a}{5}$. **(C)** $\dfrac{6a}{5}$. **(D)** $\dfrac{5a}{12}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SHC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SHC) = SH \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$



Kẻ $BK \perp HC$ tại K.

Mặt khác $BK \perp SH$ (do $SH \perp (ABCD)$).

Suy ra $BK \perp (SHC) \Rightarrow \mathrm{d}(B,(SHC)) = BK$.

Do $3\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$ nên $HB = 3HA \Rightarrow HB = 3a$.

Ta có

$$BK = \frac{BH \cdot BC}{\sqrt{BH^2 + BC^2}} = \frac{3a \cdot 4a}{\sqrt{9a^2 + 16a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Cho $x^2; \dfrac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3}xy + y^2$. Tính $S = M + m$.

A 1. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Do $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên $x^2 + y^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 \quad (1)$.
Đặt $x = \sin t; y = \cos t, t \in \mathbb{R}$, ta suy ra

$$P = \sqrt{3}\sin t \cdot \cos t + \cos^2 t = \frac{\sqrt{3} \cdot \sin 2t + \cos 2t + 1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \quad \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = P - \frac{1}{2}.$$

Suy ra $-1 \le P - \frac{1}{2} \le 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \le P \le \frac{3}{2}$.
Ta có $M = \frac{3}{2}$ khi $\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ và $m = -\frac{1}{2}$ khi $\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = -1$.
Vậy $S = M + m = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván. Tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A $\frac{4}{5}$. **B** $\frac{7}{8}$. **C** $\frac{1}{2}$. **D** $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Xác suất để người chơi thứ nhất thắng một ván là $\frac{1}{2}$. Người chơi thứ nhất giành chiến thắng khi xảy ra các trường hợp sau:
TH1: Chơi thêm 1 ván nữa là kết thúc thì xác suất là $P_1 = \frac{1}{2}$.
TH2: Chơi thêm 2 ván nữa là kết thúc thì xác suất là $P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
TH3: Chơi thêm 3 ván nữa là kết thúc thì xác suất là $P_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.
Theo quy tắc cộng xác suất ta được xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng là $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho hàm số $y = x^{\pi}$. Tính $y''(1)$.

A $y''(1) = 0$. **B** $y''(1) = \ln^2 \pi$. **C** $y''(1) = \pi \ln \pi$. **D** $y''(1) = \pi(\pi - 1)$.

Lời giải.

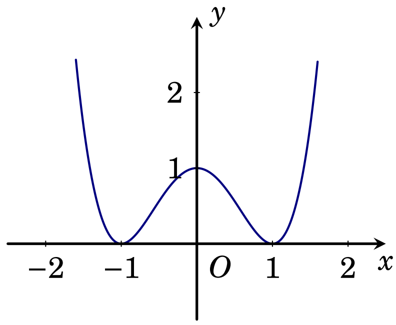
Ta có $y' = \pi \cdot x^{\pi - 1}$ nên $y'' = \pi(\pi - 1) \cdot x^{\pi - 2}$.

Do đó $y''(1) = \pi(\pi - 1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 16.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



(A) $(-\infty;-1)$. **B** $(1;+\infty)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

(A) $m\in\mathbb{R}$. (B) $m\in(2;+\infty)$. **C** $m\in(-2;2)$. (D) $m\in(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình
$x^3-3x+m=0 \Leftrightarrow x^3-3x=-m \quad (1)$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.
Xét hàm số $f(x)=x^3-3x$ khi đó $f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm1$.
ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2<-m<2 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Phương trình $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$ có họ nghiệm là (với $k\in\mathbb{Z}$)

(A) $x=\dfrac{4\pi}{3}+k\pi$. (B) $x=\dfrac{5\pi}{3}+k\pi$. **C** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. (D) $x=\dfrac{2\pi}{3}+k\pi$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& 2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3\\
\Leftrightarrow\ & 1-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=3\\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\\
\Leftrightarrow\ & \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=1\\
\Leftrightarrow\ & \sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=1\\
\Leftrightarrow\ & 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

A 1. **B** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C** $\frac{5}{2}$. **D** $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là

$$\mathrm{d}(M,\Delta)=\frac{|3\cdot 1+(-1)+4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Phương trình $\log_3(x^2-6)=\log_3(x-2)+1$ có bao nhiêu nghiệm?

A 3. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2-6>0\\ x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\sqrt{6}.$

Với điều kiện trên phương trình tương đương

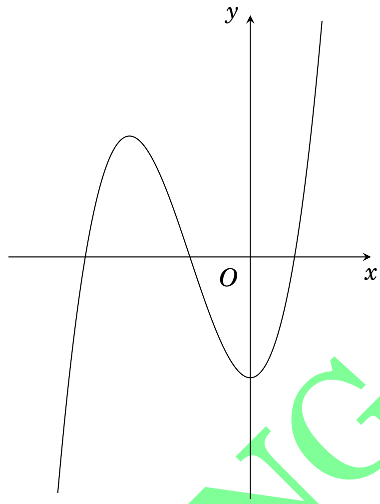
$$\begin{aligned}
& \log_3(x^2-6)=\log_3(x-2)+\log_3 3\\
\Leftrightarrow\ & \log_3(x^2-6)=\log_3[3(x-2)]\\
\Leftrightarrow\ & x^2-6=3x-6\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (loại)}\\ x=3 \text{ (nhận)}.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 21.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $a > 0,\ b > 0,\ c = 0,\ d < 0$.
B $a > 0,\ b = 0,\ c < 0,\ d < 0$.
C $a > 0,\ b = 0,\ c > 0,\ d < 0$.
D $a > 0,\ b < 0,\ c = 0,\ d < 0$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c \quad (1)$.

Đồ thị có một điểm cực trị nằm trên Oy nên $x = 0$ là nghiệm của phương trình (1) do đó $c = 0$.

Mặt khác ta lại có $y'' = 6ax + 2b$ suy ra $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{3a}$. Do đó hoành độ điểm uốn là $x = -\dfrac{b}{3a}$.

Dựa vào đồ thị hoành độ điểm uốn âm nên $-\dfrac{b}{3a} < 0$ suy ra a, b cùng dấu suy ra $b > 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\,(\mathrm{m}^3)$, 10 năm tiếp theo, mỗi năm thể tích CO_2 tăng $a\%$, 10 tiếp theo nữa, mỗi năm thể tích khí CO_2 tăng $n\%$. Thể tích khí CO_2 năm 2016 là

A $V_{2016} = V + V(1 + a + n)^{18}\,(\mathrm{m}^3)$.
B $V_{2016} = V(1 + a + n)^{18}\,(\mathrm{m}^3)$.
C $V_{2016} = V\dfrac{((100 + a)(100 + n))^{10}}{10^{20}}\,(\mathrm{m}^3)$.
D $V_{2016} = V\dfrac{(100 + a)^{10}(100 + n)^8}{10^{36}}\,(\mathrm{m}^3)$.

Lời giải.

Từ năm 1998 đến năm 2008 thể tích khí CO_2 mỗi năm tăng thêm $a\%$ nên thể tích khí CO_2 năm 2008 là

$$V_{2008} = V(1 + a\%)^{10}.$$

Trong 10 năm tiếp theo thể tích khí CO_2 mỗi năm tăng thêm $n\%$ do đó thể tích khí CO_2 năm 2016 là

$$V_{2016} = V_{2008}(1 + n\%)^8 = V(1 + a\%)^{10} \cdot (1 + n\%)^8 = V\frac{(100 + a)^{10}(100 + n)^8}{10^{36}}\,(\mathrm{m}^3).$$

Chọn đáp án D □

Câu 23. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \dfrac{1}{x^2}\right)^6$ với $x \neq 0$.

A 240.
B 15.
C -240.
D -15.

Lời giải.

Mỗi số hạng trong khai triển có dạng $C_6^k(2x)^{6-k}\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k 2^{6-k}(-1)^k x^{6-3k}$.

Để có số hạng không chứa x thì $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_6^2 2^4 = 240$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Cho hàm số $y=-2x^3+6x^2-5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M thuộc C và có hoành độ bằng 3 là

A $y=18x+49$. B $y=18x-49$. C $y=-18x+49$. D $y=-18x-49$.

Lời giải.

Ta có $M(3;-5)$ và $y'=-6x^2+12x$ suy ra $y'(3)=-18$.

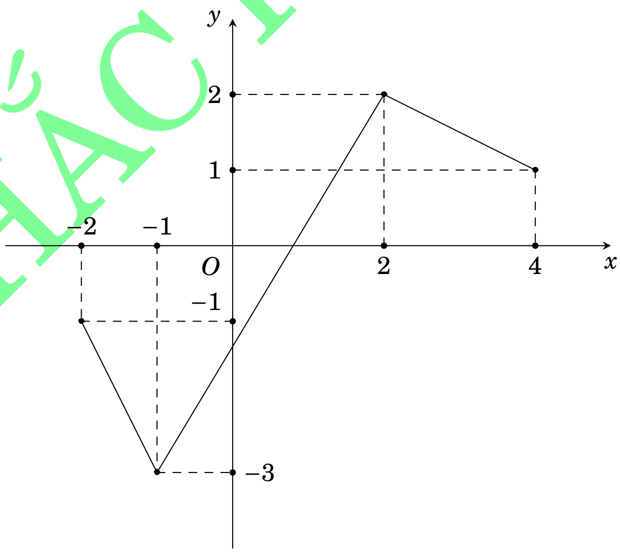
Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm M là $y=-18(x-3)-5 \Leftrightarrow y=-18x+49$.

Chọn đáp án C □

Câu 25.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|$.

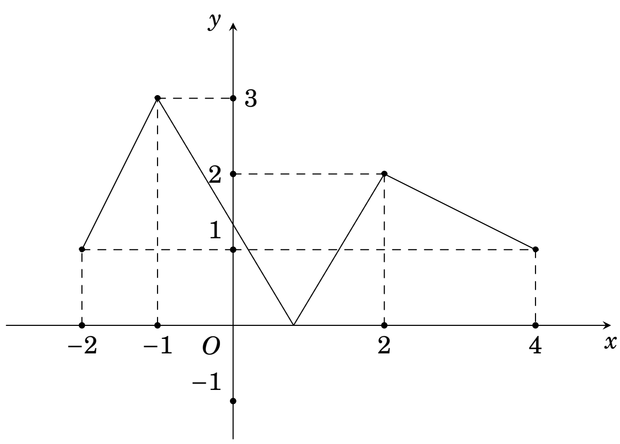
A 2. B $|f(0)|$. C 3. D 1.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta có đồ thị của hàm số $|f(x)|$ như hình bên.

Ta thấy $\max\limits_{[-2,4]}|f(x)|=3$ khi $x=-1$.



Chọn đáp án C □

Câu 26.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu đạo hàm, ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f(x)'$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$\searrow$		$f(-3)$	$\nearrow$			$f(2)$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

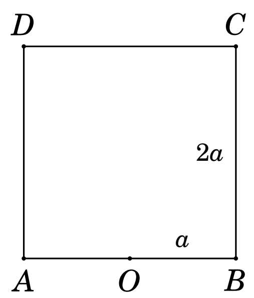
Câu 27. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh của hình vuông đó bằng.

A $3\pi a^2$. **B** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C** $4\pi a^2$. **D** πa^2.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông và bán kính đường tròn đáy bằng a nên $r = a$, $l = CB = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi a \cdot 2a = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ cạnh bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp đều đó là

A $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

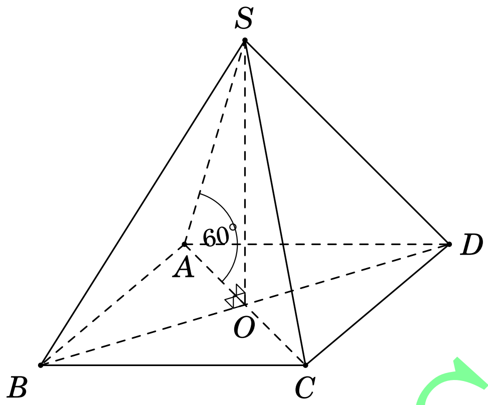
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có góc $\widehat{SAO} = 60^\circ$ ta suy ra $\tan 60^\circ = \dfrac{SO}{AO}$

$\Rightarrow SO = \sqrt{3}AO = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{6}a}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón là

A $S_{tp} = 24\pi$. **B** $S_{tp} = 15\pi$. **C** $S_{tp} = 20\pi$. **D** $S_{tp} = 22\pi$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi 3 \cdot 5 + \pi 3^2 = 24\pi.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

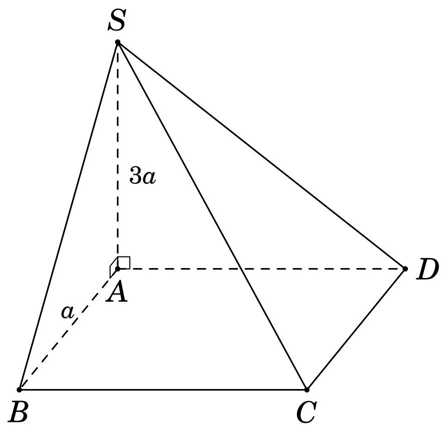
A $V = 6a^3$. **B** $V = 3a^3$. **C** $V = a^3$. **D** $V = 2a^3$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Cho hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

C Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

D Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

$y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} < 0$ với $\forall x \neq -2$.
Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x \cos x = 0$ là

A π. **B** $\dfrac{\pi}{4}$. **C** $\dfrac{\pi}{3}$. **D** $\dfrac{3\pi}{4}$.

Lời giải.

$$2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x(1+\sqrt{2}\cos x) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\dfrac{3\pi}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2-4)$, $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
B Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 2$.
C Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -2$.
D Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Lời giải.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$			$\searrow$			$\nearrow$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-2x+m}$ có ba đường tiệm cận?

A $m < 1$ và $m \neq 0$. **B** $m < 1$. **C** $m \leq 1$ và $m \neq 0$. **D** $m \leq 1$.

Lời giải.

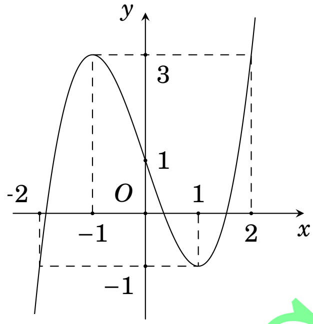
Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x-2}{x^2-2x+m} = 0$, đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.
Để đồ thị hàm số có ba tiệm cận thì $g(x) = x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 35.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$. (B) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C $y = x^3 - 3x + 1$. (D) $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số trong hình vẽ là hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$ và đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

Mà hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$ có hai cực trị tại $x = \pm 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên và không âm của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m - 6)x^2 - 1$ có đúng một điểm cực tiểu.

A 7. (B) 8. (C) 6. (D) 5.

Lời giải.

Với $m = 0$ hàm số trở thành $y = -6x^2 - 1$, $y' = -12x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hàm số có đúng một cực tiểu tại $x = 0$.

Với $m > 0$ hàm số đã cho có đúng một cực tiểu khi $y' = 0$ có đúng một nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \cdot [-(m-6)] \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0; 6].$$

Kết hợp với trường hợp trên và m nguyên, không âm nên $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Cho phương trình $4^{-|x-m|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x - m| + 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

(A) $m < -\dfrac{3}{2}$ hoặc $m > -\dfrac{1}{2}$. **B** $m < \dfrac{1}{2}$ hoặc $m > \dfrac{3}{2}$.

(C) $m > -\dfrac{1}{2}$. (D) $m < \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& 4^{-|x-m|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x - m| + 2) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2 \cdot 2^{-2|x-m|} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{-x^2+2x} \log_2(2|x - m| + 2) \\
\Leftrightarrow\ & 2^{x^2-2x+1} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|} \log_2(2|x - m| + 2). \qquad (*)
\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \log_2(t + 2)$, $t \geq 0$.

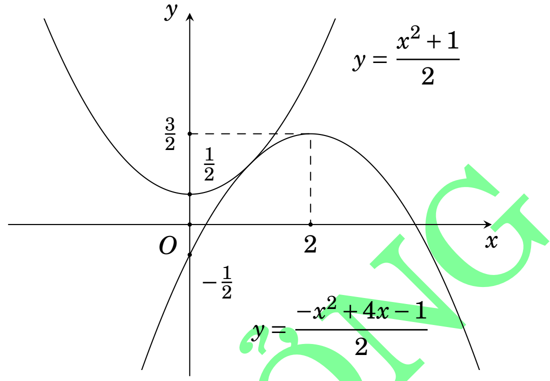
$f'(t) = 2^t \ln 2 \log_2(t + 2) + \dfrac{2^t}{(t + 2)\ln 2} > 0$, $\forall t \geq 0$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(x^2-2x+1)=f(2|x-m|) \Leftrightarrow x^2-2x+1=2|x-m| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{-x^2+4x-1}{2} \\ m=\dfrac{x^2+1}{2}. \end{array}\right.$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thì đường thẳng $y=m$ cắt hai đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{-x^2+4x-1}{2}$ và $h(x)=\dfrac{x^2+1}{2}$ tại đúng hai điểm phân biệt.

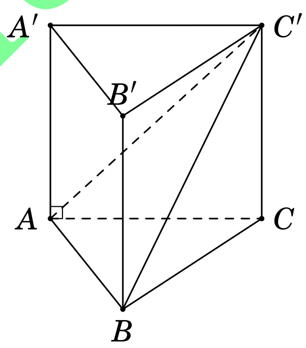
Từ đồ thị hàm số ta có $m<\dfrac{1}{2}$ hoặc $m>\dfrac{3}{2}$.



Chọn đáp án (B) □

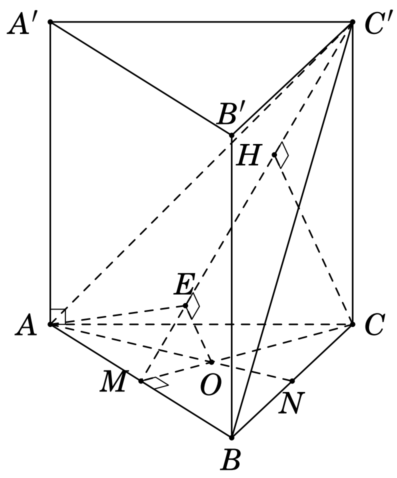
Câu 38.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



(A) $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **(B)** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. (C) $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. (D) $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.



Gọi M, N là trung điểm của AB, BC, H là hình chiếu vuông góc của C trên $C'M$, $O=AN\cap CM$.

Ta có $\begin{cases} CM\perp AB \\ C'M\perp AB \end{cases} \Rightarrow AB\perp(CC'M)\Rightarrow AB\perp CH$.

$\begin{cases} AB\perp CH \\ C'M\perp CH \end{cases} \Rightarrow CH\perp(ABC')\Rightarrow a=\mathrm{d}(C,(ABC'))=CH$.

Từ O kẻ đường thẳng song song với CH cắt $C'M$ tại E, suy ra $OE\perp(ABC')$, $\triangle AEO$ vuông tại E, $OE=\dfrac{1}{3}CH=\dfrac{a}{3}$.

Ta có $\begin{cases} OE\perp(ABC') \\ AO\perp(BCC'B') \end{cases} \Rightarrow ((ABC'),(BCC'B'))=(OE,AO)=\widehat{AOE}=\alpha$.

Gọi $AB=x$, suy ra $AO=\dfrac{2}{3}\cdot AN=\dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

Trong $\triangle AEO$ vuông tại E, ta có $AO=\dfrac{OE}{\cos\alpha}=\dfrac{\frac{a}{3}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=2a$.

Trong $\triangle CC'M$ vuông tại C, ta có $\dfrac{1}{CC'^2}=\dfrac{1}{CH^2}-\dfrac{1}{CM^2}=\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{(a\sqrt{3})^2}=\dfrac{2}{3a^2}\Rightarrow CC'=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\triangle ABC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Hàm số $f(x) = mx + \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0; +\infty)$. B $[1; +\infty)$. C $[0; +\infty)$. D $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = m - \sin x$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thì

$$f'(x) \geq 0,\ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m - \sin x \geq 0,\ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m \geq \sin x,\ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Chọn đáp án B □

Câu 40. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$. Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía trên trục hoành.

A $a < 0$, $\Delta > 0$. B $a > 0$, $\Delta < 0$. C $a < 0$, $\Delta < 0$. D $a > 0$, $\Delta > 0$.

Lời giải.

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$ và có đỉnh nằm phía trên trục hoành nên $a < 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Tìm giới hạn $A = \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x+1}{x^2 + x + 4}$.

A $-\dfrac{1}{6}$. B $-\infty$. C $+\infty$. D 1.

Lời giải.

Ta có $A = \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x+1}{x^2 + x + 4} = \dfrac{-2+1}{(-2)^2 - 2 + 4} = -\dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án A □

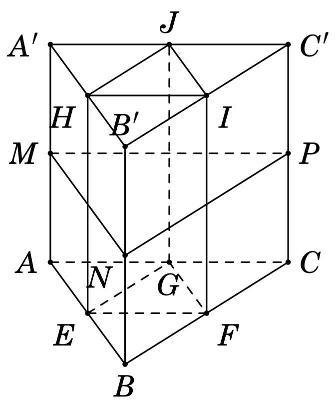
Câu 42. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A 2. B 3. C 4. D 1.

Lời giải.

Gọi M, N, P, E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC', AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$, $A'C'$.

Có 4 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của lăng trụ tam giác là (MNP), $(EFIH)$, $(IJGF)$, $(EGJH)$.



Chọn đáp án C □

Câu 43. Tìm tập xác định của $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$.

(A) $\mathscr{D}=(0;+\infty)$. (B) $\mathscr{D}=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. (C) $\mathscr{D}=(0;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **D** $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases}3x-1\geq 0\\ 3x>0\\ \log(3x)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\dfrac{1}{3}\\ x>0\\ 3x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Vậy $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Chọn đáp án (D) □

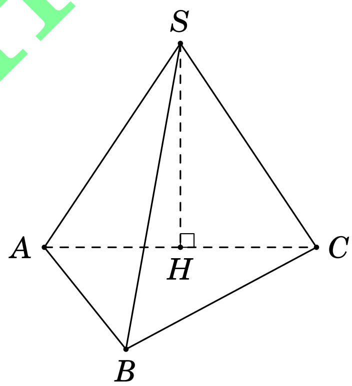
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60^\circ$, $\widehat{ASC}=90^\circ$, $SA=SB=SC=a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $d=2a\sqrt{6}$. (C) $d=a\sqrt{6}$. (D) $d=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Ta có hai tam giác SAB, SBC đều cạnh a, tam giác SAC vuông cân tại S nên $\begin{cases}AB=BC=a\\ AC=a\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\triangle ABC$ vuông cân tại B.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC), mặt khác $SA=SB=SC=a$ nên H là trung điểm của AC.



Trong tam giác SAC, ta có $SH=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot SH\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot \mathrm{d}(A,(SBC))S_{\triangle SBC}\Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC))=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}}$.

Vậy $d=\mathrm{d}(A,(SBC))=\dfrac{3\cdot\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 45. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3.000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1.000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

(A) 43.000 đồng. **B** 39.000 đồng. (C) 42.000 đồng. (D) 40.000 đồng.

Lời giải.

Gọi x là giá bán mới khi tăng giá ($x>30.000$, đơn vị đồng).

Lãi khi chưa tăng giá trong mỗi tháng là $(30.000-18.000)3.000=36.000.000$.

Số chiếc khăn bán được khi đã tăng giá là $3000-\dfrac{x-30.000}{1.000}\cdot 100=\dfrac{60.000-x}{10}$.

Lãi khi đã tăng giá trong mỗi tháng là $(x-18.000)\cdot\dfrac{60.000-x}{10}$.

Để đạt được lợi nhuận lớn nhất thì $f(x)=(x-18.000)\cdot\dfrac{60.000-x}{10}$ đạt giá trị lớn nhất (lớn hơn 36.000.000) với $30.000<x<60.000$.

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{10}\cdot(x-18.000)(60.000-x)\le\dfrac{1}{10}\left(\dfrac{x-18.000+60.000-x}{2}\right)^2=36.100.000$.

Vậy $\max f(x)=36.100.000$ khi $x-18.000=60.000-x\Leftrightarrow x=39.000$.

Vậy cơ sở cần bán với giá 39.000 đồng mỗi chiếc.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m|$ có 5 điểm cực trị?

A 11. B 9. C 7. D 10.

Lời giải.

Với $m=0$ hàm số có dạng $y=|-2x+2|$ hàm số có 1 cực trị nên $m=0$ loại.

Với $m\neq 0$ hàm số $y=|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m|$ có 5 cực trị khi và chỉ khi hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Xét phương trình

$$\begin{aligned} f(x)=0 &\Leftrightarrow mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m=0\\ &\Leftrightarrow (x-1)(mx^2-2mx+m-2)=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ g(x)=mx^2-2mx+m-2=0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Để $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì $g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1, điều kiện

$$\begin{cases} m\neq 0\\ \Delta'>0\\ g(1)\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\neq 0\\ 2m>0\Leftrightarrow m>0.\\ -2\neq 0 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên và $m\in[-10;10]$, suy ra có 10 giá trị thỏa mãn.

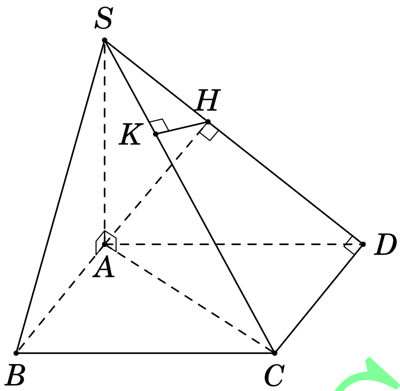
Chọn đáp án D □

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD. Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH=a$.

A $\dfrac{\sqrt{19}}{19}a$. B $\dfrac{2\sqrt{19}}{19}a$. C $\dfrac{\sqrt{73}}{73}a$. D $\dfrac{2\sqrt{73}}{73}a$.

Lời giải.

Từ H kẻ HK vuông góc với SC tại K.



Ta có $\begin{cases} (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAB)\cap(SAD)=SA \end{cases} \Rightarrow SA\perp(ABCD).$

$\begin{cases} SA\perp CD \text{ (vì } CD\subset(ABCD)) \\ AD\perp CD \text{ (vì } ABCD \text{ là hình chữ nhật)} \end{cases} \Rightarrow CD\perp AH.$

$\begin{cases} CD\perp AH \\ SD\perp AH \end{cases} \Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow AH\perp HK.$

Do đó $HK=\mathrm{d}(AH,SC)$.

Trong $\triangle SAD$ vuông tại A, ta có $\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{AH^2}-\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{(2a)^2}=\dfrac{3}{4a^2}\Rightarrow SA=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Trong $\triangle SAH$ vuông tại H, ta có $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2-a^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\triangle SHK\backsim\triangle SCD\Rightarrow\frac{HK}{CD}=\frac{SH}{SC}\Rightarrow HK=\frac{SH\cdot CD}{SC}=\frac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot a}{\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2+\left(a\sqrt{5}\right)^2}}=\frac{\sqrt{19}}{19}a.$$

Chọn đáp án A □

Câu 48. Phương trình $\log_2 x\cdot\log_4 x\cdot\log_6 x=\log_2 x\cdot\log_4 x+\log_2 x\cdot\log_6 x+\log_4 x\cdot\log_6 x$ có tập nghiệm là

A $\{2;4;6\}$. **B** $\{1;48\}$. **C** $\{1\}$. **D** $\{1;12\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$.

Ta thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình.

Với $0<x\neq1$, ta có

$$\begin{aligned}
& \log_2 x\cdot\log_4 x\cdot\log_6 x=\log_2 x\cdot\log_4 x+\log_2 x\cdot\log_6 x+\log_4 x\cdot\log_6 x \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1}{2}\log_2^2 x\cdot\log_6 x-\frac{1}{2}\log_2^2 x-\log_2 x\cdot\log_6 x-\frac{1}{2}\log_2 x\cdot\log_6 x=0 \\
\Leftrightarrow\ & \log_2 x\left(\log_2 x\cdot\log_6 x-\log_2 x-3\log_6 x\right)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 6}-\frac{1}{\log_x 2}-\frac{3}{\log_x 6}=0 \text{ (vì } 0<x\neq1) \\
\Leftrightarrow\ & 1-\log_x 6-3\log_x 2=0 \\
\Leftrightarrow\ & \log_x 48=1\Leftrightarrow x=48.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng Δ?

A 3. **B** Vô số. **C** 1. **D** 2.

Lời giải.

Có vô số đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1\colon 3x+4y-5=0$ và $d_2\colon 5x-12y+3=0$ có phương trình

(A) $7x+56y+40=0$. **(B)** $8x-8y-1=0$. **(C)** $7x+56y-40=0$. **(D)** $64x-8y-53=0$.

Lời giải.

Gọi $I=d_1\cap d_2 \Rightarrow I\left(\dfrac{6}{7};\dfrac{17}{28}\right)$.

Lấy $A(5;-5)$, $B(-1;2)\in d_1$, $C(-3;-1)\in d_2$.

Ta có A, B nằm về hai phía của điểm I.

$\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IC}=\dfrac{29}{7}\cdot\dfrac{-27}{7}+\dfrac{-157}{28}\cdot\dfrac{-45}{28}=-\dfrac{5463}{784}\Rightarrow \widehat{AIC}$ là góc tù, $\widehat{BIC}$ là góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2.

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2.

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}(M,d_1)=\mathrm{d}(M,d_2) &\Leftrightarrow \frac{|3x+4y-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|5x-12y+3|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}13(3x+4y-5)=5(5x-12y+3)\\ 13(3x+4y-5)=-5(5x-12y+3)\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}7x+56y-40=0\\ 8x-y-5=0.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Ta có $(7x_B+56y_B-40)\cdot(7x_C+56y_C-40)=[7\cdot(-1)+56\cdot 2-40]\cdot[7\cdot(-3)+56\cdot(-1)-40]=-7605<0$.

Vậy phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1\colon 3x+4y-5=0$ và $d_2\colon 5x-12y+3=0$ có phương trình $7x+56y-40=0$.

Chọn đáp án (C) □

— HẾT —