GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 053

(Đề thi có 8 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử trường THPT chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa năm 2017-2018 Lần 3)

Mã đề thi 053

Họ và tên thí sinh:.............................

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^9$ với $x \neq 0$.

A. 4608. **B.** 128. **C.** 164. **D.** 36.

Câu 2. Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 3. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R. Tính thể tích của khối trụ.

A. $\pi a R^2$. **B.** $2\pi a R^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a R^2$. **D.** aR^2.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{2x^2+2x+3}{x^2+x+3}$.

A. $2 - \dfrac{3}{x^2+x+3}$. **B.** $\dfrac{6x+3}{(x^2+x+3)^2}$. **C.** $\dfrac{3}{(x^2+x+3)^2}$. **D.** $\dfrac{x+3}{x^2+x+3}$.

Câu 5. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$, biết $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\cos 2x + \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $F(x) = \cos^2 x - \dfrac{1}{4}$.

C. $F(x) = \sin^2 x - \dfrac{1}{4}$. **D.** $F(x) = -\dfrac{1}{2}\cos 2x$.

Câu 6. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**.

A. (C) có đúng 1 tiệm cận ngang. **B.** (C) có đúng 1 tâm đối xứng.

C. (C) có đúng 1 trục đối xứng. **D.** (C) có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 7. Cho số phức $z = 3 + i$. Tính $|\overline{z}|$.

A. $|\overline{z}| = 2\sqrt{2}$. **B.** $|\overline{z}| = 2$. **C.** $|\overline{z}| = 4$. **D.** $|\overline{z}| = \sqrt{10}$.

Câu 8. Cho hình phẳng $(\mathscr{D})$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $(\mathscr{D})$ quanh trục hoành.

A. $\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** 3π. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2; \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

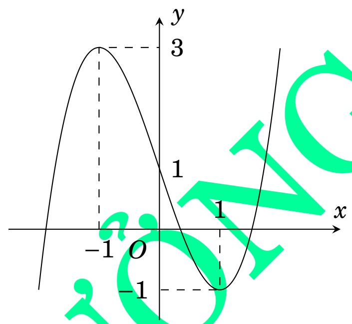
A. $I = 8$. **B.** $I = 12$. **C.** $I = 36$. **D.** $I = 4$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.
B. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.
D. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 11.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x^2+1$.
B. $y=x^3+3x+1$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=-x^3-3x+1$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Tập giá trị của hàm số $y=\ln(x^2+1)$ là $[0;+\infty)$.
B. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
C. $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]'=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.
D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không phải là hàm chẵn, cũng không phải là hàm lẻ.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$.
B. $3\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{3}$.
D. 3.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(-1;3;2), R=9$.
B. $I(1;-3;-2), R=9$.
C. $I(-1;3;2), R=3$.
D. $I(1;3;2), R=9$.

Câu 15. Biết phương trình $\log_3(3^x-1)\cdot\left[1+\log_3(3^x-1)\right]=6$ có hai nghiệm là $x_1<x_2$ và tỉ số $\dfrac{x_1}{x_2}=\log\dfrac{a}{b}$, trong đó $a,b\in\mathbb{N}^*$ và a,b có ước chung lớn nhất bằng 1. Tính $a+b$.

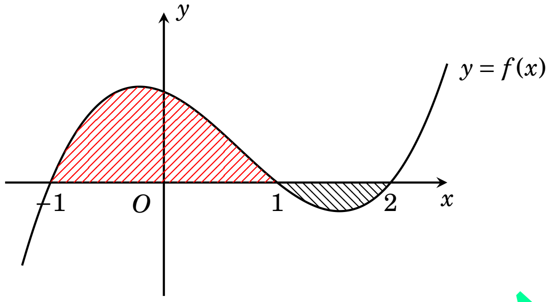
A. $a+b=38$.
B. $a+b=37$.
C. $a+b=56$.
D. $a+b=55$.

Câu 16. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?

A. $\mathrm{A}_{10}^3+\mathrm{A}_9^3$.
B. A_9^3.
C. A_{10}^3.
D. $9\times9\times8$.

Câu 17.

Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D. $S=-\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 18. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ lần lượt là M,m. Tình $S=M+m$.

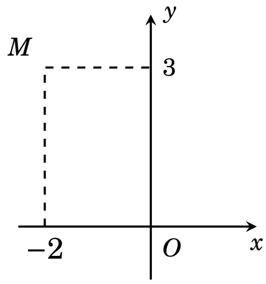
A. $S=6$. **B.** $S=4$. **C.** $S=7$. **D.** $S=3$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=4x^3+2x+1$. Tìm $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^4+2x^2+x+C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+2$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+x^2+x+C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+2+C$.

Câu 20.

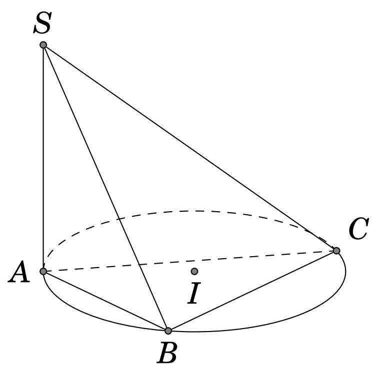
Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức



A. $3-2i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $2-3i$. **D.** $3+2i$.

Câu 21.

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 22. Cho z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+1=0$, trong đó số phức z_1 có phần ảo âm. Tính z_1+3z_2.

A. $z_1+3z_2=\sqrt{2}i$. **B.** $z_1+3z_2=-\sqrt{2}$. **C.** $z_1+3z_2=-\sqrt{2}i$. **D.** $z_1+3z_2=\sqrt{2}$.

Câu 23. Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P=a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$.

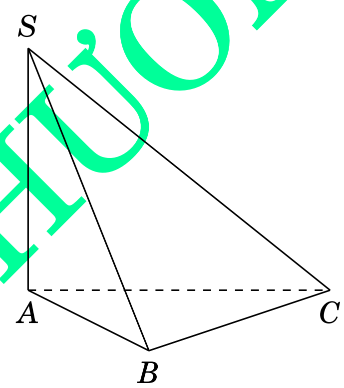
Câu 24. Tính tổng vô hạn sau $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}+\cdots$

A. 2^n-1. **B.** $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\dfrac{1}{2^n}-1}{\dfrac{1}{2}-1}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 25.

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông với mặt phẳng (ABC), $SA=a$ và $AB=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tìm số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.



Câu 26. Cho đường cong (C) có phương trình $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x-2$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x=4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 28. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+2}$.

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các mặt phẳng $(Oyz), (Ozx), (Oxy)$. Phương trình mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$.

Câu 31. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log(10a)=1+\log a$. **B.** $-\log\left(\frac{10}{a}\right)=\log a-1$.

C. $\log(10^a)=a$. **D.** $\log(a^{10})=a$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox?

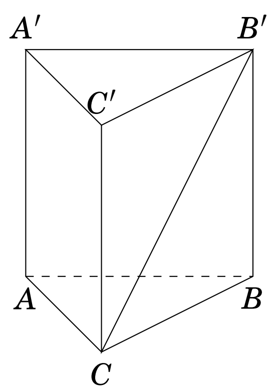
A. $2y+z=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x+2y-z=0$. **D.** $x-2z=0$.

Câu 33. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=2\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=\frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 34.

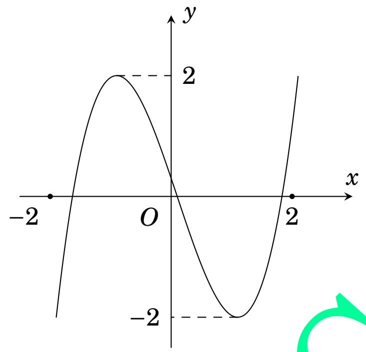
Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$.



A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Câu 35.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx = d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 36. Biết $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + x\cos x - \sin^3 x}{1 + \cos x} \mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{a} - \frac{b}{c}$. Trong đó a, b, c là các số nguyên dương, phân số $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 16$. **B.** $T = 59$. **C.** $T = 69$. **D.** $T = 50$.

Câu 37. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S = \left(-\infty; a + \sqrt{b}\right]$. Tính tổng $K = a + b$ là

A. $K = -5$. **B.** $K = 5$. **C.** $K = 0$. **D.** $K = 2$.

Câu 38. Có bao nhiêu số thức thỏa mãn $z + |z|^2 i - 1 - \frac{3}{4} i = 0$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;6)$. Biết rằng có hai điểm M, N phân biệt thuộc trục Ox sao cho các đường thẳng AM, AN cùng tạo với đường thẳng chứa trục Ox một góc $45°$. Tổng các hoành độ hai điểm M, N tìm được là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 40. Tổng tất cả nghiệm của phương trình $3\cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$. **B.** 6π. **C.** $\frac{17\pi}{2}$. **D.** 8π.

Câu 41. Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1 dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01 dm).

A. $h \approx 1{,}73$ dm. **B.** $h \approx 1{,}89$ dm. **C.** $h \approx 1{,}91$ dm. **D.** $h \approx 1{,}41$ dm.

Câu 42. Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương (n,k) biết $n<20$ và các số $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 43. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3mx^2+9x-m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|\le 2$. Biết $S=(a;b]$. Tính $T=b-a$.

A. $T=2+\sqrt{3}$. **B.** $T=1+\sqrt{3}$. **C.** $T=2-\sqrt{3}$. **D.** $T=3-\sqrt{3}$.

Câu 44. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: $5,10,15,\ldots,100$ với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau.

Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau:

+ Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P=\dfrac{1}{4}$. **B.** $P=\dfrac{7}{16}$. **C.** $P=\dfrac{19}{40}$. **D.** $P=\dfrac{3}{16}$.

Câu 45. Cho phương trình: $3^x=\sqrt{a\cdot 3^x\cos(\pi x)-9}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số a thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực?

A. 1. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 2.

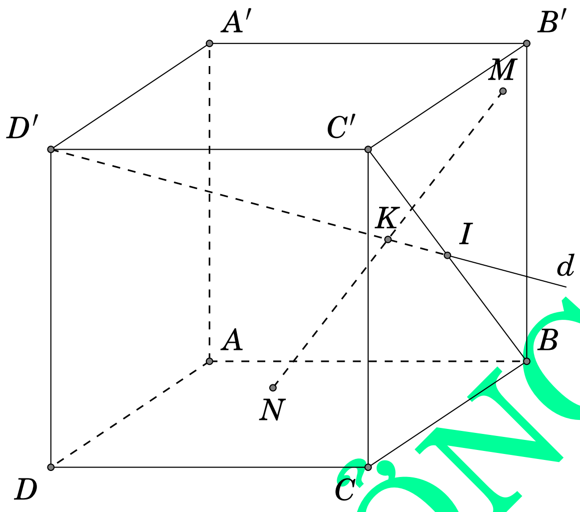
Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f(1)=-2$ và $x^2f^2(x)+(2x-1)f(x)=xf'(x)-1,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Tính $I=\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{\ln 2}{2}-1$. **B.** $-\ln 2-\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\ln 2-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{\ln 2}{2}-\dfrac{3}{2}$.

Câu 47.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Một đường thẳng d đi qua đỉnh D' và tâm I của mặt bên $BCC'B'$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABCD)$ sao cho trung điểm K của MN thuộc đường thẳng d (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của độ dài đoạn thẳng MN là

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}a}{10}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a}{5}$.

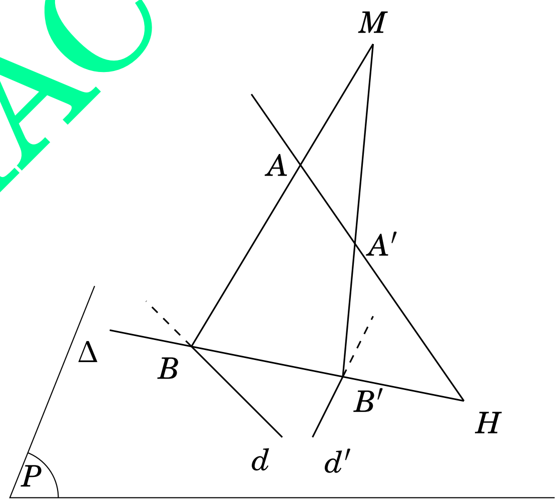


Câu 48. Cho số phức $z = 1 + i$. Biết rằng tồn tại các số phức $z_1 = a + 5i, z_2 = b$ (trong đó $a, b \in \mathbb{R}, b > 1$) thỏa mãn $\sqrt{3}|z - z_1| = \sqrt{3}|z - z_2| = |z_1 - z_2|$. Tính $b - a$.

A. $b - a = 5\sqrt{3}$. **B.** $b - a = 2\sqrt{3}$. **C.** $b - a = 4\sqrt{3}$. **D.** $b - a = 3\sqrt{3}$.

Câu 49.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{1}, d' : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(a;0;0), A'(0;0;b)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d'; H là giao điểm của đường thẳng AA' và mặt phẳng (P). Một đường thẳng Δ thay đổi trên (P) nhưng luôn đi qua H đồng thời Δ cắt d và d' lần lượt tại B và B'. Hai đường thẳng $AB, A'B'$ cắt nhau tại điểm M. Biết điểm M luôn thuộc một đường thẳng cố định có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(15;-10;-1)$ (tham khảo hình vẽ). Tính $T = a + b$.



A. $T = 8$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = -9$. **D.** $T = 6$.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính $A = 3f(2) + 4f'(2)$.

A. 11. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 10.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 A	**6** C	**11** A	**16** D	**21** B	**26** B	**31** D	**36** C	**41** C	**46** B
2 B	**7** D	**12** D	**17** B	**22** A	**27** B	**32** A	**37** C	**42** A	**47** C
3 A	**8** A	**13** D	**18** C	**23** A	**28** C	**33** A	**38** A	**43** C	**48** D
4 B	**9** A	**14** C	**19** C	**24** D	**29** B	**34** C	**39** B	**44** B	**49** D
5 C	**10** D	**15** D	**20** B	**25** A	**30** D	**35** B	**40** D	**45** A	**50** D

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Số hạng tổng quát trong khai triển là $T = \mathrm{C}_9^k (2x)^{9-x}\cdot\frac{1}{x^{2k}} = \mathrm{C}_9^k 2^{9-x}\cdot x^{9-3k}$. Số hạng chứa x^3 khi và chỉ khi $9-3k=3 \Leftrightarrow k=2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_9^2\cdot 2^7 = 4608$.
Chọn đáp án A

Câu 2. Phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+\sqrt{x}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}=1 \vee \sqrt{x}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm thực.
Chọn đáp án B

Câu 3. Thể tích khối trụ là $V=\pi a R^2$.
Chọn đáp án A

Câu 4. Ta có $y' = \dfrac{(4x+2)(x^2+x+3)-(2x+1)(2x^2+2x+3)}{(x^2+x+3)^2} = \dfrac{6x+3}{(x^2+x+3)^2}$.
Chọn đáp án B

Câu 5. Ta có $F(x)=\displaystyle\int \sin 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$. Từ $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$, suy ra $-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{3}+C=0 \Leftrightarrow C=\frac{1}{4}$.
Khi đó $F(x) = -\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x)+\frac{1}{4} = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.
Chọn đáp án C

Câu 6. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} = +\infty$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận đứng là $x=3$.
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x-3} = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-4}{x-3} = 2$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận ngang là $y=2$.
Gọi $I(2;3)$ là giao điểm của hai tiệm cận, khi đó đồ thị (C) đối xứng qua tâm I.
Đồ thị (C) có 2 trục đối xứng là các đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường tiệm cận.
Chọn đáp án C

Câu 7. Ta có $|\overline{z}| = |z| = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án D

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành là $V = \pi\displaystyle\int_1^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}x^2\Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 9. Ta có $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2+6 = 8$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Đường thẳng cần tìm có một VTCP vuông góc với VTPT $\vec{n} = (1;1;2)$ của mặt phẳng (P), đồng thời đường thẳng này chứa điểm $A(3;-2;1)$. Ta thấy chỉ có đường thẳng $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$ thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án D

Câu 11. Dựa vào đồ thị suy ra hệ số của x^3 lớn hơn 0. Đồ thị đi qua điểm $A(1;-1)$ nên chỉ có hàm số $y = x^3-3x^2+1$ thỏa.

Chọn đáp án A

Câu 12. Ta có $\sqrt{x^2+1} > |x| \geq -x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2+1}+x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Từ đó, hàm số $y = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Đặt $y = f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

$$f(-x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) = \ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} = -\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) = -f(x).$$

Vậy hàm số $y = f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ.

Chọn đáp án D

Câu 13. Ta có $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|2+0+2+5|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \dfrac{9}{3} = 3$.

Chọn đáp án D

Câu 14. Mặt cầu (S) có tọa độ tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án C

Câu 15. Điều kiện $3^x-1>0 \Leftrightarrow x>0$. Phương trình tương đương với

$$\log_3^2\left(3^x-1\right)+\log_3\left(3^x-1\right)-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3\left(3^x-1\right)=2\\ \log_3\left(3^x-1\right)=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x=10\\ 3^x=\dfrac{28}{27}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\log_3 10\\ x=\log_3\dfrac{28}{27}.\end{array}\right.$$

Vì $x_1<x_2$ nên $x_1 = \log_3\dfrac{28}{27}, x_2 = \log_3 10$.

Ta có $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{\log_3\frac{28}{27}}{\log_3 10} = \log\dfrac{28}{27}$. Suy ra $a = 28; b = 27$. Tính được $a+b = 55$.

Chọn đáp án D

Câu 16. Gọi $\overline{abc},(a,b,c\in\{0,1,2,\cdots 9\},a\neq 0)$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn $a\neq 0$ có 9 cách.

Chọn $b\neq a$ có 9 cách.

Chọn $c\neq a,b$ có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, có tất cả $9\times 9\times 8$ số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án D

Câu 17. Dựa vào hình vẽ suy ra $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án B

Câu 18. Xét hàm số $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}$.

Ta có $f'(x)=0\Rightarrow(x-1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\in[2;4]\\x=-1\notin[2;4]\end{array}\right.\Rightarrow x=3$.

Tính được $f(2)=4;f(3)=3;f(4)=\dfrac{10}{3}$.

Suy ra $M=\max\limits_{x\in[2;4]}f(x)=4;m=\min\limits_{x\in[2;4]}f(x)=3$. Suy ra $S=4+3=7$.

Chọn đáp án C

Câu 19. $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3+2x+1)\mathrm{d}x=x^4+x^2+x+C$. Ta có

Chọn đáp án C

Câu 20. Dựa vào hình vẽ, số phức có phần thực là -2 và phần ảo là 3. Suy ra số phức cần tìm là $-2+3i$.

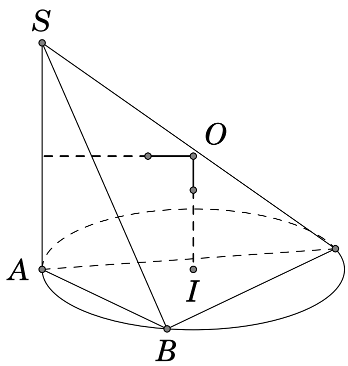
Chọn đáp án B

Câu 21.

Dựng đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mp(ABC). Suy ra $d\parallel SA$. Trong mp(d,SA), dựng Δ là đường thẳng trung trực của SA và Δ cắt d tại O. Suy ra $OS=OA=OB=OC$ hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu là

$$R=OA=\sqrt{OI^2+IA^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{17}}{2}.$$



Chọn đáp án B

Câu 22. Phương trình tương đương với $z^2=-\dfrac{1}{2}=\dfrac{i^2}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\\z_2=\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\end{array}\right.$.

Từ giả thiết ta có $z_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}i$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}i$.

Suy ra $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}i$.

Chọn đáp án A

Câu 23. Ta có $P = a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{6}}$.

Chọn đáp án A

Câu 24. S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$, suy ra $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Do $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mp(ABC). Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA}$. Xét tam giác SBA vuông tại A, ta có $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30°$.

Chọn đáp án A

Câu 26. Giao điểm của (C) với trục tung là $M(0;1)$.

Xét hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = 2$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là $y = 2(x-0)+1 \Leftrightarrow y = 2x+1$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 28. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = \frac{2}{1} = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 29. Phương trình $2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = \frac{1}{2} & (1) \\ f(x) = -\frac{1}{2} & (2) \end{array}\right.$. Dễ thấy, nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2) (nếu có) thì không trùng nhau.

Xét hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và hai đường thẳng $(d_1)\colon y = \frac{1}{2}$;$(d_2)\colon y = -\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng (d_1) và (d_2) đều cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Suy ra phương trình (1) và (2) đều có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$ có 6 nghiệm.

Chọn đáp án B

Câu 30. Ta có $A_1(0;2;3), A_2(1;0;3), A_3(1;2;0)$.

Tính được $\overrightarrow{A_1A_2} = (1;-2;0), \overrightarrow{A_1A_3} = (1;0;-3), \vec{n} = \left[\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}\right] = (6;3;2)$.

Mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ đi qua A_1 nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$6(x-0)+3(y-2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow 6x+3y+2z=12 \Leftrightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1.$$

Chọn đáp án D

Câu 31. Ta có $\log(a^{10}) \neq a, \forall a \neq 10$.

Chọn đáp án D

Câu 32. Mặt phẳng $ax+by+cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2 \neq 0)$ chứa trục $Ox \Leftrightarrow a=d=0$.

Hoặc: Đường thẳng Ox có một VTCP là $\vec{u}=(1;0;0)$. Mặt phẳng chứa trục Ox có VTPT $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}$. Trong các mặt phẳng trên, chỉ có mặt phẳng $2y+1=0$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A

Câu 33. Ta có bán kính đáy là $r=a$, đường sinh $l=2a$ Sử dụng công thức diện tích xung quanh nón ta có: $S=\pi rl=2\pi a^2$.

Chọn đáp án A

Câu 34. $\mathrm{d}(AA';CB') = \mathrm{d}(AA';(CBB'C')) = \mathrm{d}(A;(CBB'C')) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 35. Đặt $t=f(x)$, phương trình $f(f(x))=0$ trở thành $f(t)=0$. Nhìn vào đồ thị thấy phương trình này có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2;2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x)=t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 9 nghiệm.

Chọn đáp án B

Câu 36. $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x+x\cos x-\sin^3 x}{1+\cos x}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$.

$I_1 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8}$.

$I_2 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1+\cos x}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x\sin x}{1+\cos x}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos x)\sin x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$.

Suy ra $I = \dfrac{\pi^2}{8} - \dfrac{1}{2}$. Vậy $T = a^2+b^2+c^2 = 69$.

Chọn đáp án C

Câu 37. Điều kiện xác định: $x > -m-2$.

Ta có: $y' = 2x + \dfrac{1}{x+m+2} = \dfrac{2x^2+2(m+2)x+1}{x+m+2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(m+2;+\infty)$ thì $g(x) = 2x^2+2(m+2)x+1 \geq 0, \forall x > -m-2$.

Nhận thấy: $g(-m-2) = 1 > 0, g\left(\dfrac{-b}{2a}\right) = g\left(\dfrac{-m-2}{2}\right) = 1 - \dfrac{(m+2)^2}{2}$.

- Xét $-m-2 \ge \dfrac{-m-2}{2} \Leftrightarrow m \le -2 \Rightarrow g(x) > g(-m-2) = 1 > 0$ luôn thỏa mãn với mọi $x > -m-2$.
- Xét $-m-2 < \dfrac{-m-2}{2} \Leftrightarrow m > -2 \Rightarrow \min\limits_{x\in(-m-2;+\infty)} g(x) = g(-m-2) = 1 - \dfrac{(m+2)^2}{2} \ge 0$
$\Rightarrow -2 < m \le -2+\sqrt{2}$.

Kết hợp hai trường hợp ta được: $S = \left(-\infty;-2+\sqrt{2}\right] \Rightarrow a=-2, b=2 \Rightarrow a+b=0$.

Chọn đáp án C

Câu 38. Đặt $z = a+bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$. Thay vào biểu thức của bài toán ta có:

$$(a-1)+\left(a^2+b^2+b-\frac{3}{4}\right)i = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b^2+b+\dfrac{1}{4}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy chỉ có đúng một số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án A

Câu 39. Đặt $M(t;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t-1;0;-6), \vec{u}_{Ox} = (1;0;0)$.

Áp dụng công thức góc giữa hai đường thẳng ta có:

$$\cos 45^\circ = \frac{|t-1|}{\sqrt{(t-1)^2+36}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (t-1)^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=7 \\ t=-5. \end{array}\right.$$

Hai điểm $M(7;0;0), N(-5;0;0)$, tổng hoành độ là: $7+(-5)=2$.

Chọn đáp án B

Câu 40. Ta có $3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$, với $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $\alpha \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Vì $x \in [0;4\pi]$ nên ta nhận các nghiệm $x=\alpha, x=2\pi+\alpha, x=2\pi-\alpha, x=4\pi-\alpha$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0;4\pi]$ là 8π.

Chọn đáp án D

Câu 41. Tỉ số giữa thể tích giữa lượng chất lỏng ban đầu và lượng chất lỏng còn lại trong ly thứ nhất là: $\left(\dfrac{2}{1}\right)^3 = 8$.

Vậy tỉ số giữa thể tích giữa lượng chất lỏng chuyển và lượng chất lỏng còn lại trong ly thứ nhất là: $8-1=7$.

Tỉ số này cũng chính là: $\left(\dfrac{h}{1}\right)^3 = 7 \Rightarrow h = \sqrt[3]{7} \approx 1{,}91$ dm.

Chọn đáp án C

Câu 42. Ta có $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng khi và chỉ khi $\Leftrightarrow C_n^{k-1} + C_n^{k+1} = 2C_n^k$ (1).

Vì $n \geq k+1 \Rightarrow n \geq 2$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{(k-1)!(n-k+1)!} + \frac{1}{(k+1)!(n-k-1)!} = \frac{2}{k!(n-k)!}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-k)(n-k+1)} + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{2}{n(n-k)}$$
$$\Leftrightarrow k(k+1)+(n-k)(n-k+1) = 2(k+1)(n-k+1)$$
$$\Leftrightarrow (2k-n)^2 = n+2.$$

Suy ra $n+2$ là số chính phương, mà $n<20 \Rightarrow n \in \{2,7,14\}$.

Với $n=2 \Rightarrow (k-1)^2 = 1 \Leftrightarrow k=2$ (loại).

Với $n=7 \Rightarrow (2k-7)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=5 \\ k=2 \end{array}\right.$.

Với $n=14 \Rightarrow (2k-14)^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=5 \\ k=9 \end{array}\right.$.

Vậy có 4 cặp nghiệm (n,k).

Chọn đáp án A

Câu 43. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - m$ xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 3(x^2 - 2mx + 3)$.

Điều kiện hàm số có cực trị: $m^2 - 3 > 0$. Lúc này theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 3 \end{cases}$.

Theo giả thiết $|x_1 - x_2| = \leq 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 4$.

Mà m dương nên $3 < m^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{3} < m \leq 2$.

Vậy $a = \sqrt{3}, b = 2 \Rightarrow b - a = 2 - \sqrt{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 44. Bình có 2 khả năng thắng cuộc:

+) Thắng cuộc sau lần quay thứ nhất. Nếu Bình quay vào một trong 5 nấc: $80, 85, 90, 95, 100$ thì sẽ thắng nên xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_1 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

+) Thắng cuộc sau 2 lần quay. Nếu Bình quay lần 1 vào một trong 15 nấc: $5, 10, \ldots, 75$ thì sẽ phải quay thêm lần thứ 2. Ứng với mỗi nấc quay trong lần thứ nhất, Bình cũng có 5 nấc để thắng cuộc trong lần quay thứ 2, vì thế xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_2 = \frac{15 \times 5}{20 \times 20} = \frac{3}{16}$.

Từ đó, xác suất thắng cuộc của Bình là $P = P_1 + P_2 = \frac{7}{16}$.

Chọn đáp án B

Câu 45. Ta có $3^x = \sqrt{a \cdot 3^x \cos(\pi x) - 9} \Leftrightarrow 9^x + 9 = a \cdot 3^x \cdot \cos(\pi x) \Leftrightarrow 3^x + 3^{2-x} = a \cdot \cos(\pi x) \quad (1)$.

Điều kiện cần: Nhận thấy nếu x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình đã cho. Do đó, để phương trình có đúng một nghiệm thực thì $x_0 = 2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$. Thay vào (1) ta tìm được $a = -6 \in [-2018; 2018]$.

Điều kiện đủ: Với $a=-6$, phương trình (1) trở thành: $3^x+3^{2-x}=-6\cos(\pi x)$.

Sử dụng Cauchy ta có: $3^x+3^{2-x}\ge 2\sqrt{3^x\cdot 3^{2-x}}=6\ge -6\cos(\pi x)$.

Dấu bằng xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} x=2-x \\ \cos(\pi x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=1.$

Vậy có đúng một giá trị của tham số thực $a\in[-2018;2018]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực.

Chọn đáp án A

Câu 46. Từ giả thiết ta có $(xf(x)+1)^2=f(x)+xf'(x)$.

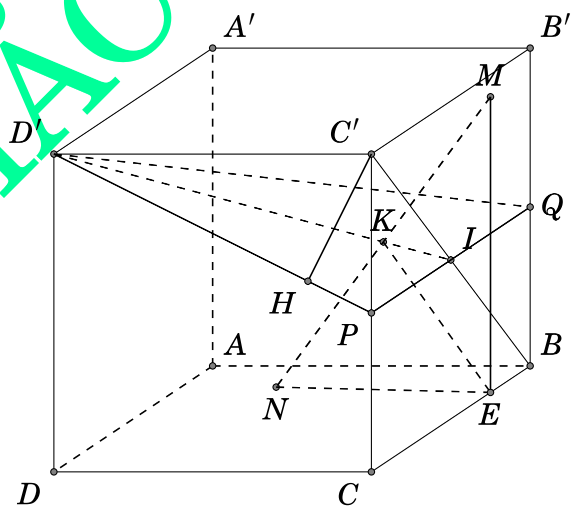
Đặt $u=xf(x)+1\Rightarrow u^2=u'\Rightarrow \dfrac{u'}{u^2}=1\Rightarrow \displaystyle\int \frac{u'}{u^2}\mathrm{d}x=x+C\Rightarrow \frac{-1}{u}=x+C$.

Do đó $xf(x)=\dfrac{-1}{x+C}-1$, mà $f(1)=-2\Rightarrow C=0$.

Vậy $f(x)=-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}\Rightarrow \displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-\ln 2-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 47.



Kẻ ME vuông góc với CB, tam giác MEN vuông tại E nên $MN=2EK$.

Vậy MN bé nhất khi và chỉ khi EK bé nhất. Lúc này EK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d và đường thẳng CB.

Qua I kẻ PQ song song với BC (như hình vẽ).

Vậy $\mathrm{d}(BC,d)=\mathrm{d}(BC,(D'PQ))=\mathrm{d}(C,(D'PQ))=\mathrm{d}(C',(D'PQ))=C'H$ (trong đó $C'H$ vuông góc với $D'P$).

Ta có $\dfrac{1}{C'H^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{4}{a^2}=\dfrac{5}{a^2}$

$\Rightarrow C'H=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow \mathrm{d}(BC,d)=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Chọn đáp án C

Câu 48. Đặt $M(1;1), N(a;5), P(b;0) (b>1)$ lần lượt là các điểm biểu thị cho các số phức z, z_1, z_2.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(a-1;4)$, $\overrightarrow{MP}=(b-1;-1)$ nên

$$\begin{cases} |\overrightarrow{MN}|=|\overrightarrow{MP}| \\ \cos 120^\circ=\dfrac{\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{MP}}{|\overrightarrow{MN}|\cdot|\overrightarrow{MP}|} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2+16=(b-1)^2+1 \\ -\dfrac{1}{2}=\dfrac{(a-1)(b-1)-4}{(a-1)^2+16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2-(b-1)^2=-15 \\ (a-1)^2+2(a-1)(b-1)=-8 \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $x = a-1, y = b-1 (y>0)$ thì $\begin{cases} x^2+y^2=-15 \\ x^2+2xy=-8 \end{cases} \Rightarrow 7x^2+30xy+8y^2=0$ (nhân chéo vế với vế của hai phương trình).

Tìm được $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{2}{7}y \\ x=-4y \end{array}\right.$. Thay vào $(*)$ thì thấy chỉ có $x=\dfrac{-2}{7}y$ thỏa mãn.

Lúc này $y^2=\dfrac{49}{3}$. Do $y>0 \Rightarrow y=\dfrac{7}{\sqrt{3}}x=\dfrac{-2}{\sqrt{3}}$. Vậy $b-a=y-x=3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta có d đi qua $N(2;5;2)$, có VTCP $\vec{u}_d=(1;2;1), d'$ đi qua $N'(2;1;2)$, có VTCP $\vec{u}_{d'}=(1;-2;1)$.

Gọi (R) là mặt phẳng chứa A và d, gọi (Q) là mặt phẳng chứa A' và d'.

Từ giả thiết ta nhận thấy điểm M nằm trong các mặt phẳng $(R),(Q)$ nên đường thẳng cố định chứa M chính là giao tuyến của các mặt phẳng $(R),(Q)$.

Vậy (R) đi qua $N(2;5;2)$ có cặp chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;1), \vec{u}=(15;-10;-1)$

$\Rightarrow \vec{n}_P=(1;2;-5) \Rightarrow (R): x+2y-5z-2=0$.

(R) đi qua $A(a;0;0) \Rightarrow a=2$.

Tương tự (Q) đi qua $N'(2;1;2)$ có cặp chỉ phương $\vec{u}_{d'}=(1;-2;1), \vec{u}=(15;-10;-1)$

$\Rightarrow (Q): 3x+4y+5z-20=0$.

(Q) đi qua $A'(0;0;b) \Rightarrow b=4$.

Vậy $a+b=6$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Ta có $f^3(2-x)-2f^2(2+3x)+x^2.g(x)+36x=0, \forall x\in\mathbb{R}$ (1).

(1) đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ nên cũng đúng với $x=0 \Rightarrow f^3(2)-2f^2(2)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(2)=0 \\ f(2)=2 \end{array}\right.$.

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta có :

$3f^2(2-x).f'(2-x)-12f(2+3x).f'(2+3x)+2x.g(x)+x^2.g'(x)+36=0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Cho $x=0 \Rightarrow 3f^2(2-x).f'(2)-12f(2).f'(2)+36=0$.

Ta thấy $f(2)=0$ không thỏa mãn nên $f(2)=2$, khi đó $f'(2)=1 \Rightarrow 3f(2)+4f'(2)=10$.

(Chú ý: hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là tồn tại, chẳng hạn $f(x)=x$ và $g(x)=x+12$. Nếu đoán được kết quả này thì sẽ được kết quả của bài toán luôn).

Chọn đáp án D