GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 059

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm học 2017-2018, Sở GD& ĐT Hà Nam)

Mã đề thi 059

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3-4i$.

A. $M(3;4)$. **B.** $M(-3;-4)$. **C.** $M(3;-4)$. **D.** $M(-3;4)$.

Câu 2. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)^3$.

A. $3(x-1)+C$. **B.** $\frac{1}{4}(x-1)^4+C$. **C.** $4(x-1)^4+C$. **D.** $\frac{1}{4}(x-1)^3+C$.

Câu 3. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,dx$. **B.** $S = \int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$.

C. $S = \int\limits_a^b f(x)\,dx - \int\limits_a^b g(x)\,dx$. **D.** $S = \int\limits_b^a |f(x)-g(x)|\,dx$.

Câu 4. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{17}{42}$. **C.** $\frac{16}{21}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm B và vuông góc với đường thẳng AB. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. (P): $4x-2y-3z-9=0$. **B.** (P): $4x-2y-3z-15=0$.

C. (P): $4x+2y-3z-15=0$. **D.** (P): $4x-2y+3z-9=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng bao nhiêu?

A. $y_{CĐ} = 2$. **B.** $y_{CĐ} = 0$. **C.** $y_{CĐ} = 5$. **D.** $y_{CĐ} = -1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f(2-x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm?

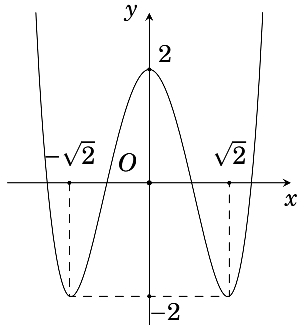
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8.

[0

.1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

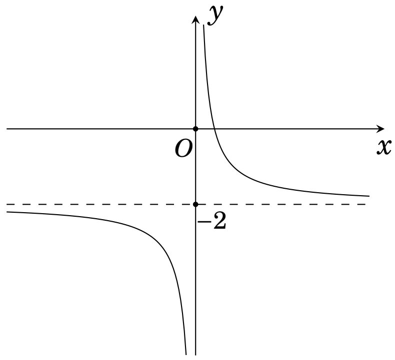
A. $(0;\sqrt{2})$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(\sqrt{2};+\infty)$.



Câu 9.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \dfrac{2x}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{-2x+1}{x}$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y = \dfrac{-x+1}{2x}$.



Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai đường tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{2x-1}{3x^2-3x+2}$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{3x^2-10x+3}$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x^2+x}$. **D.** $y = \dfrac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3}$.

Câu 11. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính chiều cao h của hình trụ đã cho.

A. $h = 3a$. **B.** $h = 2a$. **C.** $h = \dfrac{3}{2}a$. **D.** $h = \dfrac{2}{3}a$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-3z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $d\colon \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **B.** $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-3}$. **D.** $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-2}{-3}$.

Câu 13. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB=\dfrac{a}{2}$, $OA=2OB$, $OC=2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{3a}{2\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 14. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất 1,85%/quý. Sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 20 quý. **B.** 19 quý. **C.** 14 quý. **D.** 15 quý.

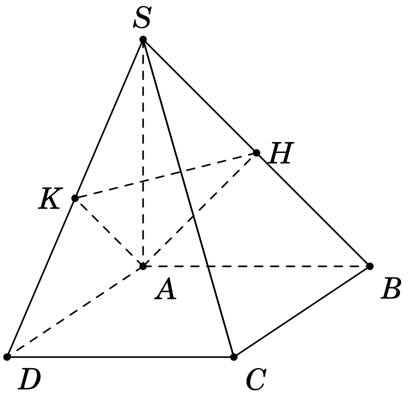
Câu 15. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 108. **B.** 136. **C.** 120. **D.** 210.

Câu 16.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD (hình vẽ bên). Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK), tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\sqrt{3}$. **B.** $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



Câu 17. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $\mathrm{A}_n^2+2\mathrm{C}_n^n=22$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x-4)^n$.

A. 1080. **B.** -4320. **C.** 4320. **D.** -1440.

Câu 18. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho bằng bao nhiêu?

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Câu 19. Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log\sqrt[3]{a}=\log\dfrac{1}{3}\cdot\log a$. **B.** $\log\sqrt[3]{a}=\dfrac{1}{3}\log a$. **C.** $\log\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{\log a}$. **D.** $\log\sqrt[3]{a}=a\log\dfrac{1}{3}$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}}2x<\log_{\frac{e}{3}}(9-x)$.

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=(3;9)$. **D.** $S=(0;3)$.

Câu 21. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-6x^2-1$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. $m=-11$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-26$.

Câu 22. Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+2}{2x-4}$.

A. $L=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $L=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $L=1$. **D.** $L=\dfrac{3}{2}$.

Câu 23. Tính thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng $3B$.

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 24. Phương trình $\log\sqrt{x-1}+\log\sqrt{4x-15}-\sqrt{3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AA', $B'C'$.

A. $d=a\sqrt{\dfrac{3}{2}}$. **B.** $d=\dfrac{3a}{\sqrt{2}}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d=a\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+5)x-1$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song MN, $M'N'$ thỏa mãn $MN=M'N'=6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=4\sqrt{5}$. **B.** $h=6\sqrt{5}$. **C.** $h=4\sqrt{2}$. **D.** $h=6\sqrt{2}$.

Câu 28. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)dx$.

A. $I=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. **B.** $I=1-\sqrt{2}$. **C.** $I=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I=\sqrt{2}-1$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz).

A. $B(1;2;3)$. **B.** $B(-1;-2;-3)$. **C.** $B(1;-2;3)$. **D.** $B(1;2;-3)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\dfrac{5}{3}$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 31. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z|=5$ và $z(2+i)(1-2i)$ là một số thực. Tính $P=|a|+|b|$.

A. $P=8$. **B.** $P=4$. **C.** $P=5$. **D.** $P=7$.

Câu 32. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2\left(m+1-\sin^2 x\right)-(4m+1)\cos x=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right]$. **D.** $\left[-\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$; $d_2\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$; $d_3\colon \dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+5}{8}$. Viết phương trình đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{8}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-1}{8}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$.

Câu 34. Biết $\displaystyle\int_1^2 \dfrac{3x+1}{3x^2+x\ln x}\,\mathrm{d}x=\ln\left(a+\dfrac{\ln b}{c}\right)$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương và $c\le 4$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. $T=7$. **B.** $T=6$. **C.** $T=8$. **D.** $T=9$.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-5)9^x+(2m-2)6^x+(1-m)4^x=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $M(3;3;2)$.

Câu 37. Cho hàm số $y=-x^3+4x^2+1$ có đồ thị là (C) và điểm $M(m;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị (C). Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** $\dfrac{40}{9}$. **C.** $\dfrac{16}{9}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$. Biết $f(3)+f(-3)=4$ và $f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=2$. Tính giá trị của biểu thức $T=f(-5)+f(0)+f(2)$.

A. $T=5-\dfrac{1}{2}\ln 2$. **B.** $T=6-\dfrac{1}{2}\ln 2$. **C.** $T=5+\dfrac{1}{2}\ln 2$. **D.** $T=6+\dfrac{1}{2}\ln 2$.

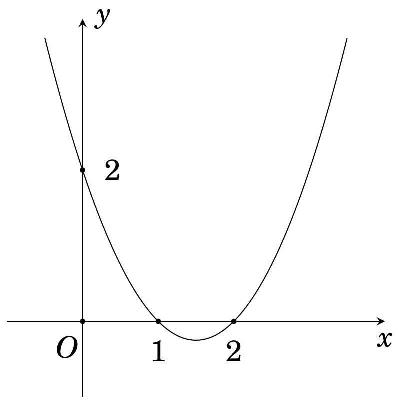
Câu 39. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+11=0$. Tính giá trị của biểu thức $H=|3z_1|-|z_2|$.

A. $H=22$. **B.** $H=11$. **C.** $H=2\sqrt{11}$. **D.** $H=\sqrt{11}$.

Câu 40.

Cho hàm số $y=f(x)$, biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(2x-3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$.



Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ và thỏa mãn $\log_2^2(5u_1)+\log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5+\log_2^2 7$. Biết $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1111111$.

A. 11. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;1;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;2;-1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $a > 0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{17}{6}$. Tính tổng $T = a+b+c$.

A. $T = 5$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 6$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m trong khoảng $(-3;5)$ để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m-5)x^2 - mx + 4 - 2m$ tiếp xúc với trục hoành?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết $\displaystyle\int_0^1 f^2(x)\,\mathrm{d}x = \frac{9}{2}$ và $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\cos\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{4}$. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{1}{\pi}$. **B.** $I = \dfrac{4}{\pi}$. **C.** $I = \dfrac{6}{\pi}$. **D.** $I = \dfrac{2}{\pi}$.

Câu 46. Cho số phức $z = a+bi$, $(a,\ b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z-\bar{z}) - 15i = i(z+\bar{z}-1)^2$. Tính $P = -a+4b$ khi $\left|z - \dfrac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = 7$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 4$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60°$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) một góc $45°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $V = \dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $V = \dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y+z+1 = 0$ và $(Q): 2x-y+2z+4 = 0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Tìm tung độ của điểm M.

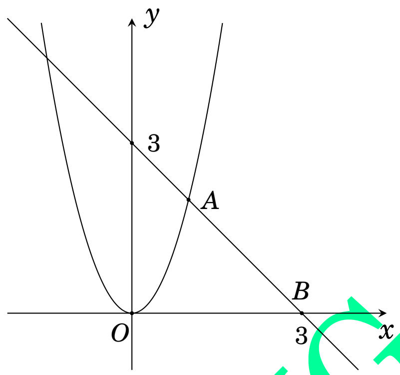
A. 4. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -5.

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu xếp vào một ô. Tính xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\dfrac{3}{70}$. **B.** $\dfrac{3}{140}$. **C.** $\dfrac{3}{80}$. **D.** $\dfrac{3}{160}$.

Câu 50.

Gọi tam giác cong (OAB) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2x^2$, $y = 3 - x$, $y = 0$ (hình vẽ bên). Tính diện tích S của (OAB).



A. $S = \dfrac{8}{3}$. **B.** $S = \dfrac{4}{3}$. **C.** $S = \dfrac{5}{3}$. **D.** $S = \dfrac{10}{3}$.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** C	**11** C	**16** B	**21** C	**26** B	**31** D	**36** B	**41** D	**46** A
2 B	**7** D	**12** D	**17** C	**22** D	**27** D	**32** D	**37** B	**42** D	**47** B
3 B	**8** A	**13** C	**18** C	**23** D	**28** C	**33** A	**38** A	**43** A	**48** A
4 C	**9** B	**14** A	**19** B	**24** A	**29** A	**34** A	**39** C	**44** A	**49** A
5 B	**10** B	**15** B	**20** C	**25** D	**30** D	**35** D	**40** A	**45** C	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có số phức $z = 3-4i$ có điểm biểu diễn là $M(3;-4)$.
Chọn đáp án C

Câu 2. Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (x-1)^3\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(x-1)^4 + C$.
Chọn đáp án B

Câu 3. Diện tích của D được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án B

Câu 4. Gọi biến cố A: "3 quả cầu lấy được không có quả màu đỏ".
Suy ra biến cố $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ".
Ta có $n(A) = \mathrm{C}_6^3 = 20$ và $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^3 = 84$.
Do đó $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$.
Vậy

$$\mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}(A) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}.$$

Chọn đáp án C

Câu 5. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4;-2;-3)$.
Mặt phẳng (P) qua điểm $B(3;0;-1)$ có phương trình

$$(P)\colon 4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 4x - 2y - 3z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án B

Câu 6. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = 5$.
Chọn đáp án C

Câu 7. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thực hiện các bước sau

- Đối xứng đồ thị $y = f(x)$ qua trục Oy ta thu được đồ thị $y = f(-x)$.
- Tịnh tiến đồ thị $y = f(-x)$ sang phải 2 đơn vị ta thu được đồ thị $y = f(-x+2)$.

Hàm số $y = f(-x+2)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2-x) - 1 = 0 \quad (1)$ bằng số giao điểm hai đồ thị $y = f(2-x)$ và $y = 1$.
Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.
Chọn đáp án D

Câu 8. Dựa vào đồ thị, ta thấy trên khoảng $(0;\sqrt{2})$ đồ thị đi xuống nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng đó.
Chọn đáp án A

Câu 9. Đồ thị trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang $y = -2$ nên chỉ có hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x}$ thỏa mãn.
Chọn đáp án B

Câu 10. Xét hàm số $y = \dfrac{x-1}{3x^2-10x+3}$. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{3};3\right\}$.
Ta có

$$\lim_{x\to\frac{1}{3}^+} y = +\infty \text{ và } \lim_{x\to 3^+} y = +\infty.$$

Do đó hàm số $y = \dfrac{x-1}{3x^2-10x+3}$ có hai đường tiệm cận đứng.
Chọn đáp án B

Câu 11. Ta có

$$\begin{aligned} & S_{xq} = 2\pi r l \\ \Leftrightarrow\ & 3\pi a^2 = 2\pi a l \\ \Leftrightarrow\ & l = \frac{3}{2}a. \end{aligned}$$

Vậy $h = l = \dfrac{3}{2}a$.
Chọn đáp án C

Câu 12. Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1;-2;-3)$.
Đường thẳng d qua $A(-1;-3;2)$ có phương trình

$$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}.$$

Chọn đáp án D

Câu 13.

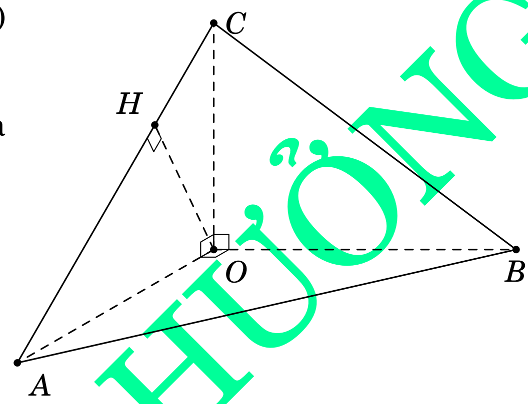
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên cạnh AC. (1)

Ta có $OB \perp (OAC)$ nên $OB \perp OH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OH là đoạn vuông góc chung của OB và AC.

Do đó

$$\mathrm{d}(OB, AC) = OH = \frac{OA \cdot OC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$



Chọn đáp án C

Câu 14. Ta có

$$\begin{aligned} & A_n \geq 72 \\ \Leftrightarrow\ & A(1+r)^n \geq 72 \\ \Leftrightarrow\ & 50\left(1 + \frac{1{,}85}{100}\right)^n \geq 72 \\ \Leftrightarrow\ & n \geq \log_{1{,}0185} 1{,}44 \approx 19{,}89. \end{aligned}$$

Vậy sau 20 quý thì người gửi nhận được ít nhất 72 triệu đồng.

Chọn đáp án A

Câu 15. Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $g'(x) = x^3 - 28x + 48$.

Xét phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (loại)} \\ x = -6. \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Ta có

$$g(0) = 0;\ g(2) = 44.$$

Do đó

$$0 \leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x \leq 44$$

$$\Leftrightarrow m-30 \le \frac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30 \le m+14.$$

Khi đó $\max\limits_{x\in[0;2]} y = \max\{|m-30|;|m+14|\}$.

Xét các trường hợp sau

- $|m-30| \ge |m+14| \Leftrightarrow m \le 8.$ (1)

  Khi đó $\max\limits_{x\in[0;2]} y = |m-30|$, theo đề bài

  $$|m-30| \le 30 \Leftrightarrow 0 \le m \le 60. \quad (2)$$

  Từ (1) và (2) ta được $m \in [0;8]$.

- $|m-30| < |m+14| \Leftrightarrow m > 8.$ (3)

  Khi đó $\max\limits_{x\in[0;2]} y = |m+14|$, theo đề bài

  $$|m+14| \le 30 \Leftrightarrow -44 \le m \le 16. \quad (4)$$

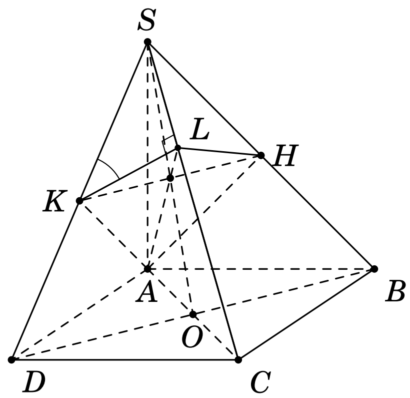
  Từ (3) và (4) ta được $m \in (8;16]$.

Vậy $m \in [0;16]$ và m nguyên nên $m \in \{0;1;2;3;\dots;15;16\}$.

Khi đó $0+1+2+\cdots+15+16 = 136$.

Chọn đáp án B

Câu 16.



Gọi L là giao điểm của SC và (AHK).

Ta có $AK \perp (SCD)$ và $AH \perp (SBC)$ nên $SC \perp (AKLH)$.

Do đó

$$(SD,(AHK)) = (SK,KL) = \widehat{SKL} = \alpha.$$

Xét $\triangle SAC$ ta có

$$SA^2 = SL \cdot SC \Leftrightarrow SL = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Mặt khác $\triangle SLK \sim \triangle SDC$ nên

$$\frac{LK}{DC} = \frac{SK}{SC} \Leftrightarrow LK = \frac{SK \cdot DC}{SC} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Xét $\triangle SLK$ ta có

$$\tan\alpha = \frac{SL}{KL} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{\frac{a}{\sqrt{6}}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $\tan\alpha = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 17. Ta có

$$\begin{aligned}
& \mathrm{A}_n^2 + 2\mathrm{C}_n^n = 22 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{n!}{(n-2)!} + 2 = 22 \\
\Leftrightarrow\ & n(n-1) = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n = -4. \text{ (loại)} \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $(3x-4)^5$ là $\mathrm{C}_5^{5-k}(3x)^{5-k}(-4)^k$. Theo đề bài ta có

$$x^{5-k} = x^3 \Leftrightarrow k = 2.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $\mathrm{C}_5^3(3)^3(-4)^2 = 4320$.

Chọn đáp án (C)

Câu 18. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là C_{15}^3.

Chọn đáp án (C)

Câu 19. Ta có $\log \sqrt[3]{a} = \dfrac{1}{3}\log a$.

Chọn đáp án (B)

Câu 20. Ta có

$$\begin{aligned}
& \log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}(9-x) \\
\Leftrightarrow\ & 0 < 9 - x < 2x \\
\Leftrightarrow\ & 3 < x < 9.
\end{aligned}$$

Vậy $S = (3;9)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 21. Ta có $y' = 4x^3 - 12x$.

Phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = \sqrt{3} \text{ (nhận)} \\ x = -\sqrt{3} \text{ (loại)}. \end{array}\right.$$

Khi đó

$$y(0) = -1;\ y\left(\sqrt{3}\right) = -10;\ y(-1) = -6;\ y(3) = 26.$$

Vậy $m = \min\limits_{x\in[-1;3]} y = -10$.

Chọn đáp án (C)

Câu 22. Ta có $L = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x+2}{2x-4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2-\dfrac{4}{x}} = \dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 23. Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 3B \cdot h = Bh$.

Chọn đáp án (D)

Câu 24. Điều kiện $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ 4x - 15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{15}{4}$.

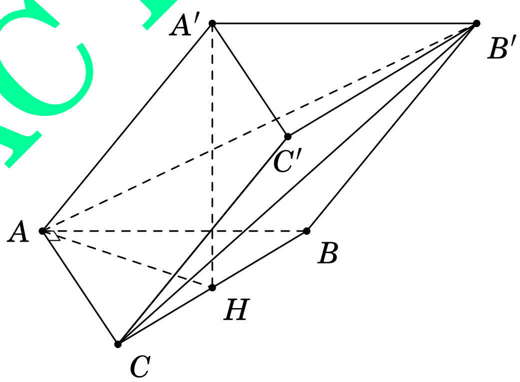
Ta có

$$\begin{aligned} & \log\sqrt{x-1} + \log\sqrt{4x-15} - \sqrt{3} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \log\sqrt{4x^2 - 19x + 15} = \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow\ & 4x^2 - 19x + 15 = 10^{2\sqrt{3}} \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x \approx 29{,}39 \text{ (nhận)} \\ x \approx -24{,}64 \text{ (loại)}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Khi đó phương trình đã cho chỉ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án (A)

Câu 25.



Vì $AA' \parallel BB'$ nên $AA' \parallel (BB'C'B)$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AA', $B'C'$ bằng $\mathrm{d}(A,(BB'C))$.

Ta có $AH = \frac{1}{2}BC = a$ và $A'H = \sqrt{7a^2 - a^2} = a\sqrt{6}$.

Khi đó

$$V_{B'.ABC} = \frac{1}{3}A'H \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Xét $\triangle A'B'H$

$$B'H = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = \sqrt{6a^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

Ta có $\triangle BB'C$ có $B'H = a\sqrt{7}$, $BB' = a\sqrt{7}$, $HB = a$.

Dùng công thức Hê-rông ta tính được $S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S_{BB'C} = 2 \cdot S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có

$$V_{A.BB'C} = \frac{1}{3}\mathrm{d}(A,(BB'C)) \cdot S_{BB'C} \Leftrightarrow \mathrm{d}(A,(BB'C)) = \frac{3V_{A.BB'C}}{S_{BB'C}} = \frac{\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}}{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d = \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 26. Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 6m + 5$ và $\Delta_{y'} = 9m^2 - 6$.

Để y đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì $y' \geq 0$ với mọi $x \in (2;+\infty)$.

Xét hai trường hợp

- $\Delta_{y'} \le 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6 \le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{\sqrt{6}}{3} \le m \le \dfrac{\sqrt{6}}{3}.$ (1)

- Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \le 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ a y'(2) \ge 0 \\ \dfrac{S}{2} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\dfrac{\sqrt{6}}{3} \text{ hoặc } m > \dfrac{\sqrt{6}}{3} \\ -6m + 5 \ge 0 \\ 6(m+1) < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\dfrac{\sqrt{6}}{3} \text{ hoặc } m > \dfrac{\sqrt{6}}{3} \\ m \le \dfrac{5}{6} \\ m < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Do m là số nguyên dương và kết hợp (1), (2) ta suy ra không có giá trị m nào thỏa đề bài.

Chọn đáp án B

Câu 27.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm OO' và $M'N'$.

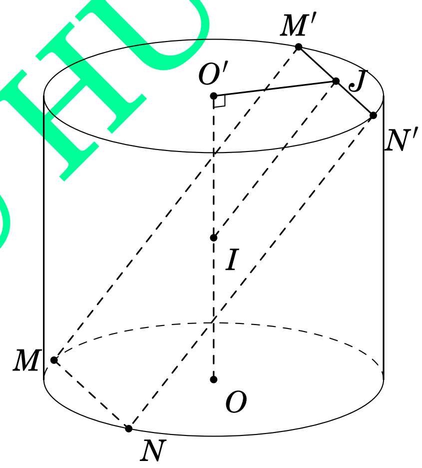
Khi đó $M'N' \perp (O'IJ)$ suy ra $IJ \perp M'N'$ (1).

Mà I là tâm của hình bình hành $MNN'M'$ nên từ (1) suy ra $MNN'M'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{MNN'M'} = 60 \Rightarrow MM' = 10$.

Xét $\triangle O'IJ$

$$O'I = \sqrt{IJ^2 - O'J^2} = \sqrt{5^2 - (4^2 - 3^2)} = 3\sqrt{2}.$$



Suy ra $OO' = h = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \,\mathrm{d}x = -\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án C

Câu 29. Ta có điểm $A(-1;2;3)$ đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) ta được điểm $B(1;2;3)$ (giữ nguyên y_A, z_A, đổi dấu x_A).

Chọn đáp án A

Câu 30. Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;1)$.

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d nên

$$R = \mathrm{d}(I,d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}. \quad (1)$$

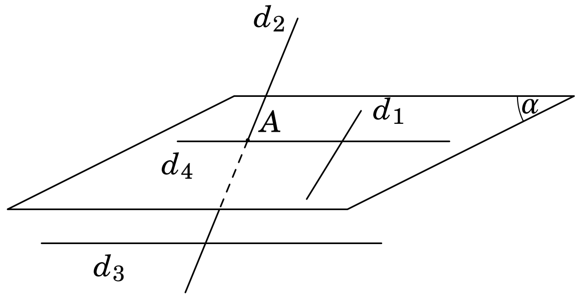
Ta có $\overrightarrow{IM} = (0;0;-2)$; $\left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right] = (-2;-4;0)$.
Từ (1) suy ra
$$R = \frac{\sqrt{4+16}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{3}.$$
Chọn đáp án D

Câu 31. Ta có
$$z(2+i)(1-2i) = (a+bi)(4-3i) = 4a+3b+(-3a+4b)i. \qquad (1)$$
Do $z(2+i)(1-2i)$ là một số thực nên từ (1) suy ra $-3a+4b=0 \Leftrightarrow b = \frac{3}{4}a$. (2)
Mặt khác $|z| = 5 \Leftrightarrow a^2+b^2 = 25$. (3)
Thế (2) vào (3) ta được phương trình
$$a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$
Với $a = 4 \Rightarrow b = 3$ và $a = -4 \Rightarrow b = -3$.
Vậy $P = |a| + |b| = 3+4 = 7$.
Chọn đáp án D

Câu 32. Ta có
$$\begin{aligned} & 2\left(m+1-\sin^2 x\right) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2\left(m+\cos^2 x\right) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2\cos^2 x - (4m+1)\cos x + 2m = 0. \qquad (1) \end{aligned}$$
Đặt $t = \cos x$, $\forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow -1 \le t < 0$.
Khi đó phương trình (1) trở thành
$$2t^2 - (4m+1)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \\ t = 2m. \end{array}\right.$$
Do đó, để phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ thì
$$-1 \le 2m < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m < 0.$$
Chọn đáp án D

Câu 33.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và song song d_3.



Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;3;-1)$ và đi qua $M(1;0;-1)$.

Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3=(-3;-4;8)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

$$\vec{n}_\alpha=\left[\vec{u}_1,\vec{u}_3\right]=(20;-13;1).$$

Mặt phẳng (α) qua $M(1;0;-1)$ có phương trình

$$\begin{aligned}&(\alpha)\colon 20(x-1)-13(y-0)+1(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\quad & 20x-13y+z-19=0.\end{aligned}$$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d_2 và mặt phẳng (α).

Ta có $A(-2+t;1-2t;2t)$ thuộc (α) nên ta có phương trình

$$20(-2+t)-13(1-2t)+2t-19=0\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}.$$

Khi đó $A(-\frac{1}{2};-2;3)$ và tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{8}$.

Chọn đáp án A

Câu 34. Đặt $u=\ln x\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}\\ x=\mathrm{e}^u.\end{cases}$

Với $x=1\Rightarrow u=0$ và $x=2\Rightarrow u=\ln 2$.

Ta có

$$\begin{aligned}\int_1^2\frac{3x+1}{3x^2+x\ln x}\,\mathrm{d}x&=\int_0^{\ln 2}\frac{3\mathrm{e}^u+1}{3\mathrm{e}^u+u}\,\mathrm{d}u\\ &=\int_0^{\ln 2}\frac{\mathrm{d}(3\mathrm{e}^u+u)}{3\mathrm{e}^u+u}=\ln x\Big|_3^{6+\ln 2}\\ &=\ln(6+\ln 2)-\ln 3=\ln\left(2+\frac{\ln 2}{3}\right).\end{aligned}$$

Khi đó $a=2$; $b=2$; $c=3$. Vậy $T=a+b+c=7$.

Chọn đáp án A

Câu 35. Ta có

$$\begin{aligned}&(m-5)9^x+(2m-2)6^x+(1-m)4^x=0\\ \Leftrightarrow\quad&(m-5)\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}+2(m-1)\left(\frac{3}{2}\right)^x+1-m=0.\qquad(1)\end{aligned}$$

Đặt $t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^x$, $t>0$. Khi đó phương trình (1) trở thành

$$(m-5)t^2+2(m-1)t+1-m=0.\qquad(2)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 8m + 6 > 0 \\ -\dfrac{2(m-1)}{m-5} > 0 \\ \dfrac{1-m}{m-5} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \text{ hoặc } m > 3 \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 5.$$

Vì m là số nguyên nên $m = 4$.

Chọn đáp án D

Câu 36. Ta có $\dfrac{-1-1}{2} = \dfrac{1-2}{1} = \dfrac{2}{-2} = -1$ nên $M(-1;1;2)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án B

Câu 37. Ta có $y' = f'(x) = -3x^2 + 8x$.

Phương trình tiếp tuyến Δ tại $M_0(x_0;y_0) \in (C)$ có dạng $\Delta\colon y - y_0 = (-3x_0^2 + 8x_0)(x - x_0)$.

Ta có

$$\begin{aligned} & M(m;1) \in \Delta \\ \Leftrightarrow\ & 1 + x_0^3 - 4x_0^2 - 1 = (-3x_0^2 + 8x_0)(m - x_0) \\ \Leftrightarrow\ & 2x_0^3 - (3m+4)x_0^2 + 8mx_0 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ 2x_0^2 - (3m+4)x_0 + 8m = 0. \qquad (1) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Qua M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến khi phương trình (1) có đúng một nghiệm khác 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ \Delta = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ 9m^2 - 40m + 16 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 4 \\ m = \dfrac{4}{9}. \end{array}\right.$$

Khi đó $S = \left\{0; 4; \dfrac{4}{9}\right\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng $0 + 4 + \dfrac{4}{9} = \dfrac{40}{9}$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Ta có $\int \frac{1}{x^2-1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C.$
Do hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ nên

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_1 & \text{khi } x\in(1;+\infty),\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_2 & \text{khi } x\in(-\infty;-1),\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_3 & \text{khi } x\in(-1;1).\end{cases}$$

Theo đề bài ta có

$$f(-3)=\frac{1}{2}\ln 2+C_2,$$
$$f(3)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+C_1.$$

Mà

$$f(3)+f(-3)=4 \Leftrightarrow C_1+C_2=4. \qquad (1)$$

Tương tự

$$f\left(\frac{1}{3}\right)+f\left(-\frac{1}{3}\right)=2 \Leftrightarrow 2C_3=2 \Leftrightarrow C_3=1.$$

Ta có $\begin{cases} f(-5)=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}+C_2\\ f(0)=1\\ f(2)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}+C_1\end{cases} \Rightarrow f(-5)+f(0)+f(2)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+1+C_1+C_2.$

Từ (1) suy ra $f(-5)+f(0)+f(2)=-\frac{1}{2}\ln 2+1+C_1+C_2=-\frac{1}{2}\ln 2+5.$

Chọn đáp án A

Câu 39. Ta có

$$z^2-6z+11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=3+\sqrt{2}i\\ z_2=3-\sqrt{2}i.\end{array}\right.$$

Mà $|z_1|=|z_2|$ nên $H=|3z_1|-|z_2|=3|z_1|-|z_1|=2|z_1|=2\left|3+\sqrt{2}i\right|=2\sqrt{11}.$

Chọn đáp án C

Câu 40. Đặt $u(x)=2x-3x^2=\frac{1}{3}-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2\le\frac{1}{3}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$, suy ra $f'(u)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
Ta có $f(2x-3x^2)=f(u(x))$ suy ra

$$f'(u(x))=f'(u)\cdot u'(x)=(2-6x)\cdot f'(u).$$

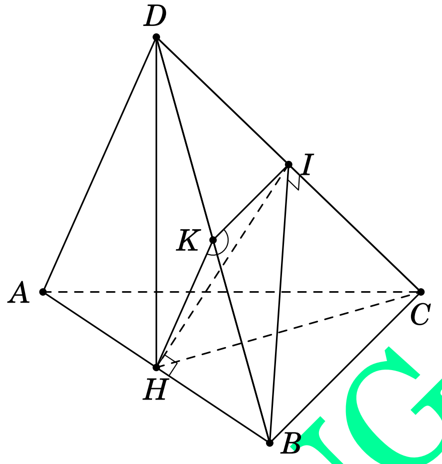
Khi đó hàm số $y=f(2x-3x^2)$ đồng biến khi

$$y'>0 \Leftrightarrow f'(u(x))>0 \Leftrightarrow 2-6x>0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án A

Câu 41.

Gọi I, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh DC, DB, AB.



Suy ra $KH \parallel AD$ và $KI \parallel BC$, khi đó

$$(AD,BC) = (KH,KI) = \widehat{IKH}.$$

Xét $\triangle BIC$, $BI = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp DH \\ AB \perp HC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DHC) \Rightarrow AB \perp HI.$

Xét $\triangle BIH$, $HI = \sqrt{IB^2 - HB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}$. (1)

Xét $\triangle IHK$, ta có

$$\begin{cases} IK = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2} \\ HK = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow IK = HK = \frac{a}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle IHK$ là tam giác đều. Do đó $\widehat{IKH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án D

Câu 42. Điều kiện $u_1 > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7 \\ \Leftrightarrow\ & \log_2^2 u_1 + 2\log_2 5 \log_2 u_1 + \log_2^2 u_1 + 2\log_2 7 \log_2 u_1 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \log_2 u_1 \left(\log_2 u_1 + \log_2 35\right) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \log_2 u_1 = 0 \\ \log_2 u_1 + \log_2 35 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u_1 = 1 \text{ (loại)} \\ u_1 = \dfrac{1}{35} \text{ (nhận).} \end{array}\right. \end{aligned}$$

Dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{35}$ và $q = 7$ nên $u_n = \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1}$.

Theo đề bài

$$u_n > 1111111 \Leftrightarrow \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1} > 1111111 \Leftrightarrow 7^{n-1} > 38888885 \Leftrightarrow n \gtrsim 9{,}98.$$

Vậy $n = 10$.

Chọn đáp án D

Câu 43. Gọi $D(1+2t; -1+t; 2+3t) \in \Delta$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2;3;0) \\ \overrightarrow{AC} = (-2;1;-1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-3;-2;4)$ và $\overrightarrow{AD} = (-1+2t; -2+t; 2+3t)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD} = 4t + 15$.

Theo đề bài

$$\begin{aligned}
& V_{ABCD} = \frac{17}{6} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right| = \frac{17}{6} \\
\Leftrightarrow\ & |4t+15| = 17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{2} \\ t = -8. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Do $a>0$ nên $D\left(2;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Khi đó $T = a+b+c = 2-\frac{1}{2}+\frac{7}{2} = 5$.

Chọn đáp án A

Câu 44. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned}
& x^4+(m-5)x^2-mx+4-2m = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (x+1)(x-2)(x^2+x+m-2) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x^2+x+m-2 = 0. \quad (1) \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Để đồ thị hàm số $y = x^4+(m-5)x^2-mx+4-2m$ tiếp xúc với trục hoành thì phương trình (1) phải có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=2$ hoặc có nghiệm kép khác -1 và -2

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-1+m-2 = 0 \\ 4+2+m-2 = 0 \\ 1-4(m-2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -4 \text{ (loại)} \\ m = \dfrac{9}{4}. \end{array}\right.$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn đề.

Chọn đáp án A

Câu 45. Đặt $\begin{cases} u = \cos\dfrac{\pi x}{2} \\ \mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = -\dfrac{\pi}{2}\sin\dfrac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x \\ v = f(x). \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 f'(x)\cos\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{4} \\
\Leftrightarrow\ & f(x)\cos\frac{\pi x}{2}\Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{\pi}{2}\cdot f(x)\sin\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{4} \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^1 f(x)\sin\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Mặt khác
$$\int_0^1 \left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{1-\cos\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{\pi}\sin\pi x\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2}.$$
Ta có
$$\int_0^1 f^2(x)\,\mathrm{d}x - 2\int_0^1 f(x)\cdot 3\sin\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x + 9\int_0^1 \left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = 0$$
$$\Leftrightarrow \int_0^1 \left(f(x) - 3\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = 0$$
$$\Leftrightarrow f(x) = 3\sin\frac{\pi x}{2}.$$
Vậy $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 3\sin\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x = -\frac{6}{\pi}\cos\frac{\pi x}{2}\Big|_0^1 = \frac{6}{\pi}$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Ta có
$$4(z-\bar{z}) - 15i = i(z+\bar{z}-1)^2$$
$$\Leftrightarrow 4(2bi) - 15i = i(2a-1)^2$$
$$\Leftrightarrow 8b - 15 = (2a-1)^2$$
$$\Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = 2b - \frac{15}{4}. \qquad (1)$$
Từ (1) suy ra $2b - \frac{15}{4} \geq 0 \Leftrightarrow b \geq \frac{15}{8}$.

Ta có
$$\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (b+3)^2 = b^2 + 8b + \frac{21}{4}.$$
Xét hàm số $f(b) = b^2 + 8b + \frac{21}{4}$ trên $\left[\frac{15}{8}; +\infty\right)$ ta có bảng biến thiên

b	$\frac{15}{8}$	$+\infty$
$f'(b)$	+	
$f(b)$	$f\left(\frac{15}{8}\right)$ ↗	$+\infty$

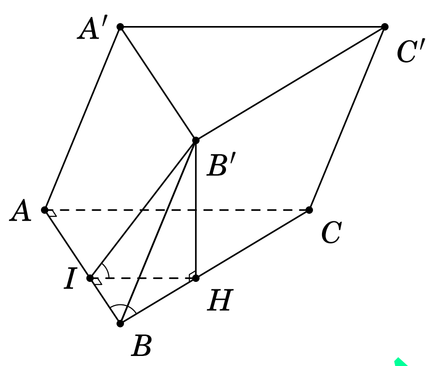
Từ bảng biến thiên trên suy ra $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $b = \frac{15}{8}$, khi đó $a = \frac{1}{2}$.

Vậy $P = -a + 4b = -\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{15}{8} = 7$.

Chọn đáp án A

Câu 47.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên cạnh BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn nên H thuộc đoạn BC) suy ra $B'H \perp (ABC)$.



Xét $\triangle ABC$, ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = 2a \cdot \cos 60^\circ = a.$$

Khi đó $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc H lên cạnh $AB \Rightarrow HI \parallel AC \Rightarrow AB \perp (B'IH) \Rightarrow AB \perp B'I$.

Khi đó

$$\left((ABB'A'),(ABC)\right) = (IH, IB') = \widehat{B'IH} = 45^\circ.$$

Đặt $B'H = h$, suy ra $B'H = IH = h$. Xét $\triangle BIH$

$$\sin 60^\circ = \frac{IH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

Xét $\triangle BB'H$, ta có

$$\begin{aligned} & BB'^2 = BH^2 + B'H^2 \\ \Leftrightarrow\ & (2a)^2 = \left(\frac{2h}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2 \\ \Leftrightarrow\ & h^2 = \frac{12a^2}{7} \Leftrightarrow h = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}. \end{aligned}$$

Vậy $V = S_{ABC} \cdot B'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án B

Câu 48. Gọi N là điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (Q), suy ra $N(n;0;0)$.

Gọi I thuộc (Q) là trung điểm của đoạn MN suy ra (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN.

Khi đó MN có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_Q = (2;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng MN là

$$MN : \begin{cases} x = n + 2t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow I(n+2t; -t; 2t).$$

Vì I thuộc (Q) nên tọa độ điểm I thỏa mãn phương trình

$$2n + 4t + t + 4t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2n+4}{9}.$$

Khi đó $I\left(\frac{5n-8}{9}; \frac{2n+4}{9}; -\frac{4n+8}{9}\right)$ suy ra $M\left(\frac{n-16}{9}; \frac{4n+8}{9}; -\frac{8n+16}{9}\right)$.

Do M thuộc (P) nên tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình

$$\frac{n-16}{9} + 2 \cdot \frac{4n+8}{9} - \frac{8n+16}{9} + 1 = 0 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy tung độ của điểm M bằng $\dfrac{4n+8}{9} = \dfrac{4\cdot 7+8}{9} = 4$.
Chọn đáp án A

Câu 49. Chọn 6 ô trong 7 ô có C_7^6 cách.
Trong 6 ô được chọn có C_6^3 cách chọn 3 ô để xếp 3 quả cầu xanh và có 3! cách xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô trống còn lại.
Do đó số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega) = \mathrm{C}_7^6 \cdot \mathrm{C}_6^3 \cdot 3! = 840$.
Gọi biến cố A: "xếp 3 quả cầu màu đỏ cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh cạnh nhau".
Đầu tiên xếp 3 quả cầu đỏ cạnh nhau có 3! cách.

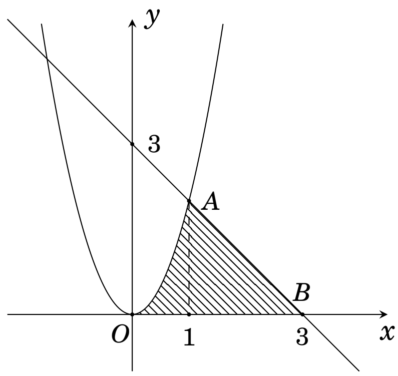
- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp đầu hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 2 cách xếp.

- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp nhau ở giữa hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 1 cách xếp.

Khi đó $n(A) = 3!(2\cdot 2 + 2\cdot 1) = 36$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{36}{840} = \dfrac{3}{70}$.
Chọn đáp án A

Câu 50.
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^2 = 3 - x \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$$



Ta có $S_{OAB} = \displaystyle\int_0^1 2x^2\,\mathrm{d}x + \int_1^3 (3-x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^3\Big|_0^1 + \left(3x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^3 = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án A