ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

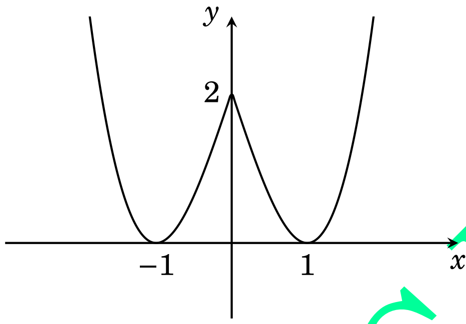
(Đề thi có 8 trang)

(Đề thi thử Toán Học Tuổi Trẻ lần 8, 2018)

Mã đề thi 056

Họ và tên thí sinh:.................................

Câu 1. Đồ thị hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = 2(x^2 - 1)^2$. **C.** $y = |x^3| - 3|x| + 2$. **D.** $y = x^2 - 2|x|^2 + 2$.

Câu 2. Cho hai mặt phẳng phân biệt α và β và đường thẳng a. Xét các mệnh đề sau đây

I) $\begin{cases} \alpha \perp a \\ \beta \perp a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta$; III) $\begin{cases} a \perp \beta \\ \alpha \perp \beta \end{cases} \Rightarrow a \parallel \alpha$;

II) $\begin{cases} \alpha \parallel a \\ \beta \parallel a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta$; IV) $\begin{cases} \alpha \parallel \beta \\ \alpha \perp a \end{cases} \Rightarrow a \perp \beta$.

Hỏi trong bốn mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Cho hai số thực a, b khác 0 và hàm số $y = \ln(2018 + ax) + \ln(2018 + bx)$. Tính $P = ab$, biết $y'(1) = 1$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 2018$. **C.** $P = \dfrac{1}{2018}$. **D.** $P = 2018^2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (xOy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$. **B.** $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 11 \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 16 \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 5. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y=4\cos^4 x-3\cos^2 x$. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $F(x)=\dfrac{\cos 4x}{8}+\dfrac{\cos 2x}{4}+C$. **B.** $F(x)=\sin^3 x\cos x+C$.

C. $F(x)=-\sin x\cos^3 x+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\sin 4x}{8}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

Câu 6. Tính số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2018}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{2018}$ có kết quả là

A. 2. **B.** -2. **C.** $2i$. **D.** $1+i$.

Câu 7. Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến của chúng sẽ có bao nhiêu vị trí tương đối?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 8. Cho $S_1=(2+\sqrt{3})^{2^2+4^2+\cdots+2018^2}$ và $S_2=(2-\sqrt{3})^{1^2+3^2+\cdots+2017^2}$. Kết quả của $\log_{26+15\sqrt{3}}(S_1S_2)$ bằng

A. 679057. **B.** 579067. **C.** 679067. **D.** 470071.

Câu 9. Cho hình nón có đường sinh gấp 3 lần bán kính của đáy thì tỉ số k giữa đường cao và đường sinh của nó là

A. $k=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $k=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $k=\dfrac{1}{3}$. **D.** $k=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. Xét các giới hạn sau

I. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=1$; III. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=-1$;

II. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=-1$; IV. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=1$;

Kết quả nào sau đây đúng?

A. I và III. **B.** II và III. **C.** II và IV. **D.** I và IV.

Câu 11. Cho $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{(\sin x+\cos x)^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I\in(-1;3)$. **B.** $I\in(-2;0)$. **C.** $I\in(-7;-5)$. **D.** $I\in[3;8]$.

Câu 12. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1,z_2\neq 0$ và $z_2^2-2z_1z_2+2z_1^2=0$. Tính $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|$.

A. $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{3}$. **B.** $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|=2\sqrt{2}$. **C.** $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{2}$.

Câu 13. Để giải phương trình $2^x(3x^2-2)=2x$ bạn Việt tiến hành giải bốn bước sau:

Bước 1. Ta nhận thấy phương trình không có nghiệm $x=0$ nên phương trình tương đương $\dfrac{3x^2-2}{2x}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Bước 2. Ta nhận thấy phương trình có nghiệm $x=1$.

Bước 3. Ta có vế phải $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (vì cơ số $\dfrac{1}{2}<1$); vế trái $y=\dfrac{3x^2-2}{2x}$ có $y'=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{x^2}>0,\forall x\neq 0$, nên vế trái là hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Bước 4. Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

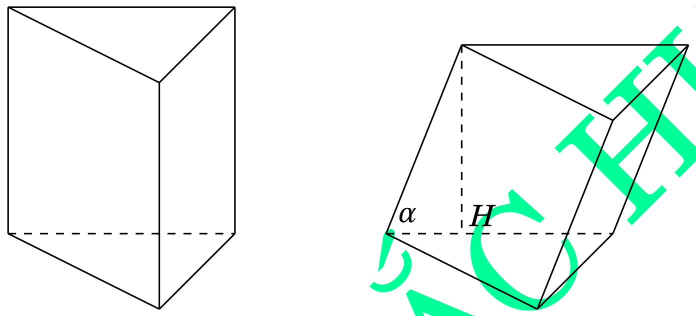
A. Bạn Việt giải hoàn toàn đúng. **B.** Bạn Việt giải sai từ bước 2.

C. Bạn Việt giải sai từ bước 3. **D.** Bạn Việt giải sai từ bước 4.

Câu 14. Có bao nhiêu số thực a để $\int\limits_0^1 \frac{x}{a+x^2}\,\mathrm{d}x = 1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15. Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Người ta ấn (đẩy) lăng trụ đó trở thành một lăng trụ xiên (*vẫn giữ nguyên đáy và cạnh bên như hình vẽ*) để thể tích giảm đi một nửa lúc ban đầu. Hỏi cạnh bên của lăng trụ xiên lúc này tạo với đáy góc α bằng bao nhiêu?



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $40°$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $M(1;2;3)$, $N(-1;2;0)$, $P(-1;4;3)$, $Q(0;0;6)$, $R(0;2;4)$. Hỏi điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng của tứ giác tạo bởi bốn điểm còn lại?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** R.

Câu 17. Hỏi trong khoảng $(0;3\pi)$ có bao nhiêu điểm để hàm số $y=\cos x+\sin x$ đạt cực đại?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18. Số nghiệm của phương trình $\log_{2018}|x|+x^2=2017$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 19. Cho số thực a và hàm số $y=\sqrt{ax^2+2018x+2019}-\sqrt{ax^2+2017x+2018}$. Số tiệm cận nhiều nhất nếu có của đồ thị hàm số trên là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

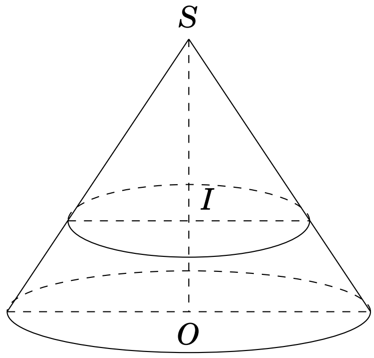
Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;4;1)$, $B(-3;-2;-2)$. Đường thẳng qua A và B cắt mặt phẳng (Oxy) tại M. Tính tỉ số $k=\frac{MA}{MB}$.

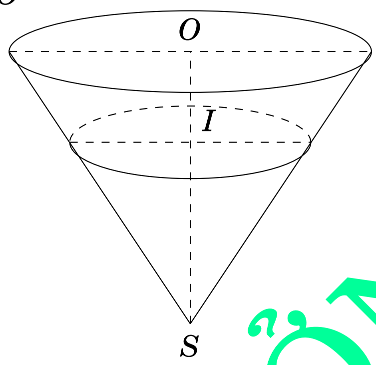
A. $k=-\frac{1}{2}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=-2$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho góc tù x thỏa mãn $14\cos^2 x+\sin 2x=2$. Khi đó $\cos x$ bằng

A. $\cos x=-\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\cos x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos x=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\cos x=-\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 22. Cho cái phễu đựng nước hình nón có trục SO như hình vẽ. Cho trục SO thẳng đứng, từ nắp đỉnh S ta đổ một lượng nước vào phễu để nước dâng lên vị trí I trên thuộc trục SO và giả sử rằng khi ta lật ngược phễu lại nhưng vẫn giữ nguyên trục SO thẳng đứng thì mực nước vẫn ở vị trí ban đầu I của nó. Tính tỉ số $k = \dfrac{SI}{SO}$.





A. $k = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $k = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $k = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $k = \dfrac{1}{2}$.

Câu 23. Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = 2018$, $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2017$.

Giá trị của $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 2$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = -1$.

Câu 24. Cho 3 số thực a, b, c lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\dfrac{b}{c}\right)$. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_a x + \log_b x > \log_c x$ là

A. $x < 1$. **B.** $x > 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 1 \end{array}\right.$. **D.** $0 < x < 1$.

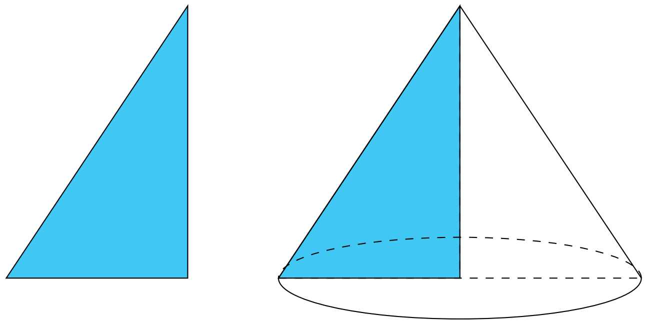
Câu 25. Tập hợp nào dưới đây chứa số thực a để $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x}{\cos^2(ax)}\,\mathrm{d}x = \frac{4}{\pi} - \frac{8}{\pi^2}\ln 2$?

A. $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

Câu 26. Lấy ngẫu nhiên một số có 4 chữ số đôi một phân biệt. Tính xác suất p để số được lấy không lớn hơn 2018.

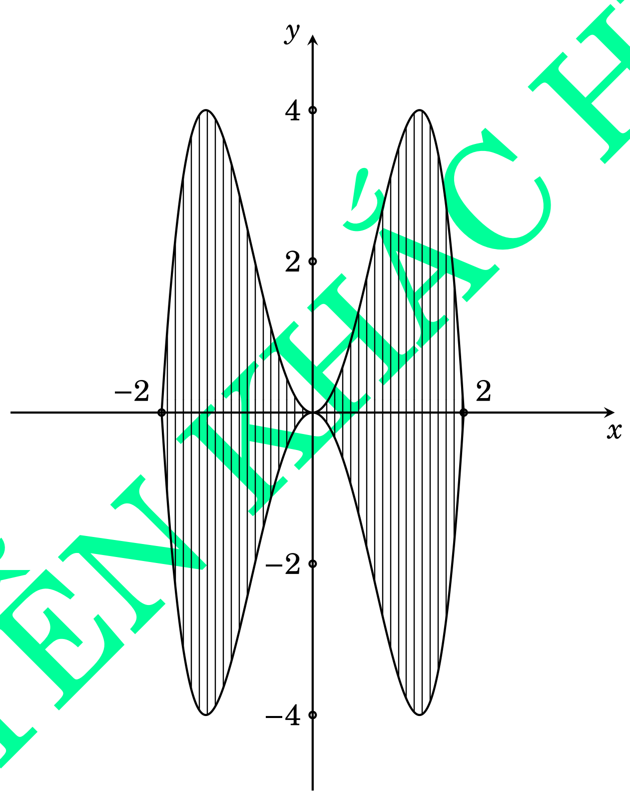
A. $p = \dfrac{85}{756}$. **B.** $p = \dfrac{510}{1134}$. **C.** $p = \dfrac{509}{4536}$. **D.** $p = \dfrac{84}{756}$.

Câu 27. Gọi T là tập hợp các tầm bìa có hình dạng tam giác vuông có cạnh huyền không đổi bằng a. Lấy một tấm bìa tùy ý trong T chọn một cạnh bên làm trục rồi quay chung quanh tấm bìa đó với trục đã chọn tạo thành một hình nón (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ theo a của hình nón tạo thành bằng



A. $\dfrac{2\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{9}$.

Câu 28. Ông Rich muốn gắn những viên kim cương nhỏ vào một mô hình như cánh bướm theo hình vẽ bên dưới. Để tính diện tích đó ông đưa vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ thì nhận thấy rằng diện tích mô hình đó là phần giao (tô) giữa hai hàm số trùng phương $y = f(x)$, $y = g(x)$ đối xứng nhau qua trục hoành. Hỏi ông Rich đã gắn bao nhiêu viên kim cương trên mô hình đó biết rằng mỗi đơn vị vuông trên mô hình đó mất 15 viên kim cương?



A. 256. **B.** 128. **C.** 64. **D.** 265.

Câu 29. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\displaystyle\int_0^1 \frac{2abx + a + b}{(1+ax)(1+bx)}\,\mathrm{d}x = 0$. Giá trị của $S = ab + a + b$ bằng

A. $S = 0, S = 1$. **B.** $S = -2, S = 0$. **C.** $S = 1, S = -2$. **D.** $S = -2, S = 1$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \log_{2017}\left(\dfrac{x}{1-x}\right)$. Tổng $S = f\left(\dfrac{1}{2019}\right) + f\left(\dfrac{2}{2019}\right) + \cdots + f\left(\dfrac{2018}{2019}\right)$ bằng

A. $S = 1008$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = 1009$.

Câu 31. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn điều kiện $x_1 = 1, x_{n+1} - x_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Số hạng x_{2018} bằng

A. $x_{2018}=\dfrac{4036}{2018}$. **B.** $x_{2018}=\dfrac{4035}{2018}$. **C.** $x_{2018}=\dfrac{4037}{2018}$. **D.** $x_{2018}=\dfrac{4034}{2018}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$. Tìm trên mặt phẳng (P): $x+y+z+2=0$ điểm M sao cho tổng $MA^2+2MB^2+3MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(-\dfrac{5}{18};-\dfrac{13}{9};-\dfrac{5}{18}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{5}{18};-\dfrac{5}{18};-\dfrac{13}{9}\right)$.

C. $M\left(-\dfrac{13}{9};-\dfrac{5}{18};-\dfrac{5}{18}\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{9};-\dfrac{1}{9};-\dfrac{16}{9}\right)$.

Câu 33. Tập hợp nào dưới đây có chứa số thực m để diện tích giới hạn bởi đường cong (C): $y=x^3-3x$ và đường thẳng (d): $y=mx$ có diện tích bằng 8(đvdt)?

A. $(-8;0)$. **B.** $(-8;3)$. **C.** $(1;7)$. **D.** $(-3;0)$.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x-\cos 2x+2018\sin^2\dfrac{x}{3}=0$ trong đoạn $[0;16]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Với mọi tham số thực k thuộc tập nào dưới đây để phương trình

$$\log_2^2\left(\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right)-4\log_2(\cos x+\sin x)-2-4k=0$$

có nghiệm?

A. $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2018)$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+2i|=\sqrt{5}$. Khi đó số phức $w=z+1+i$ có môđun lớn nhất $|w|_{\max}$ bằng

A. $|w|_{\max}=20$. **B.** $|w|_{\max}=2\sqrt{5}$. **C.** $|w|_{\max}=\sqrt{5}$. **D.** $|w|_{\max}=5\sqrt{2}$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối nón có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác SAB và đỉnh của khối nón nằm trên mặt phẳng (SDC).

A. $V=\dfrac{2\pi a^3}{21}$. **B.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{27}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{21}$. **D.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{9}$.

Câu 38. Trong khoảng $(0;2018)$ phương trình $\tan x=2018^{\cos 2x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 322. **B.** 642. **C.** 323. **D.** 643.

Câu 39. Cho hàm số $y=x^3-x^2+2$ có đồ thị (C). Hỏi trên đường thẳng $x=1$ tồn tại bao nhiêu điểm để từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến phân biệt?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 40. Một đề trắc nghiệm môn toán có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án chọn, trong đó có 1 phương án đúng, chọn phương án đúng thì câu đó được 0,2 điểm. Trong thời gian cho phép 90 phút bạn Lân đã làm bài chắc chắn đúng 40 câu, 10 còn lại bạn trả lời ngẫu nhiên. Tính xác suất p để bạn Lân được đúng 9 điểm.

A. $p=\left(\dfrac{1}{4}\right)^5\cdot\left(\dfrac{3}{4}\right)^5\cdot \mathrm{C}_{10}^5$. **B.** $p=\left(\dfrac{1}{4}\right)^5\cdot\left(\dfrac{3}{4}\right)^5$. **C.** $p=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot \mathrm{C}_{10}^5$. **D.** $p=\dfrac{1}{4}\cdot \mathrm{C}_{10}^5$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm $M(1;-1;1)$, $N(0;-1;0)$ và cắt hình cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=5$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích $S=\pi$.

A. $2x+y-2z+1=0,\ 3x+y-3z+1=0$. **B.** $3x-y-3z-1=0,\ 2x-y-2z-1=0$.

C. $2x+y-2z+1=0,\ 2x-y-2z-1=0$. **D.** $3x+y-2z+1=0,\ 3x-y-3z-1=0$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}=u_n+2(n+1) \quad \text{với } n=1,2,3,\ldots \end{cases}$$

Khi đó $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau

$$(d_1)\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3} \text{ và } (d_2)\colon \frac{x}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}.$$

Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với (d_1) và (d_2) sao cho khoảng cách từ (d_1) đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ (d_2) đến (P).

A. $x-2y+z+4=0,\ x-2y+z-\frac{4}{3}=0$. **B.** $x+2y+z+4=0,\ x+2y+z+\frac{4}{3}=0$.

C. $x-2y+z+4=0,\ x-2y+z+\frac{4}{3}=0$. **D.** $x+2y+z+4=0,\ x-2y+z+\frac{4}{3}=0$.

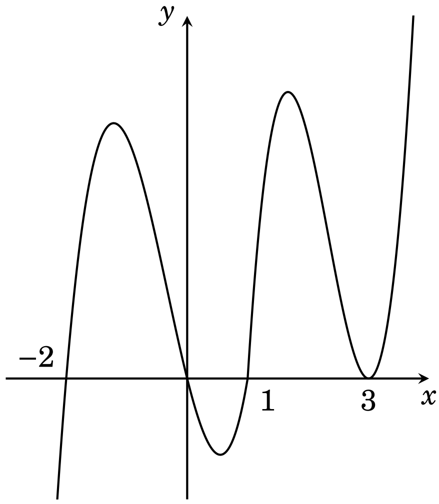
Câu 44. Cho hàm số $y=x^3-2x^2-(m-1)x+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số và hai trục Ox,Oy có diện tích không lớn hơn 1 (đvdt)?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45. Cho hai số phức z_1, z_2 đồng thời thỏa mãn hai điều kiện $|z-1|=\sqrt{34}$ và $|z+1+mi|=|z+m+2i|$ trong đó $m\in\mathbb{R}$, sao cho $|z_1-z_2|$ lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1+z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{130}$. **C.** 2. **D.** 10.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f(x^2)=m$ (với m là số thực) là



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 47. Cho số thực $x>0$. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ biết rằng $\mathrm{C}_n^{k-2}+2\mathrm{C}_n^{k-1}+\mathrm{C}_n^k=\dfrac{2018\mathrm{C}_{n+1}^{k-1}}{k}$ với k,n là các số nguyên dương thỏa mãn $2\leqslant k\leqslant n$.

A. C_{2016}^{1008}. **B.** $\mathrm{C}_{2016}^{1008}\cdot 2^{1009}$. **C.** $\mathrm{C}_{2016}^{1008}\cdot 2^{1008}$. **D.** $\mathrm{C}_{2014}^{1007}\cdot 2^{1007}$.

Câu 48. Mồng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{25}{63}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{21}$.

Câu 49. Cho hai số thực dương thay đổi a,b và thỏa mãn điều kiện $\ln a\cdot(1-\ln b)=\ln b\cdot\sqrt{4-\ln^2 a}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $\log_b a$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $2(\sqrt{2}-1)$. **B.** $2(\sqrt{2}+1)$. **C.** $2(1-\sqrt{2})$. **D.** $\sqrt{2}-1$.

Câu 50. Cho họ đường cong (C_m): $y=(m+1)x^3-(3m-1)x^2-x+3m$, với mọi tham số m tùy ý, ta xét các khẳng định sau đây

I. (C_m) luôn không đi qua điểm cố định nào.

II. (C_m) luôn đi qua 1 điểm cố định nằm trên Parabol $y=4x^2-x-3$.

III. (C_m) luôn đi qua 2 điểm cố định nằm trên đường cong $y=2x^3-2x^2-x-3$.

IV. (C_m) luôn đi qua 3 điểm cố định là ba đỉnh của tam giác nhận $G(1;8)$ làm trọng tâm.

Hỏi trong bốn khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** B	**11** A	**16** B	**21** A	**26** A	**31** B	**36** B	**41** C	**46** C
2 B	**7** B	**12** D	**17** B	**22** B	**27** B	**32** B	**37** D	**42** D	**47** C
3 D	**8** A	**13** D	**18** B	**23** D	**28** A	**33** B	**38** D	**43** C	**48** A
4 B	**9** A	**14** B	**19** C	**24** D	**29** B	**34** C	**39** C	**44** B	**49** A
5 D	**10** A	**15** B	**20** D	**25** D	**30** C	**35** A	**40** A	**45** C	**50** B

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = |x^3| - 3|x| + 2$.
Chọn đáp án C

Câu 2. Mệnh đề I đúng.
Mệnh đề II sai vì α và β có thể cắt nhau.
Mệnh đề III sai a có thể thuộc α.
Mệnh đề IV đúng.
Chọn đáp án B

Câu 3. Ta có $y' = \dfrac{a}{2018+ax} + \dfrac{b}{2018+bx} \Rightarrow y'(1) = \dfrac{a}{2018+a} + \dfrac{b}{2018+b} = 1 \Rightarrow ab = 2018^2$.
Chọn đáp án D

Câu 4. Mặt phẳng (xOy) là mặt phẳng $z=0$ cho nên phương trình của đường tròn là

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ z = 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án B

Câu 5. Ta có $4\cos^4 x - 3\cos^2 x = \dfrac{\cos 4x}{2} + 2\cos 2x + \dfrac{3}{2} - \dfrac{3(\cos 2x + 1)}{2} = \dfrac{\cos 4x}{2} + \dfrac{\cos 2x}{2}$.
$F(x) = \displaystyle\int \left(\dfrac{\cos 4x}{2} + \dfrac{\cos 2x}{2}\right)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin 4x}{8} + \dfrac{\sin 2x}{4} + C$.
Chọn đáp án D

Câu 6. $z = i^{2018} + (-i)^{2018} = -2$.
Chọn đáp án B

Câu 7. Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến song song hoặc đồng quy.

Chọn đáp án B

Câu 8. Ta có $(2k)^2-(2k-1)^2=4k-1$ suy ra

$$S_1S_2=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2^2-1^2+4^2-3^2+\cdot+2018^2-2017^2}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{4\cdot1-1+4\cdot2-1+\cdots+4\cdot1009-1}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2037171}$$

Vậy $\log_{26+15\sqrt{3}}(S_1S_2)=\dfrac{1}{3}\log_{2+\sqrt{3}}\left(2+\sqrt{3}\right)^{2037171}=679057.$

Chọn đáp án A

Câu 9. Ta có $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{8r^2}=2\sqrt{2}r$, suy ra $k=\dfrac{h}{l}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 10. $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(x-1)(x-2)}{1-x}=1.$

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-1}=-1.$

Chọn đáp án A

Câu 11. $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{(\sin x+\cos x)^2}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1}{2}\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}.$

Chọn đáp án A

Câu 12. $z_2^2-2z_1z_2+2z_1^2=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^2-2\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)+2=0\Leftrightarrow\dfrac{z_2}{z_1}=1\pm i\Rightarrow\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{2}.$

Chọn đáp án D

Câu 13. Bạn Việt giải sai từ bước 4 vì hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=\dfrac{3x^2-2}{2x}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ không khẳng định được phương trình $\dfrac{3x^2-2}{2x}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án D

Câu 14. $a+x^2\neq0$ với mọi $x\in[0;1]\Rightarrow a>0$ hoặc $a<-1$.

$$\int_0^1\frac{x}{a+x^2}\,\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}\ln\left|a+x^2\right|\Big|_0^1=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{a+1}{a}\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2-1}\\ a=-\dfrac{1}{\mathrm{e}^2+1}\ \text{(loại)}\end{array}\right.$$

Chọn đáp án B

Câu 15. Gọi cạnh bên của khối lăng trụ đứng là h, thể tích của khối lăng trụ xiên bằng một nửa thể tích khối lăng trụ đứng cho nên chiều cao của nó bằng $\frac{h}{2}$. Khối lăng trụ xiên có cạnh bên bằng h, suy ra $\sin\alpha = \frac{\frac{h}{2}}{h} = \frac{1}{2}$ cho nên $\alpha = 30°$.
Chọn đáp án B

Câu 16. Ta có $\overrightarrow{MP} = (-2;2;0)$, $\overrightarrow{MQ} = (-1;-2;3)$, $\overrightarrow{MR} = (-1;0;1)$, $\left(\overrightarrow{MP} \wedge \overrightarrow{MQ}\right) \cdot \overrightarrow{MR} = 0$, suy ra bốn điểm M,P,Q,R đồng phẳng. Phương trình mặt phẳng chứa bốn điểm M,P,Q,R là (α): $x+y+z-6=0$, dễ thấy N không thuộc (α).
Chọn đáp án B

Câu 17. $y' = \cos x - \sin x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}; x = \frac{5\pi}{4}; x = \frac{9\pi}{4}$.
$y'' = -\sin x - \cos x$, $y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$, $y''\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, $y''\left(\frac{9\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$.
Vậy hàm số có 2 điểm cực đại trên khoảng $(0;3\pi)$.
Chọn đáp án B

Câu 18. Đặt $t = |x|$, $t > 0$, ta có phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$. Hàm số $f(t) = \log_{2018} t + t^2 - 2017$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(1)\cdot f(50) < 0$ cho nên phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$ có đúng một nghiệm $t_0 > 0$. Suy ra phương trình $\log_{2018}|x| + x^2 = 2017$ có 2 nghiệm phân biệt.
Chọn đáp án B

Câu 19. Dễ thấy nếu $a < 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.
Với $a = 0$, $y = \frac{x+1}{\sqrt{2018x+2019}+\sqrt{2017x+2018}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}(y - ax) = +\infty$ hoặc $-\infty$ khi $a \neq 0$ cho nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.
Với $a > 0$, $y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+2018x+2019}+\sqrt{ax^2+2017x+2018}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \frac{1}{2\sqrt{a}}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\frac{1}{2\sqrt{a}}$ suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
Chọn đáp án C

Câu 20. $M \in (Oxy) \Rightarrow M(a;b;0)$. Điểm M thuộc đường thẳng đi qua AB cho nên

$$\frac{a-3}{6} = \frac{b-4}{6} = \frac{0-1}{3} \Rightarrow a = 1; b = 2$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;-2;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (-6;-6;-3)$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, suy ra $k = \frac{1}{2}$.
Chọn đáp án D

Câu 21. $14\cos^2 x + \sin 2x = 2 \Leftrightarrow 14 + 2\tan x = 2\left(1+\tan^2 x\right) \Leftrightarrow \tan^2 x - \tan x - 6 = 0$, góc $x > 90°$ cho nên $\tan x = -2$, suy ra $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.
Chọn đáp án A

Câu 22. Gọi V là thể tích của khối nón chiều cao SO, V' là thể tích của khối nón chiều cao SI. Thể tích của nước không đổi nên

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Chọn đáp án B

Câu 23. Vì $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ nên

$$\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2018 \Rightarrow \int_{2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = -2018$$

Khi đó, $I = \int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = 2017 - 2018 = -1.$

Chọn đáp án D

Câu 24. Theo giả thiết $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\frac{b}{c}\right) \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b < 0$. Ta có

$$\begin{aligned}\log_a x + \log_b x > \log_c x &\Leftrightarrow \log_a x + \frac{\log_a x}{\log_a b} > \frac{\log_a x}{\log_a c}\\ &\Leftrightarrow \log_a x \left(\log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b\right) > 0\\ &\Leftrightarrow \log_a x < 0\\ &\Leftrightarrow 0 < x < 1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D

Câu 25. Đặt $u = x$, $\mathrm{d}v = \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2(ax)}$, ta có

$$\begin{aligned}\int_0^1 \frac{x}{\cos^2(ax)}\,\mathrm{d}x &= \left.\frac{x\tan(ax)}{a}\right|_0^1 - \int_0^1 \frac{\tan(ax)}{a}\,\mathrm{d}x\\ &= \left.\frac{x\tan(ax)}{a}\right|_0^1 + \left.\frac{\ln|\cos(ax)|}{a^2}\right|_0^1\\ &= \frac{\tan a}{a} + \frac{\ln|\cos a|}{a^2}\end{aligned}$$

Suy ra $a = \frac{\pi}{4} \in (0;1)$.

Chọn đáp án D

Câu 26. Ta có $n(\Omega) = 9\mathrm{A}_9^3$. Gọi $\overline{abcd}$ là số có 4 chữ số đôi một phân biệt và $\overline{abcd} \leqslant 2018$.

Với $a = 2$, ta có $b = 0$, $c = 1$, $d = 3,4,5,6,7,8$.

Với $a = 1$, có A_9^3 cách chọn các chữ số b,c,d.

Vậy $p = \frac{6 + \mathrm{A}_9^3}{9\mathrm{A}_9^3} = \frac{85}{756}$

Chọn đáp án A

Câu 27. Gọi chiều cao và bán kính của khối nón là h và r. Ta có $a^2 = h^2 + r^2$ và $V = \frac{1}{3}\pi h r^2 = \frac{1}{3}\pi h(a^2 - h^2)$.

$V'(h) = \frac{\pi}{3}(a^2 - 3h^2)$, $V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow V_{\max} = \frac{\pi a\sqrt{3}}{3}\left(a^2 - \frac{a^2}{3}\right) = \frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

Chọn đáp án B

Câu 28. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại $(2;0)$, $(-2;0)$ có giá trị cực đại bằng 4, giá trị cực tiểu bằng 0, dễ thấy $a = -1, b = 4, c = 0$, $f(x) = -x^4 + 4x^2$, $g(x) = x^4 - 4x^2$. Ta có

$$S = \int\limits_{-2}^{2} \left(-x^4 + 4x^2 - (x^4 - 4x^2)\right)\, \mathrm{d}x = \frac{256}{15}$$

Vậy ông Rich đã gắn $15 \cdot \frac{256}{15} = 256$ viên kim cương.

Chọn đáp án A

Câu 29. Ta có

$$\int\limits_0^1 \frac{2abx + a + b}{(1+ax)(1+bx)}\, \mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \left(\frac{a}{ax+1} + \frac{b}{bx+1}\right) \mathrm{d}x = \ln|ax+1|\Big|_0^1 + \ln|bx+1|\Big|_0^1 = \ln|(a+1)(b+1)| = 0.$$

Suy ra $|ab + a + b + 1| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ab + a + b = 0 \\ ab + a + b = -2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B

Câu 30. Nếu $a + b = 1$ thì $f(a) + f(b) = \log_{2017}\frac{a}{1-a} + \log_{2017}\frac{b}{1-b} = \log_{2017} 1 = 0$. Suy ra

$$S = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + f\left(\frac{2017}{2019}\right) + \cdots + f\left(\frac{1009}{2019}\right) + f\left(\frac{1010}{2019}\right) = 0.$$

Chọn đáp án C

Câu 31. Ta có

$$x_{n+1} - x_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n-1}(x_{k+1} - x_k) = \sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_n - x_1 = 1 - \frac{1}{n}$$
$$\Leftrightarrow x_n = \frac{2n-1}{n}.$$

Chọn đáp án B

Câu 32. Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, dễ thấy $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$. Khi đó

$$S = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2.$$

Ta thấy I là điểm cố định nên S nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).
$MI \perp (P) \Rightarrow M\left(\frac{2}{3}+t; \frac{2}{3}+t; -\frac{1}{2}+t\right)$, $M \in (P) \Leftrightarrow \frac{2}{3}+t+\frac{2}{3}+t-\frac{1}{2}+t+2=0 \Leftrightarrow t=-\frac{17}{18}$.
Vậy $M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}\right)$.
Chọn đáp án B

Câu 33. Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3-3x=mx \Leftrightarrow x(x^2-m-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m+3} \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ và đường thẳng $y=mx$ cũng đi qua gốc tọa độ nên diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng (d) là

$$S=2\int_0^{\sqrt{m+3}} \left|x^3-(m+3)x\right| \, \mathrm{d}x = 2\int_0^{\sqrt{m+3}} \left[(m+3)x-x^3\right] \mathrm{d}x = 8$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-7 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Chọn đáp án B

Câu 34. Ta có

$$\cos^4 x-\cos 2x+2018\sin^2\frac{x}{3}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(1+\cos 2x)^2-\cos 2x+2018\sin^2\frac{x}{3}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1-\cos 2x)^2+2018\sin^2\frac{x}{3}=0$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos 2x=1 \\ \sin\frac{x}{3}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=m\pi \\ \frac{x}{3}=n\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=3n \\ x=m\pi \end{array}\right.$$

Theo giả thiết $0 \leqslant m\pi \leqslant 16 \Rightarrow m=0, m=3$.
Chọn đáp án C

Câu 35. Đặt $t=\log_2(\cos x+\sin x)$, $\cos x+\sin x \leqslant \sqrt{2}$ cho nên $t \leqslant \frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương

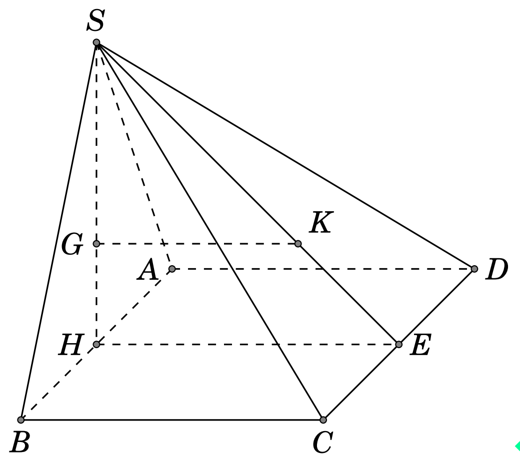
$$(2t-1)^2-4t=4k+2 \Leftrightarrow 4t^2-8t=4k+1 \text{ (1)}$$

Dễ thấy hàm số $f(t)=4t^2-8t$ nghịch biến trên nửa khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ suy ra phương trình (1) có nghiệm khi $4k+1 \geqslant f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow k \geqslant -\frac{1}{2}$.
Chọn đáp án A

Câu 36. Ta có $|z-1+2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w-2+i| = \sqrt{5} \geqslant |w| - |2-i| = |w| - \sqrt{5} \Rightarrow |w| \leqslant 2\sqrt{5}$, dấu " = " xảy ra khi $w = 4-2i$. Vậy $|w|_{\max} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B

Câu 37.



Dễ thấy tâm G của khối nón và đỉnh K của khối nón là trọng tâm các tam giác SAB, SCD và $GK = \dfrac{2a}{3}$. Thể tích của khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi SG^2 \cdot GK = \dfrac{\pi}{3} \cdot \dfrac{a^2}{3} \cdot \dfrac{2a}{3} = \dfrac{2\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án D

Câu 38. Dễ thấy $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ không là nghiệm của phương trình. Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình thì $\tan(x_0 \pm \pi) = \tan x_0 = 2018^{\cos 2x_0} = 2018^{\cos 2(x_0 \pm \pi)}$, suy ra $x_0 \pm \pi$ cũng là nghiệm của phương trình. Cho nên số nghiệm của phương trình khoảng $(0;2018)$ là số nghiệm của phương trình trên khoảng $(0;\pi)$ nhân với 642 cộng với số nghiệm của phương trình trên khoảng $(642\pi;2018)$.

Xét hàm số $f(x) = \tan x - 2018^{\cos 2x}$ với $x \in (0;\pi) \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$,

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 2\sin 2x \cdot 2018^{\cos 2x} \ln 2018 > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$$

Ta lại có $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -2017$; $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - 2018^{-\frac{1}{2}} > 0$ và $f(x) < 0, \forall x \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$, suy ra phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm x_0 thuộc $(0;\pi) \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$ và $x_0 \in \left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{3}\right)$, vậy phương trình $f(x) = 0$ có 642 nghiệm thuộc khoảng $(0;642\pi)$.

Mặt khác $\left(642\pi + \dfrac{\pi}{4};642\pi + \dfrac{\pi}{3}\right) \subset (0;2018)$ cho nên $x_0 + 642\pi$ là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$. Vậy phương trình có tất cả 643 nghiệm.

Chọn đáp án D

Câu 39. Gọi $M(1;a)$ là điểm thuộc $x = 1$ để từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến, $(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến qua M. Ta có

$$a = f'(x_0)(1-x_0) + x_0^3 - x_0^2 + 2 = -2x_0^3 + 4x_0^2 - 2x_0 + 2 \ (1)$$

Từ M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến khi (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt. Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng $y=a$ và đồ thị hàm số $g(x)=-2x^3+4x^2-2x+2$. Hàm số $g(x)=-2x^3+4x^2-2x+2$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{46}{27}$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra tồn tại hai điểm thuộc đường thẳng $x=1$ để từ đó kẻ được hai tiếp tuyến.

Chọn đáp án C

Câu 40. Để được đúng 9 điểm Lân phải trả lời đúng 45 câu, trong đó có 5 câu trả lời ngẫu nhiên, xác suất để trả lời đúng một câu là 0,25. Xác suất để Lân trả lời đúng 5 câu trong 10 câu khi trả lời ngẫu nhiên là $p=\mathrm{C}_{10}^{5}0{,}25^5\cdot 0{,}75^5$.

Chọn đáp án A

Câu 41. Mặt cầu có tâm $I(-2;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$, $S=\pi \Rightarrow r=1$, ta có

$$R^2=r^2+\mathrm{d}^2(I,(\alpha))\Rightarrow \mathrm{d}(I,(\alpha))=\sqrt{5-1}=2.$$

Phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$, dễ thấy MN là giao tuyến của hai mặt phẳng $x-z=0$ và $y+1=0$, khi đó (α): $a(x-z)+b(y+1)=0, (a^2+b^2\neq 0)$

$$\mathrm{d}(I,(\alpha))=2\Leftrightarrow \frac{|-3a|}{\sqrt{2a^2+b^2}}=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a}{b}=2 \\ \frac{a}{b}=-2 \end{array}\right.$$

Với $\frac{a}{b}=2$, chọn $a=2$, $b=1$, phương trình (α): $2x+y-2z+1=0$.

Với $\frac{a}{b}=-2$, chọn $a=2$, $b=-1$, phương trình (α): $2x-y-2z-1=0$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Ta có $u_n=u_{n-1}+2n=u_{n-2}+2(n-1)+2n=\cdots=u_1+2\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+2n=n(n+1)$, suy ra $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\cdots+\frac{1}{u_n}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n}{n+1}=1$.

Chọn đáp án D

Câu 43. Ta có $\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_1\wedge\vec{u}_2=(-4;8;-4)$. Lấy điểm $M(1;2;3)\in(d_1)$, $N(0;1;0)\in(d_2)$, gọi K là điểm thuộc đường thẳng MN sao cho $MK=2NK$, khi đó mặt phẳng đi qua K và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ là mặt phẳng cần tìm.

Trường hợp 1: $\overrightarrow{MK}=2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K(-1;0;-3)$ và (P): $x-2y+z+4=0$.

Trường hợp 2: $\overrightarrow{MK}=-2\overrightarrow{NK}$, ta tìm được $K\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3};1\right)$ và (P): $x-2y+z+\frac{4}{3}=0$.

Chọn đáp án C

Câu 44. $y'=3x^2-4x-(m-1)$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $3x^2-4x-(m-1)\geqslant 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\leqslant -\frac{1}{3}$.

$y=x^3-2x^2-(m-1)x+m=(x-1)(x^2-x-m)$ cho nên hàm số cắt trục hoành tại điểm $x=1$.

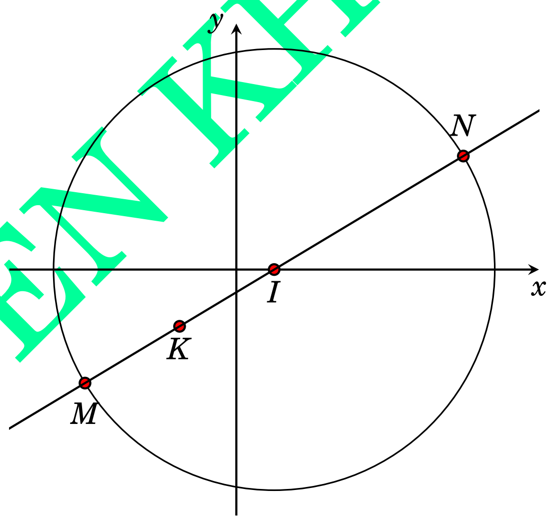
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và các trục tọa độ là

$$S=\int_0^1 \left|x^3-2x^2-(m-1)x+m\right|\,dx=-\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{(m-1)x^2}{2}+mx\right)\Bigg|_0^1=-\frac{6m+1}{12}$$

Theo giả thiết $S\leqslant 1\Leftrightarrow -\frac{13}{6}\leqslant m\Rightarrow m=-1, m=-2$.

Chọn đáp án B

Câu 45. Đặt $z=x+yi, x,y\in\mathbb{R}$. $|z-1|=\sqrt{34}$ suy ra biểu diễn của z thuộc đường tron tâm $I(1;0)$, bán kính $\sqrt{34}$, $|z+1+mi|=|z+m+2i|\Leftrightarrow (2m-2)x+(4-2m)y+3=0$ (d) nên biểu diễn của z thuộc đường thẳng d, dễ thấy d luôn đi điểm $K\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$ cố định.



Biểu diễn của z_1,z_2 là giao điểm của đường tròn tâm I và đường thẳng d, dễ thấy $|z_1-z_2|$ lớn nhất khi d đi qua I, khi đó $z_1=-4-3i$, $z_2=6+3i$ và $|z_1+z_2|=2$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Đặt $g(x)=f(x^2)$. Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)$, $g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1\\x^2=3\end{array}\right.$. Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$	α	$\searrow$		$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(0)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$		$\nearrow$	β

Trong đó $\alpha = \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ và $\beta = \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x^2) = m$ có nhiều nhất 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C

Câu 47. Ta có

$$\begin{aligned} & \mathrm{C}_n^{k-2} + 2\mathrm{C}_n^{k-1} + \mathrm{C}_n^k = \frac{2018\mathrm{C}_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow\ & \mathrm{C}_{n+1}^{k-1} + \mathrm{C}_{n+1}^{k} = \frac{2018\mathrm{C}_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow\ & \mathrm{C}_{n+2}^{k} = \frac{2018\mathrm{C}_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow\ & n = 2016 \end{aligned}$$

$\left(2x + \dfrac{1}{x}\right)^{2016} = \sum\limits_{k=0}^{2016} \mathrm{C}_{2016}^k 2^{2016-k} x^{2016-2k}$, suy ra hệ số của số hạng không chứa x là $\mathrm{C}_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$.

Chọn đáp án C

Câu 48. Khi Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 1: anh Cả và anh hai nhận mỗi người 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7} = \frac{10}{63}$.

Trường hợp 2: anh Cả nhận 100000 đồng và anh hai nhận 200000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 3: anh Cả nhận 200000 đồng và anh hai nhận 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 4: cả ba người đều nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7} = \frac{5}{21}$.

Vậy xác suất để Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất là $\frac{10}{63} + \frac{5}{42} + \frac{5}{42} + \frac{5}{21} = \frac{4}{9}$.

Chú ý: Ta có công thức $P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$, trong đó $P(B|A)$ là xác suất của biến cố B khi A đã xảy ra, $P(C|AB)$ là xác suất của biến cố C khi A và B đã xảy ra.

Chọn đáp án A

Câu 49. Đặt $x = \ln a, y = \ln b$, ta có $\log_b a = \dfrac{x}{y}$ và

$$\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a} \Leftrightarrow x(1-y) = y\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = x + \sqrt{4-x^2}$$

Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$, $f'(x) = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$. Ta có $f(2) = 2$, $f(-2) = -2$, $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$, suy ra $M = 2\sqrt{2}$, $m = -2$ và $M + m = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Chọn đáp án A

Câu 50. $y = (m+1)x^3 - (3m-1)x^2 - x + 3m \Leftrightarrow m(x^3 - 3x^2 + 3) + x^3 + x^2 - x - y = 0$. Tọa độ điểm cố định của họ đường cong là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 = 0 \\ x^3 + x^2 - x - y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Hệ có ba nghiệm $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ cho nên có 3 điểm cố định.

Dễ thấy nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ (1) thì $y = 4x^2 - x - 3$ và $y = 2x^3 - 2x^2 - x - 3$, suy ra 3 điểm A, B, C thuộc parabol $y = 4x^2 - x - 3$ và thuộc đường cong $y = 2x^3 - 2x^2 - x - 3$.

Theo định lí vi-et $x_1 + x_2 + x_3 = 3$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0$, $x_1x_2x_3 = -3$

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + y_3 &= 4(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - (x_1 + x_2 + x_3) - 9 \\ &= 4(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 8(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) - (x_1 + x_2 + x_3) - 9 \\ &= 36 - 3 - 9 = 24 \end{aligned}$$

Suy ra trọng tâm của tam giác ABC là $G(1; 8)$.

Chọn đáp án B