**GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG**

ĐỀ SỐ 052

(*Đề thi có 7 trang*)

**ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018**

**Môn thi: TOÁN**

*Thời gian làm bài: 90 phút.*

(Đề thi thử THPT QG lần 3, 2017-2018, trường THPT chuyên Đại học Vinh, Nghệ An)

**Mã đề thi 052**

**Họ và tên thí sinh:**.................................

**Câu 1.** Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b$ là các số thực bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $z - \overline{z}$ không phải là số thực.

**B.** Phần ảo của $z$ là $bi$.

**C.** Mô-đun của $z^2$ bằng $a^2 + b^2$.

**D.** Số $z$ và $\overline{z}$ có mô-đun khác nhau.

**Câu 2.** Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3x+1}$ trên khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{1}{3}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $F(x) = \ln(-3x-1) + C$.

**B.** $F(x) = \dfrac{1}{3}\ln(3x+1) + C$.

**C.** $F(x) = \dfrac{1}{3}\ln(-3x-1) + C$.

**D.** $F(x) = \ln|3x+1| + C$.

**Câu 3.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA, OB, OC$ đôi một vuông góc với nhau và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

**A.** $V = 2a^3$.

**B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

**C.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

**D.** $V = a^3$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;0)$.

**B.** $(1;3)$.

**C.** $(0;1)$.

**D.** $(-2;0)$.

**Câu 5.**

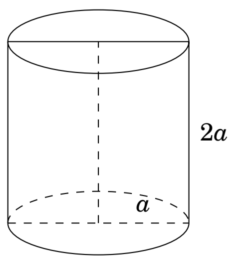
Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

**A.** $16\pi a^2$.

**B.** $4\pi a^2$.

**C.** $8\pi a^2$.

**D.** $2\pi a^2$.




**Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P)$: $2x - y + 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua điểm $M$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình

**A.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$.

**B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{3}$.

**C.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+3}{2}$.

**D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{2}$.

**Câu 7.** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

**A.** $C_{10}^3$.

**B.** $10^3$.

**C.** $3 \times 10$.

**D.** $A_{10}^3$.

**Câu 8.** Cho $\log_a c = x > 0$ và $\log_b c = y > 0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

**A.** $\dfrac{1}{xy}$. **B.** $\dfrac{xy}{x+y}$. **C.** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$. **D.** $x+y$.

**Câu 9.** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng

**A.** 0. **B.** $-2$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

**Câu 10.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại bao nhiêu điểm?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+3z+1=0$ là

**A.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{m}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{v}=(1;-2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;-2;1)$.

**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $MN$ có phương trình là

**A.** $2x+y+3z-13=0$. **B.** $2x+y+3z+13=0$. **C.** $2x+y+3z-30=0$. **D.** $x+2y+3z-1=0$.

**Câu 14.** Phương trình $\ln\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\ln\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\ln\left(x+\dfrac{1}{4}\right)\cdot\ln\left(x+\dfrac{1}{8}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 15.** Cho hình phẳng $(D)$ được giới hạn bởi các đường $x=0, x=\pi, y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích $V$ của khối tròn xoay tạo thành khi quay $(D)$ xung quanh trục $Ox$ được tính theo công thức

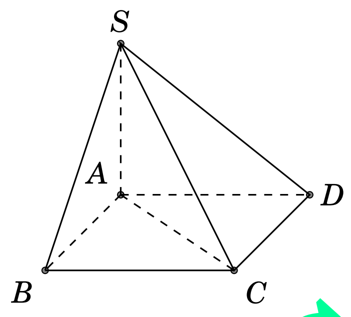
**A.** $V=\pi\displaystyle\int_0^\pi |\sin x|\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\displaystyle\int_0^\pi \sin^2 x\,\mathrm{d}x$.

**C.** $V=\displaystyle\int_0^\pi \sin^2 x\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\left|\displaystyle\int_0^\pi (-\sin x)\,\mathrm{d}x\right|$.

**Câu 16.**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a, AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa $SB$ và mặt phẳng $(SAC)$ bằng

**A.** $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $75°$.




**Câu 17.** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

**A.** $y' = \dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

**B.** $y' = \dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

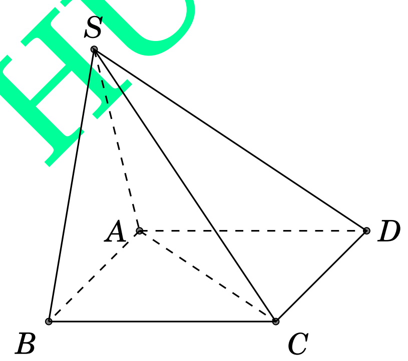
**C.** $\dfrac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$.

**D.** $\dfrac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

**Câu 18.**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên $SAB$ là tam giác cân đỉnh $S$ và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD$ và $SC$ bằng

**A.** $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{15}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}a}{5}$.




**Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên đường thẳng $\Delta$ là

**A.** $K(2;1;0)$. **B.** $N(1;3;-2)$. **C.** $H(11;-17;18)$. **D.** $M(3;-1;2)$.

**Câu 20.** Cho các số phức $z_1 = 3+2i$, $z_2 = 3-2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm $z_1$ và $z_2$ là

**A.** $z^2+6z-13=0$. **B.** $z^2+6z+13=0$. **C.** $z^2-6z+13=0$. **D.** $z^2-6z-13=0$.

**Câu 21.** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 22.** Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5 bằng

**A.** $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{2}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

**Câu 23.** Ký hiệu $a, A$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị của $a+A$ bằng

**A.** 18. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 0.

**Câu 24.** Tích phân $\int\limits_0^1 3^{2x+1}\,\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $\dfrac{27}{\ln 9}$. **B.** $\dfrac{9}{\ln 9}$. **C.** $\dfrac{4}{\ln 3}$. **D.** $\dfrac{12}{\ln 3}$.

**Câu 25.** Hàm số $y=(x^2-x)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;2)$.

**Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $4^x+2^x+4=3^m(2^x+1)$ có 2 nghiệm phân biệt.

**A.** $\log_4 3 \leqslant m<1$. **B.** $\log_4 3<m<1$. **C.** $1<m\leqslant \log_3 4$. **D.** $1<m<\log_3 4$.

**Câu 27.** Tìm hệ số của $x^3$ sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\dfrac{1}{x}-x+2x^2\right)^9, x\neq 0$.

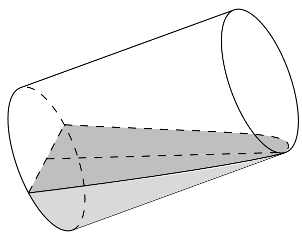
**A.** $3210$. **B.** $-3210$. **C.** $-2940$. **D.** $2940$.

**Câu 28.** Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=1$. Giá trị của $\int\limits_{-2}^2 \dfrac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x$ bằng

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 6.

**Câu 29.**

Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy. Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng



**A.** $9\sqrt{26}\pi$ cm$^2$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{2}$ cm$^2$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{5}$ cm$^2$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{10}$ cm$^2$.

**Câu 30.** Cho số phức $z$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là các điểm trong mặt phẳng $Oxy$ biểu diễn các số phức $z$ và $(1+i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác $OAB$ bằng 8.

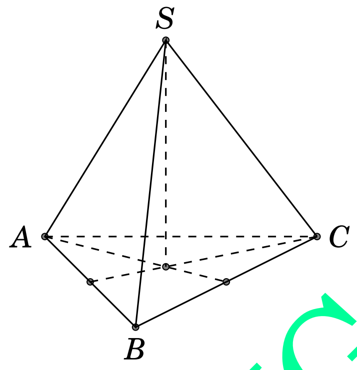
**A.** $|z|=4$. **B.** $|z|=2\sqrt{2}$. **C.** $|z|=4\sqrt{2}$. **D.** $|z|=2$.

**Câu 31.** Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2)+F(1)=0$. Giá trị của $F(-1)+F(2)$ bằng

**A.** $\dfrac{7}{3}\ln 2$. **B.** $\dfrac{2}{3}\ln 2+\dfrac{3}{6}\ln 5$. **C.** $\dfrac{10}{3}\ln 2-\dfrac{5}{6}\ln 5$. **D.** 0.

**Câu 32.**

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB$ bằng $a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(ABC)$ bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh $S$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác $ABC$ bằng




**A.** $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

**Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm $B$ thuộc mặt phẳng $(P)$ thỏa mãn đường thẳng $AB$ vuông góc và cắt đường thẳng $d$. Tọa độ điểm $B$ là

**A.** $(6;-7;0)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(-3;8;-3)$. **D.** $(0;3;-2)$.

**Câu 34.** Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây.

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | \|\| | $-$ | |
| $g(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

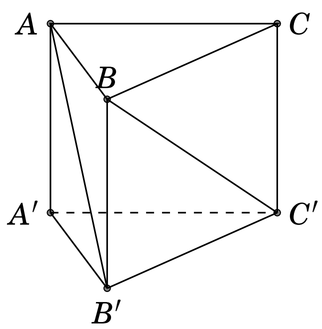
**B.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi $m$.

**C.** Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm với mọi $m>0$.

**D.** Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

**Câu 35.**

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và $AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng $AB'$ và $BC'$ bằng




**A.** $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

**Câu 36.** Trong không gian $Oxy$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$, tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x+y+2z+5=0$, $(Q): 2x-y+z-5=0$ lần lượt tại các tiếp điểm $A,B$. Độ dài đoạn thẳng $AB$ là

**A.** $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

**Câu 37.** Trong không gian $Oxy$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t \end{cases}$, $d':\begin{cases} x=2t' \\ y=1+t' \\ z=2+t' \end{cases}$. Đường thẳng $\Delta$ cắt $d,d'$ lần lượt tại các điểm $A,B$ thỏa mãn độ dài đoạn thẳng $AB$ nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng $\Delta$ là

**A.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.  **B.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

**C.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$.  **D.** $\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

**Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$. Tìm $m$ để đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm phân biệt $E,F$ sao cho độ dài đoạn thẳng $EF$ lớn nhất

**A.** $m=1$.  **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$.  **C.** $m=0$.  **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

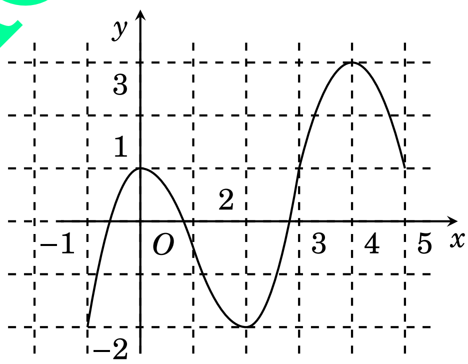
**Câu 39.** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $4<m\leqslant 8$.  **B.** $0<m\leqslant 2$.  **C.** $2<m\leqslant 4$.  **D.** $m>8$.

**Câu 40.**

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(-1;0)$.  **B.** $(0;2)$.  **C.** $(-2;-1)$.  **D.** $(-3;-2)$.




**Câu 41.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^3-2x^2\right)\left(x^3-2x\right)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 9.  **B.** 2022.  **C.** 11.  **D.** 2018.

**Câu 42.** Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ và $d_1,d_2$ là hai tiếp tuyến của song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa $d_1$ và $d_2$ là

**A.** 3.  **B.** $2\sqrt{3}$.  **C.** 2.  **D.** $2\sqrt{2}$.

**Câu 43.**

Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=mu(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $u(x)$ | 4 ↘ | 1 ↗ | 3 ↘ | 1 ↗ | 3 |

**A.** 5.  **B.** 6.  **C.** 3.  **D.** 4.

**Câu 44.** Gọi $a$ là giá trị nhỏ nhất của $f(n)=\dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)\cdots(\log_3 n)}{9^n}$, với $n\in\mathbb{N}$, $n\geqslant 2$. Có bao nhiêu số $n$ để $f(n)=a$?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** Vô số.

**Câu 45.** Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

**A.** $\dfrac{9}{14}$. **B.** $\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{5}{14}$.

**Câu 46.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=0$ và $f(x)+f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x.\cos x$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

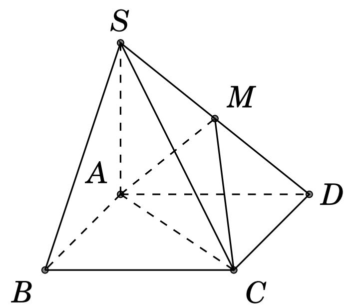
**Câu 47.** Cho các số phức $w$, $z$ thỏa mãn $|w+i|=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w=(2+i)(z-4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|$ bằng

**A.** $4\sqrt{13}$. **B.** $4+2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{53}$. **D.** $6\sqrt{7}$.

**Câu 48.**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M$ là trung điểm cạnh $SD$. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AMC)$ và $(SBC)$ bằng

**A.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.



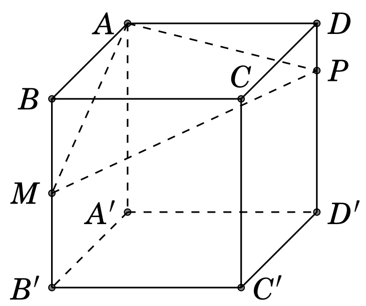

**Câu 49.** Biết rằng $a$ là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x+a^x\geqslant 6^x+9^x$ đúng với mọi số thực $x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $a\in(10;12]$. **B.** $a\in(16;18]$. **C.** $a\in(14;16]$. **D.** $a\in(12;14]$.

**Câu 50.**

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi $M$ là trung điểm của $BB'$ và $P$ thuộc cạnh $DD'$ sao cho $DP=\dfrac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng $(AMP)$ cắt $CC'$ tại $N$. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

**A.** $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\dfrac{11a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{9a^3}{4}$.




— HẾT —

# Đáp án và lời giải chi tiết

## ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** C | **6** B | **11** B | **16** A | **21** A | **26** D | **31** C | **36** D | **41** A | **46** D |
| **2** C | **7** D | **12** A | **17** A | **22** C | **27** C | **32** A | **37** B | **42** C | **47** C |
| **3** D | **8** B | **13** A | **18** A | **23** B | **28** A | **33** D | **38** C | **43** A | **48** D |
| **4** C | **9** B | **14** B | **19** D | **24** D | **29** B | **34** D | **39** C | **44** A | **49** B |
| **5** B | **10** D | **15** B | **20** C | **25** C | **30** A | **35** D | **40** A | **45** A | **50** B |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

**Câu 1.** Ta có: $\left|z^2\right| = (|z|)^2 = \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 = a^2+b^2$.
Chọn đáp án C

**Câu 2.** Vì $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ nên ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{3x+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C = \frac{1}{3}\ln(-3x-1) + C.$$

Chọn đáp án C

**Câu 3.** Vì $OA, OB, OC$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có: $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot \frac{OB \cdot OC}{2} = a^3$.
Chọn đáp án D

**Câu 4.** Ta có $f'(x) = x(x-2)^3 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ suy ra hàm số cũng nghịch biến trên $(0;1)$.
Chọn đáp án C

**Câu 5.** Ta có cạnh của hình vuông thiết diện là $2a$ nên chiều cao hình trụ là $h = 2a$ và bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{2a}{2} = a$.
Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 2a \cdot a = 4\pi a^2$.
Chọn đáp án B

**Câu 6.** Đường thẳng $(d)$ qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc $(P)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (2;-1;3)$.
Vậy $d$ có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.
Chọn đáp án B

**Câu 7.** Số cách chọn 3 học sinh trong 10 học sinh: $C_{10}^3$ cách.

Số cách xếp công việc cho 3 học sinh: 3! cách.

$\Rightarrow$ Số cách chọn là: $C_{10}^3 \cdot 3! = A_{10}^3$.

Chọn đáp án D

**Câu 8.** Ta có: $\log_a c > 0 \Rightarrow c > 0$ và $c \neq 1$. Suy ra

$$\log_{ab} c = \frac{1}{\log_c ab} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{xy}{x+y}.$$

Chọn đáp án B

**Câu 9.**

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{-\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-\frac{1}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án B

**Câu 10.** Ta thấy hàm số xác định tại các điểm $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, $x_4 = 4$ và đạo hàm đổi dấu khi $x$ qua các điểm này. Do đó, hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án D

**Câu 11.** Vì $-2018 < -1$ nên từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = -2018$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 2 điểm.

Chọn đáp án B

**Câu 12.** Mặt phẳng $(\alpha)$: $x - 2y + 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-2;3)$.

Chọn đáp án A

**Câu 13.** Trung điểm của $MN$ là $I(1;2;3)$.

Mặt phẳng trung trực của $MN$ đi qua $I$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (4;2;6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$4(x-1) + 2(y-2) + 6(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z - 13 = 0.$$

Chọn đáp án A

**Câu 14.** Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{4} = 1 \\ x + \frac{1}{8} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{4} \\ x = \frac{7}{8} \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện, ta suy ra tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (B)

**Câu 15.** Ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$.

Chọn đáp án (B)

**Câu 16.**

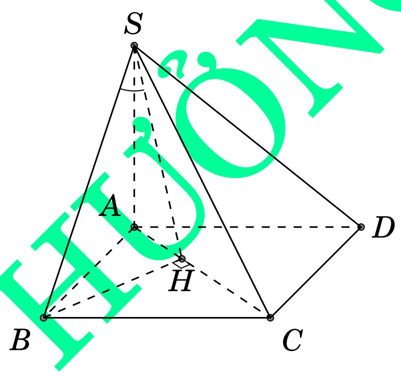
Vẽ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Suy ra góc giữa $SB$ và mặt phẳng $(SAC)$ là $\widehat{BSH}$

$BH = \frac{BA.BC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$

$\sin\widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30°$.




Chọn đáp án (A)

**Câu 17.**

$$y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (x^2+x+1)' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x+1) = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}.$$

Chọn đáp án (A)

**Câu 18.**

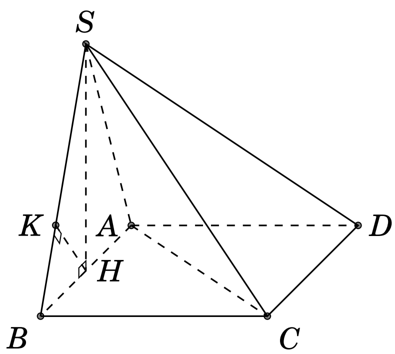
Gọi $H$ là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Hạ $HK \perp SB$.

$\mathrm{d}(AD, SC) = \mathrm{d}(AD, (SBC)) = \mathrm{d}(A, (SBC)) = 2\mathrm{d}(H, (SBC)) = 2HK$.

$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a$.

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng $AD$ và $SC$ bằng $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$.




Chọn đáp án (A)

**Câu 19.** Gọi $B$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $\Delta$, suy ra $B(2+t; 1-2t; 2t)$ và $\overrightarrow{AB}(3+t; -2t; 2t-6)$.

Ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3 + t + 4t + 4t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên đường thẳng $\Delta$ là $B(3; -1; 2)$.

Chọn đáp án (D)

**Câu 20.** Ta có: $z_1 + z_2 = 6$, $z_1 \cdot z_2 = 13$

Suy ra phương trình bậc hai có hai nghiệm $z_1$ và $z_2$ là $z^2 - 6z + 13 = 0$.

Chọn đáp án C

**Câu 21.** Tập xác định của hàm số là: $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có

- $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.
- $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim\limits_{x \to -1^-} \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}} = 0 \Rightarrow x = -1$ không là tiệm cận đứng.
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án A

**Câu 22.** Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Biến cố $A$: "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5".

$A = \{(1;1),(1;2),(1;3),(1;4),(2;1),(2;2),(2;3),(3;1),(3;2),(4;1)\} \Rightarrow n(A) = 10$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Chọn đáp án C

**Câu 23.** Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$.

$y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

$y(0) = 4,\ y(1) = 3,\ y(2) = \dfrac{10}{3}$.

Suy ra $A = 4, a = 3 \Rightarrow A + a = 7$.

Chọn đáp án B

**Câu 24.**

$$\int_0^1 3^{2x+1}\,\mathrm{d}x = \frac{3^{2x+1}}{2\ln 3}\Big|_0^1 = \frac{12}{\ln 3}.$$

Chọn đáp án D

**Câu 25.** Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 2(2x-1)(x^2-x)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Vậy hàm số $y=(x^2-x)^2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Chọn đáp án C

**Câu 26.** Đặt $2^x=t,(t>0)$. Phương trình trở thành:

$$t^2+t+4=3^m(t+1)\Leftrightarrow \frac{t^2+t+4}{t+1}=3^m.$$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+t+4}{t+1}$ trên $(0;+\infty)$.

$f'(t)=\dfrac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3\notin(0;+\infty). \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $t$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $4$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3<3^m<4\Leftrightarrow 1<m<\log_3 4$.

Chọn đáp án D

**Câu 27.**

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9 &= \sum_{k=0}^{9} C_9^k\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^{9-k}\cdot(2x^2-x)^k \\ &= \sum_{k=0}^{9} C_9^k\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^{9-k}\cdot\sum_{i=0}^{k} C_k^i(2x^2)^{k-i}\cdot(-x)^i \\ &= \sum_{k=0}^{9}\sum_{i=0}^{k} C_9^kC_k^i2^{k-i}(-1)^ix^{3k-i-9}.\end{aligned}$$

Số hạng chứa $x^3$ ứng với $(k,i)$ thỏa mãn $\begin{cases} 3k-i-9=3 \\ 0\leqslant i\leqslant k\leqslant 9 \\ i,k\in\mathbb{N} \end{cases}\Leftrightarrow (k,i)\in\{(4,0),(5,3),(6,6)\}$.

Suy ra hệ số của $x^3$ là: $C_9^4C_4^02^4(-1)^0+C_9^5C_5^32^2(-1)^3+C_9^6C_6^62^0(-1)^6=-2940$.

Chọn đáp án C

**Câu 28.** Ta có $I=\int\limits_{-2}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x$.

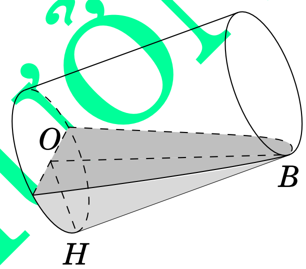
Đặt $x=-t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$; $x=-2\Rightarrow t=2; x=0\Rightarrow t=0$

$\Rightarrow\int\limits_{-2}^{0}\frac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{0}\frac{f(-t)}{3^{-t}+1}(-\mathrm{d}t)=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^tf(-t)}{3^t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^tf(t)}{3^t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^xf(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^xf(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=3$.

Chọn đáp án A

**Câu 29.**




*Cách 1:*

Ta có $OH=3$, $OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=3\sqrt{26}$,

$\cos\widehat{HOB}=\frac{OH}{OB}=\frac{1}{\sqrt{26}}$.

Hình chiếu vuông góc của mặt nước trong cốc lên mặt đáy cốc là nửa hình tròn có đường kính bằng 6 cm. Do đó:

$$\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2=S\cdot\cos\widehat{HOB}\Rightarrow S=\frac{\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2}{\frac{1}{\sqrt{26}}}=\frac{9\pi\sqrt{26}}{2}.$$

Vậy diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng $\frac{9\pi\sqrt{26}}{2}$ cm$^2$.

*Cách 2:*

Ta có: diện tích $S$ của bề mặt nước trong cốc bằng một nửa diện tích elip có hai trục là $2b=6$ cm và $2a=2\sqrt{15^2+3^2}=6\sqrt{26}$ cm.

Suy ra $S=\frac{1}{2}\pi ab=\frac{1}{2}\pi\cdot 3\cdot 3\sqrt{26}=\frac{9\pi\sqrt{26}}{2}$ cm$^2$.

Chọn đáp án B

**Câu 30.** Đặt $z=a+bi$ với $z\neq 0$.

$(1+i)z=(1+i)(a+bi)=a-b+(a+b)i$.

Suy ra $A(a;b)$, $B(a-b;a+b)$, $\overrightarrow{AB}=(-b;a)$, $AB=\sqrt{a^2+b^2}$

Đường thẳng $AB: a(x-a)+b(y-b)=0\Leftrightarrow ax+by-a^2-b^2=0$.

Chiều cao hạ từ $O$ của tam giác $OAB$ là $h=\mathrm{d}(O,AB)=\frac{|-a^2-b^2|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{a^2+b^2}$.

Diện tích tam giác $OAB$ bằng 8 nên

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2=8\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}=4\Leftrightarrow|z|=4.$$

Chọn đáp án A

**Câu 31.** $F(x)=\int\frac{\ln(x+3)}{x^2}\,\mathrm{d}x$, $(x>-3)$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+3) \\ dv = \dfrac{1}{x^2}\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x+3}\,dx \\ v = -\dfrac{1}{x} \end{cases}.$

$$\begin{aligned} F(x) &= -\frac{1}{x}\ln(x+3) + \int \frac{1}{x(x+3)}\,dx \\ &= -\frac{1}{x}\ln(x+3) + \frac{1}{3}\int\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right)dx \\ &= -\frac{1}{x}\ln(x+3) + \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C. \end{aligned}$$

Suy ra

$$F(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}\ln(x+3) + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{x}{x+3} + C_1 \text{ khi } x > 0 \\ -\dfrac{1}{x}\ln(x+3) + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{-x}{x+3} + C_2 \text{ khi } -3 < x < 0. \end{cases}$$

Khi đó

$F(-2) = \dfrac{1}{3}\ln 2 + C_2.$

$F(1) = -\ln 4 + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{1}{4} + C_1.$

$F(-2) + F(1) = 0 \Rightarrow C_1 + C_2 = \dfrac{7}{3}\ln 2.$

$F(-1) = \ln 2 + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{1}{2} + C_2.$

$F(2) = -\dfrac{1}{2}\ln 5 + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{2}{5} + C_1.$

$\Rightarrow F(-1) + F(2) = \ln 2 + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\ln 5 + \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{2}{5} + C_1 + C_2 = \dfrac{10}{3}\ln 2 - \dfrac{5}{6}\ln 5.$

Chọn đáp án C

**Câu 32.**

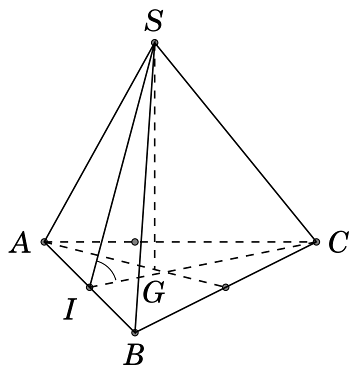
Ta có: $(SAB) \cap (ABC) = AB.$

Gọi $I$ là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} GI \perp AB \\ SI \perp AB \end{cases}$

$\Rightarrow ((SAB),(ABC)) = (GI, SI) = \widehat{SIG} = 60^\circ.$

$\tan\widehat{SIG} = \dfrac{SG}{IG} \Rightarrow SG = \tan 60^\circ \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{6} = \dfrac{a}{2}.$

$SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}.$




Diện tích xung quanh hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot AG \cdot SA = \pi\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}.$$

Chọn đáp án A

**Câu 33.** Gọi $M = d \cap AB \Rightarrow M(1+2t; -1+t; 2-t).$

$\vec{u}_d = (2;1;-1)$, $\overrightarrow{AM} = (2t; t-3; -t+3)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AM} \perp \vec{u_d} \Leftrightarrow 2 \cdot 2t + t - 3 - (-t+3) = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Đường thẳng $AB$ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (2;-2;2) = 2(1;-1;1)$ nên có phương trình là

$$AB: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \end{cases}.$$

Điểm $B$ thuộc đường thẳng $AB$ nên $\Rightarrow B(1+b;2-b;-1+b)$.

$B \in (P) \Leftrightarrow (1+b)+(2-b)+2(-1+b)+1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

$\Rightarrow B(0;3;-2)$.

Chọn đáp án D

**Câu 34.**

- Trên khoảng $(-\infty;0)$ ta có: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ nên phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc $(-\infty;0)$.

- Xét hàm số $y = f(x)+g(x)$, ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | \|\| | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ ↘ | | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | ↘ | $0$ |

Từ bảng biến thiên suy ra:

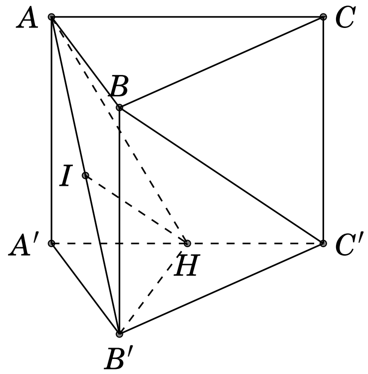
– Phương trình $f(x)+g(x) = m$ có nghiệm với mọi $m$.

– Phương trình $f(x)+g(x) = m$ có 2 nghiệm với mọi $m > 0$.

Vậy mệnh đề "Phương trình $f(x) = g(x)-1$ không có nghiệm" là mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án D

**Câu 35.**




Gọi $I,H$ lần lượt là trung điểm của $AB'$ và $A'C'$. Khi đó $IH$ là đường trung bình của $\triangle A'BC'$ nên $IH \parallel BC' \Rightarrow (AB',BC') = (AB',IH)$.

Ta có $AB' = a\sqrt{3}$, $B'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \dfrac{3a}{2}$ nên $B'H^2 + HA^2 = AB'^2$, hay $\triangle HAB'$ vuông tại $H$.

$IH = \dfrac{AB'}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta B'IH$ đều, suy ra

$(AB',BC') = (AB',IH) = \widehat{B'IH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án D

**Câu 36.** Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=3$. Từ giả thiết suy ra $A,B$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $I$ lên mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

Gọi $d$ là đường thẳng đi qua $I$ và $d\perp(P)$, khi đó $d$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;1;2)$ nên $d$ có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=-1+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}.$

$A\in d\Rightarrow A(1+t;2+t;-1+2t)$.

$A\in(P)\Leftrightarrow 1+t+2+t+2(-1+2t)+5=0\Leftrightarrow 6t+6=0\Leftrightarrow t=-1$, nên $A(0;1;-3)$.

Gọi $d'$ là đường thẳng đi qua $I$ và $d'\perp(Q)$, khi đó $d'$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}'_d=(2;-1;1)$ nên $d'$ có phương trình $d':\begin{cases}x=1+2t'\\ y=2-t'\\ z=-1+t'\end{cases},t'\in\mathbb{R}.$

$B\in d'\Rightarrow B\left(1+2t';2-t';-1+t'\right)$.

$B\in(Q)\Leftrightarrow 2\left(1+2t'\right)-\left(2-t'\right)+\left(-1+t'\right)-5=0\Leftrightarrow 6t'-6=0\Leftrightarrow t'=1$, nên $B(3;1;0)$.

Vậy $AB=\sqrt{3^2+0^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D

**Câu 37.** Đường thẳng d qua điểm $M(1;2;0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-1;1)$.

Đường thẳng $d'$ qua điểm $N(0;1;2)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{v}(2;1;1)$.

Ta có $[\vec{u},\vec{v}]\cdot\overrightarrow{MN}=7\neq 0$ nên $d$ và $d'$ là hai đường thẳng chéo nhau.

Đường thẳng $\Delta$ cắt $d,d'$ lần lượt tại các điểm $A,B$ thỏa mãn độ dài đoạn thẳng $AB$ nhỏ nhất nên $AB$ chính là đoạn vuông góc chung của $d$ và $d'$.

$A\in d\Rightarrow A(1+t;2-t;t)$, $B\in d'\Rightarrow B\left(2t';1+t';2+t'\right)$, $\overrightarrow{AB}\left(2t'-t-1;t'+t-1;t'-t+2\right)$.

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp d\\ \overrightarrow{AB}\perp d'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t'-t-1-\left(t'+t-1\right)+t'-t+2=0\\ 2\left(2t'-t-1\right)+t'+t-1+t'-t+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t'-3t=-2\\ 6t'-2t=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=\dfrac{1}{2}\\ t=1.\end{cases}$$

Suy ra $A(2;1;1)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=2\overrightarrow{AB}=(-2;1;3)$, nên có phương trình là $\Delta:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Chọn đáp án B

**Câu 38.** Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi $h=\mathrm{d}(I,d)$ là khoảng cách từ tâm $I$ đến đường thẳng $d$. Khi đó $EF=2\sqrt{R^2-h^2}=2\sqrt{9-h^2}$.

Suy ra $EF$ lớn nhất khi và chỉ khi $h$ nhỏ nhất.

Đường thẳng $d$ đi qua $A(1;-1;m)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AI}=(0;2;2-m)$, $\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]=(2+m;2-m;-2)$.

Suy ra $h=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{2m^2+12}}{\sqrt{6}}\geqslant\sqrt{2}$.

Do đó $h$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $m=0$.

Chọn đáp án (C)

**Câu 39.** Ta có $y' = m - \dfrac{36}{(x+1)^2}$.

- Với $m \le 0$, hàm số nghịch biến trên $[0;3]$ nên $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(3) = 3m+9$.

  Suy ra $3m+9 = 20 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{3}$ (không thỏa mãn).

- Với $m > 0$, ta có: $y' = \dfrac{m(x+1)^2 - 36}{(x+1)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x+1 = \pm\frac{6}{\sqrt{m}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 + \dfrac{6}{\sqrt{m}} \\ x = -1 - \dfrac{6}{\sqrt{m}} \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

  – Khi $0 \le -1 + \dfrac{6}{\sqrt{m}} \le 3 \Leftrightarrow \dfrac{9}{4} \le m \le 36$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

| $x$ | $0$ | | $-1+\dfrac{6}{\sqrt{m}}$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $36$ | $\searrow$ | $-m+12\sqrt{m}$ | $\nearrow$ | $3m+9$ |

  Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra

$$\min_{x\in[0;3]} y = y\left(-1+\frac{6}{\sqrt{m}}\right) = -m+12\sqrt{m} = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 100 \text{ (loại)} \end{array}\right. .$$

  – Khi $-1 + \dfrac{6}{\sqrt{m}} > 3 \Leftrightarrow m < \dfrac{9}{4}$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

| $x$ | $0$ | | $3$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | |
| $y$ | $36$ | $\searrow$ | $3m+9$ |

  Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(3) = 3m+9 = 20 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{9}$ (loại).

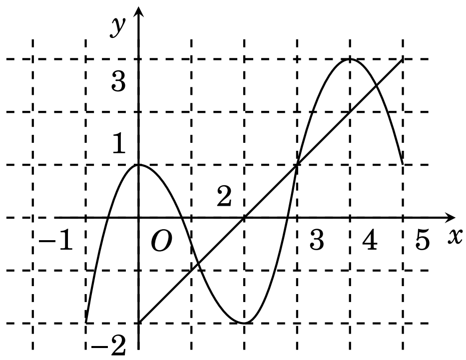
Vậy giá trị nhỏ nhất bằng 20 khi $m = 4$.

Chọn đáp án (C)

**Câu 40.** Ta có $y' = 2f'(2-x) + 2x = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = -x$.

Đặt $t = 2 - x \Rightarrow x = 2 - t$.

Khi đó phương trình $y' = 0$ trở thành $f'(t) = t - 2$, nghiệm của phương trình này là hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(t)$ với đường thẳng $y = t - 2$.




Dựa vào đồ thị ta suy ra:

$$f'(t) = t - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = \alpha \in (4;5) \\ t = \beta \in (1;2) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 - \alpha \in (-3;-2) \\ x = 2 - \beta \in (0;1). \end{array}\right.$$

Từ đồ thị ta suy ra $y' < 0$ khi

$$\left[\begin{array}{l} \beta < t < 3 \\ \alpha < t < 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 2 - \beta \\ -3 < x < 2 - \alpha. \end{array}\right.$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 2-\beta)$ và $(-3; 2-\alpha)$. Vì $(-3; 2-\alpha) \subset (-3;-2)$ và $(-1;0) \subset ((-1; 2-\beta))$ nên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án A

**Câu 41.** Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 2x^2 = 0 \\ x^3 - 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Đặt $g(x) = f(1 - 2018x)$ suy ra $g'(x) = -2018f'(1 - 2018x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2018x) = 0$, phương trình này cũng có 4 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu khi $x$ qua các nghiệm này. Do đó hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Vì hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị nên phương trình $g(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = |g(x)| = |f(1-2018x)|$ có nhiều nhất 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án A

**Câu 42.** Ta có $y' = \dfrac{1}{2x^2}$. Giả sử tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ $x_1$ song song với tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ $x_2$, suy ra

$$y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow \frac{1}{2x_1^2} = \frac{1}{2x_2^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ x_1 = -x_2. \end{array}\right.$$

Gọi 2 tiếp điểm của hai tiếp tuyến song song là $M\left(a; \dfrac{a-1}{2a}\right)$ và $M'\left(-a; \dfrac{a+1}{2a}\right)$.

Khi đó ta có 2 tiếp tuyến $d_1$, $d_2$ là $d_1\colon x - 2a^2y + a^2 - 2a = 0$ và $d_2\colon x - 2a^2y + a^2 + 2a = 0$.

Nhận thấy khoảng cách giữa $d_1$ và $d_2$ bằng 2 lần khoảng cách từ trung điểm $I\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$ của $MM'$ đến $d_1$, nên ta có:

$$\mathrm{d}(d_1, d_2) = 2\mathrm{d}(I, d_1) = \frac{2 \cdot |2a|}{\sqrt{1 + 4a^4}} \leqslant \frac{|4a|}{\sqrt{2 \cdot 2a^2}} = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $1 = 4a^4 \Leftrightarrow a = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy khoảng cách lớn nhất giữa $d_1$ và $d_2$ bằng 2.

Chọn đáp án C

**Câu 43.** Xét hàm số $v(x) = \sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}$ liên tục trên $[0;5]$.

Ta có $v'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{3x}} - \dfrac{1}{\sqrt{10-2x}}$; $v'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ 2\sqrt{3x} = 3\sqrt{10-2x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

$v(0) = \sqrt{10}; v(3) = 5; v(5) = \sqrt{15} \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[0;5]} v(x) = \sqrt{10} \Leftrightarrow x = 0 \\ \max\limits_{[0;5]} v(x) = 5 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$ (1).

Từ bảng biến thiên của hàm số $u(x)$ trên đoạn $[0;5]$, ta có $\begin{cases} \min\limits_{[0;5]} u(x) = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3 \\ \max\limits_{[0;5]} v(x) = 4 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases}$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} \min\limits_{[0;5]} \dfrac{v(x)}{u(x)} = \dfrac{\sqrt{10}}{4} \Leftrightarrow x = 0 \\ \max\limits_{[0;5]} \dfrac{v(x)}{u(x)} = 5 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$

Phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = mu(x) \Leftrightarrow \dfrac{v(x)}{u(x)} = m$ (*).

Do đó, phương trình (*) có nghiệm trên đoạn $[0;5]$ khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{10}}{4} \leqslant m \leqslant 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{1,2,3,4,5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

**Câu 44.** Ta thấy $f(n)$ bé nhất khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} f(n) \leqslant f(n+1) \\ f(n) \leqslant f(n-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)\cdots(\log_3 n)}{9^n} \leqslant \dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)\cdots(\log_3 (n+1))}{9^{n+1}} \\ \dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)\cdots(\log_3 n)}{9^n} \leqslant \dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)\cdots(\log_3 (n-1))}{9^{n-1}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 \leqslant \log_3(n+1) \\ \log_3 n \leqslant 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geqslant 3^9 - 1 \\ n \leqslant 3^9 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{3^9 - 1, 3^9\}.$$

Vậy có hai giá trị của $n$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A)

**Câu 45.** Ta có nhận xét: Xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Chọn 3 viên cho phần 1: có $C_9^3$ cách.
- Chọn 3 viên cho phần 2: có $C_6^3$ cách.
- Chọn 3 viên lại cho phần 3: có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$.

Gọi $A$ là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: có $C_4^2 C_5^1$ cách chọn.
- Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: có $C_2^1 C_4^2$ cách chọn.
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại (1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\dfrac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

Do đó $n(A) = \dfrac{3!}{2!} C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2 = 1080$.

Vậy xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1080}{1680} = \dfrac{9}{14}$.

Chọn đáp án (A)

**Câu 46.** Ta có

$$f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Suy ra

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right] \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x \, \mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, \mathrm{d}x \, (*).$$

Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$.

Khi đó

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \mathrm{d}x = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} f(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x.$$

Từ $(*)$ ta có: $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}$.

Do đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)\mathrm{d}x = xf(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án D

**Câu 47.** Từ giả thiết ta có:

$$|5w + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow |(2+i)(z-4) + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \left|z - 4 + \frac{5i}{2+i}\right| = \frac{3\sqrt{5}}{|2+i|} \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3.$$

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z$, suy ra $M$ thuộc đường tròn $(T)$ tâm $I(3;-2)$ bán kính $R = 3$.

Gọi $A(1;2), B(5;2)$ và $E(3;2)$ là trung điểm của $AB$. Ta có $P = MA + MB$.

Khi đó $P^2 = (MA + MB)^2 \leqslant 2(MA^2 + MB^2) = 4ME^2 + AB^2$.

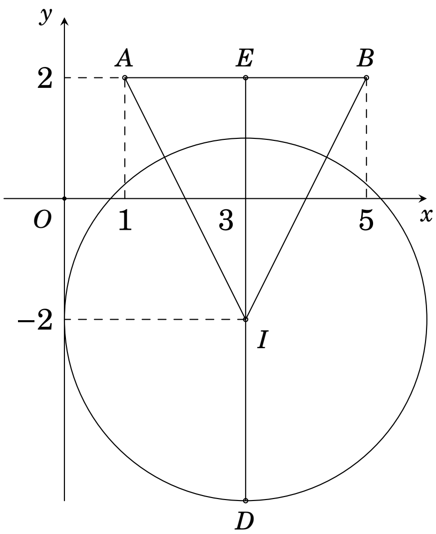
Nhận thấy $E$ nằm ngoài đường tròn $(T)$, gọi $D$ là giao điểm của tia đối của tia $IE$ và đường tròn $(T)$ suy ra $ME \leqslant ED$, với mọi $M$ thuộc $(T)$.

Mặt khác ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;0)$, $\overrightarrow{IE} = (0;4) \Rightarrow AB \perp IE \Rightarrow DE = R + IE = 3 + 4 = 7$.

$\Rightarrow P^2 \leqslant 4ME^2 + AB^2 \leqslant 4DE^2 + AB^2 = 4 \cdot 49 + 16 = 212$.

$\Rightarrow P \leqslant 2\sqrt{53}$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv D$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là $P_{\max} = 2\sqrt{53}$.

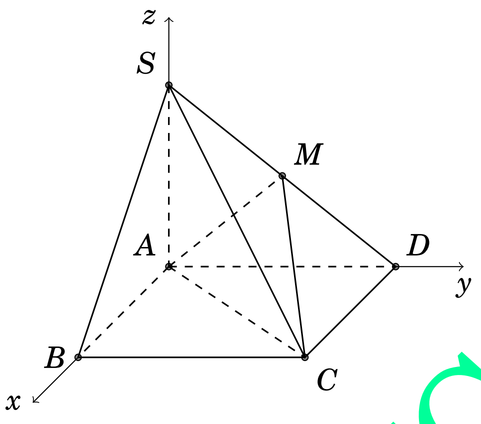



Chọn đáp án C

**Câu 48.**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia $Ox$ trùng với tia $AB$, tia $Oy$ trùng với tia $AD$, tia $Oz$ trùng với tia $AS$. Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;2a)$, $M\left(0;\frac{a}{2};a\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=\left(0;\frac{a}{2};a\right)$, $\overrightarrow{AC}=(a;a;0)$, $\overrightarrow{SB}=(a;0;-2a)$, $\overrightarrow{SC}=(a;a;-2a)$.




Suy ra:

- Mặt phẳng $(AMC)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=\frac{2}{a^2}\cdot\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=(-2;2;-1)$.
- Mặt phẳng $(SBC)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=\frac{1}{a^2}\cdot\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=(2;0;1)$.

Gọi $\alpha$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AMC)$ và $(SBC)$, ta có:

$$\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|\cdot\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Do đó $\tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án D

**Câu 49.** Ta có

$$\begin{aligned} 3^x+a^x\geqslant 6^x+9^x &\Leftrightarrow a^x-18^x\geqslant 6^x+9^x-3^x-18^x\\ &\Leftrightarrow a^x-18^x\geqslant 3^x\left(2^x-1\right)-9^x\left(2^x-1\right)\\ &\Leftrightarrow a^x-18^x\geqslant -3^x\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\quad(*)\end{aligned}$$

Ta thấy

- Nếu $x\geqslant 0$ thì $\begin{cases}2^x\geqslant 1\\ 3^x\geqslant 1\end{cases}\Rightarrow(2^x-1)(3^x-1)\geqslant 0\Rightarrow -3^x(2^x-1)(3^x-1)\leq 0$.
- Nếu $x<0$ thì $\begin{cases}2^x<1\\ 3^x<1\end{cases}\Rightarrow(2^x-1)(3^x-1)>0\Rightarrow -3^x(2^x-1)(3^x-1)<0$.

Suy ra $-3^x(2^x-1)(3^x-1)\leq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Do đó, $(*)$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

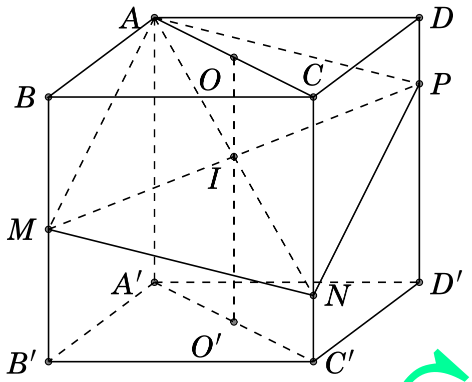
$$a^x-18^x\geqslant 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left(\frac{a}{18}\right)^x\geqslant 1,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow a=18.$$

Vậy $a=18\in(16;18]$.

Chọn đáp án B

**Câu 50.**

Gọi $O, O'$ lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ và $I$ là giao điểm của $OO'$ với $MP$. Khi đó $N$ là giao điểm của $CC'$ với $AI$. Ta dễ dàng chứng minh được tứ giác $AMNP$ là hình bình hành và $CN = \frac{3}{4}CC'$.




Từ đó suy ra $BM = a$, $CN = \frac{3a}{2}$, $DP = \frac{a}{2}$.

Ta có: $V_{AMNPBCD} = V_{A.BMNC} + V_{A.CNPD}$.

$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot S_{BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (MB + NC) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(a + \frac{3a}{2}\right) = \frac{5a^3}{3}$.

$V_{A.CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot S_{CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (CN + PD) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right) = \frac{4a^3}{3}$.

Vậy $V_{AMNPBCD} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3$.

Chọn đáp án B