GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 050

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

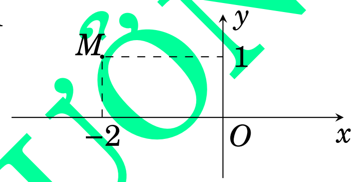
(Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2018, Sở GD-ĐT Quảng Bình)

Mã đề thi 050

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1.

Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ là



A. $-2+i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-2-i$. **D.** $1+2i$.

Câu 2. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{2018x-1}$.

A. $\dfrac{5}{2018}$. **B.** -2. **C.** -5. **D.** $-\infty$.

Câu 3. Từ tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** C_7^2. **C.** A_7^2. **D.** 7^5.

Câu 4. Thể tích khối nón có chiều cao h, đường sinh l là

A. $\dfrac{1}{3}\pi l^2 h$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi(l^2-h^2)h$. **C.** $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$. **D.** $\pi(l^2-h^2)h$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

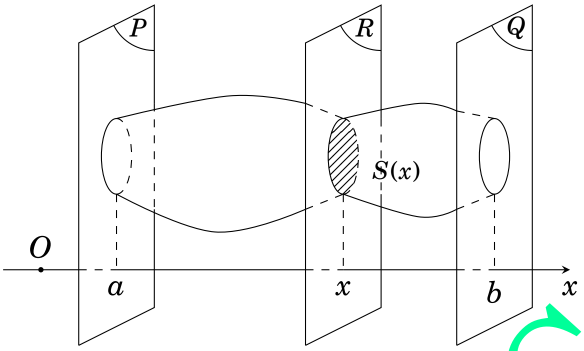
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 6.

Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Một mặt phẳng (R) tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x, $(a \le x \le b)$ cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$. Thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức



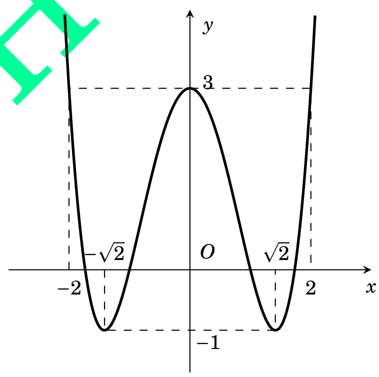
A. $V = \int\limits_a^b S^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi\int\limits_a^b S^2(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi\int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V = \int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm

A. $x = \pm\sqrt{2}$. **B.** $x = \pm 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 3$.



Câu 8. Cho $0 < a, b \neq 1$; $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = \dfrac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_b a$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sqrt{x} + x^{2018}$ là

A. $\sqrt{x} + \dfrac{x^{2019}}{673} + C$. **B.** $2\sqrt{x^3} + \dfrac{x^{2019}}{2019} + C$.

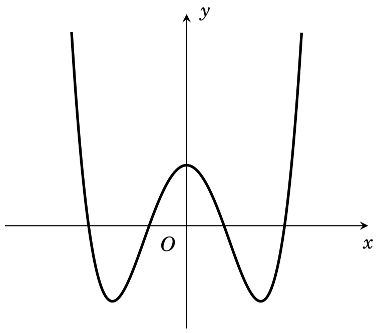
C. $\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{x^{2019}}{673} + C$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 6054x^{2017} + C$.

Câu 10.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với điểm $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

A. $N(-3;1;-2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;-2)$. **D.** $N(3;-1;-2)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-6}=\dfrac{z+1}{-4}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x>\left(7-4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1}$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 14. Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\pi a^2\sin\alpha$. **B.** $2\pi a\cos\alpha$. **C.** $\pi a^2\cos\alpha$. **D.** $2\pi a\sin\alpha$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d'\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $2x-z-6=0$. **C.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** $2x-z+7=0$.

Câu 16. Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2018$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^3x+9\cos x+6\sin^2x-1$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19. Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{0}\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}\,dx$ là

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}-1$. **C.** $\sqrt{3}+1$. **D.** $-\sqrt{3}-1$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $(z_1-1)^{2018}+(z_2-1)^{2018}$ bằng

A. $-2^{1010}i$. **B.** $2^{1009}i$. **C.** 0. **D.** 2^{2018}.

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** a. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 22. Bạn Châu nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6,8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 23. Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{5}{31}$. **C.** $\frac{32}{24273}$. **D.** $\frac{1}{899}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 25. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)\cdot\log_4\left(\log_2 x\right)=3$. Giá trị $\log_2 x_1\cdot\log_2 x_2$ bằng

A. -6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt[4]{2^{33}}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Giá trị $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 27. Cho tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 25.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $\triangle ABC$ vuông tại A. Góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α): $x+2y-z+4=0$ và cắt hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$, $d': \begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

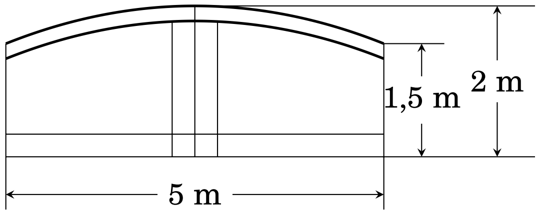
A. $M(6;5;-4)$. **B.** $N(4;5;6)$. **C.** $P(5;6;5)$. **D.** $Q(4;4;5)$.

Câu 30. Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{x^{2019}}{2019}-\frac{1}{2017x^{2017}}-mx+2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

A. 2018. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31.

Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên. Vòm cổng có hình dạng một parabol. Giá 1m^2 của sắt là 660000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là



A. 6500. **B.** $\dfrac{55}{6}\cdot 10^3$. **C.** 5600. **D.** 6050.

Câu 32. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 12$, $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} f(2\cos x)\sin x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc $60°$. Hình nón có đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là

A. $S = \dfrac{3}{2}\pi a^2$. **B.** $S = \pi a^2$. **C.** $S = \dfrac{\pi a^2(\sqrt{7}+1)}{4}$. **D.** $S = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m\cdot 2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 35. Giá trị lớn nhất của m để phương trình $\cos x + \sin^{2018} 5x + m = 0$ có nghiệm là

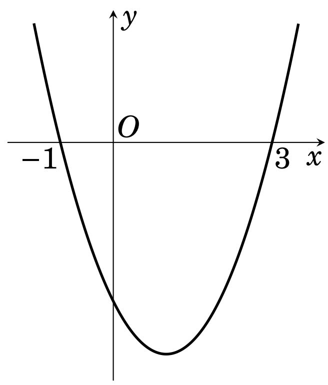
A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;\pi]\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \tan x$, $\forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right)\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$, $f(0) = 0$, $f(\pi) = 1$. Tỉ số giữa $f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$ và $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $2\left(\log_2 \mathrm{e} + 1\right)$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2(1+\ln 2)}{2+\ln 2}$. **D.** $2\left(1 - \log_2 \mathrm{e}\right)$.

Câu 37.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1-x^2)$ đạt cực đại tại các điểm



A. $x = -1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|-x^4 + 8x^2 + m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2018?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 39. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4-3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $6\sqrt{5}$.

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy, có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC. Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. **C.** $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

Câu 42. Cho dãy (u_n): $u_1 = e^3, u_{n+1} = u_n^2$, $k \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $u_1 \cdot u_2 \cdots u_k = e^{765}$. Giá trị của k là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 43. Số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là

A. -2. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

A. $2x - y + z + 6 = 0$. **B.** $2x - y + z - 6 = 0$. **C.** $2x + y + z - 6 = 0$. **D.** $2x + y - z - 6 = 0$.

Câu 45. Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích của khối 8 mặt đó là

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** $\frac{75}{12}$.

Câu 46. Cho số phức z_0 có $|z_0| = 2018$. Diện tích của đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn của z_0 và các nghiệm của phương trình $\frac{1}{z+z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ được viết dạng $n\sqrt{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Chữ số hàng đơn vị của n là

A. 9. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B, $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$, $\triangle SAC$ đều, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC). Giá trị $\cos\alpha$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{65}}{65}$. **B.** $\frac{\sqrt{65}}{20}$. **C.** $\frac{\sqrt{65}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{65}}{65}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$. **B.** $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$. **D.** $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$.

Câu 49. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{47}{256}$. **B.** $\frac{49}{256}$. **C.** $\frac{51}{256}$. **D.** $\frac{3}{16}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f'(x) = \tan x \cdot f(x),\ \forall x \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $f(0) = 1$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1+\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\ln\frac{1+\pi}{4}$. **D.** 0.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** D	**11** C	**16** D	**21** B	**26** B	**31** D	**36** A	**41** C	**46** C
2 A	**7** A	**12** A	**17** A	**22** A	**27** C	**32** C	**37** D	**42** C	**47** D
3 C	**8** B	**13** A	**18** A	**23** D	**28** D	**33** D	**38** B	**43** B	**48** D
4 B	**9** B	**14** C	**19** B	**24** D	**29** D	**34** C	**39** B	**44** B	**49** A
5 D	**10** B	**15** D	**20** C	**25** B	**30** C	**35** C	**40** A	**45** A	**50** B

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $M(-2;1)$ nên điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=-2+i$. Do đó $\bar{z}=-2-i$.
Chọn đáp án C

Câu 2. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{2018x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5+\dfrac{2}{x}}{2018-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{5}{2018}$.

Chọn đáp án A

Câu 3. Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số của tập A là một chỉnh hợp chập 5 của tập A. Do đó, từ tập A ta lập được A_7^2 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau.
Chọn đáp án C

Câu 4. Bán kính hình tròn đáy của khối nón là: $r=\sqrt{l^2-h^2}$.
Thể tích khối nón có chiều cao h, đường sinh l là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi(l^2-h^2)h$.
Chọn đáp án B

Câu 5. Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.
Chọn đáp án D

Câu 6. Theo định nghĩa tích phân, thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức $V=\int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$.
Chọn đáp án D

Câu 7. Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $x=\pm\sqrt{2}$.
Chọn đáp án A

Câu 8.

- Vì $\log_a b = \dfrac{\log b}{\log a}$ nên mệnh đề "$\log_a b = \dfrac{\log a}{\log b}$" sai.
- Ta có $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{n}}} b = n\log_a b$ nên mệnh đề "$\log_{\sqrt[n]{a}} b = n\log_a b$" đúng và mệnh đề "$\log_{\sqrt[n]{a}} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$" sai.
- Vì $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_a b$ nên mệnh đề "$\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_b a$" sai.

Chọn đáp án (B)

Câu 9. Ta có

$$\begin{aligned}\int f(x)\,\mathrm{d}x &= \int \left(3\sqrt{x}+x^{2018}\right)\mathrm{d}x\\ &= 3\int x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x+\int x^{2018}\,\mathrm{d}x\\ &= 3\cdot\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{x^{2019}}{2019}+C\\ &= 2\sqrt{x^3}+\frac{x^{2019}}{2019}+C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B)

Câu 10. Từ đồ thị đã cho suy ra hàm số có 3 điểm cực trị, trong đó có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. Trong các hàm số đã cho, hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (B)

Câu 11. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;2)$ trên trục Oy là $H(0;-1;0)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

$$\begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 2\cdot 0 - 3 = -3\\ y_N = 2y_H - y_M = 2\cdot(-1)-(-1) = -1\\ z_N = 2z_H - z_M = 2\cdot 0 - 2 = -2\end{cases} \Rightarrow N(-3;-1;-2).$$

Chọn đáp án (C)

Câu 12. Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$ đi qua điểm $M(3;3;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;3;2)$.

Đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{-6} = \dfrac{z+1}{-4}$ đi qua $A(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (-2;-6;-4)$, mặt khác véc-tơ $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u}$, điểm A không thuộc d nên đường thẳng Δ song song với đường thẳng d.

Chọn đáp án (A)

Câu 13. Ta có $(2-\sqrt{3})\cdot(2+\sqrt{3})=1 \Rightarrow (2-\sqrt{3})=(2+\sqrt{3})^{-1}$. Do đó

$$\begin{aligned}
& \left(2-\sqrt{3}\right)^{x} > \left(7-4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} \\
\Leftrightarrow\ & \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} > \left(2-\sqrt{3}\right)^{2}\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} \\
\Leftrightarrow\ & \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} > \left(2+\sqrt{3}\right)^{-2}\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} \\
\Leftrightarrow\ & \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} > \left(2+\sqrt{3}\right)^{x-1} \\
\Leftrightarrow\ & -x > x-1 \\
\Leftrightarrow\ & x < \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

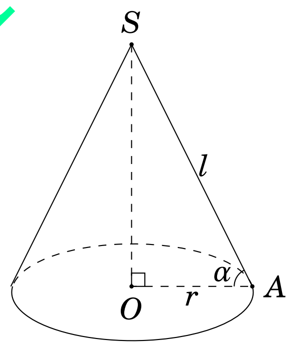
Chọn đáp án A

Câu 14.

Ta có $l=a$, $r=l\cdot\cos\alpha=a\cos\alpha$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$S=\pi r l=\pi\cdot a\cos\alpha\cdot a=\pi a^2\cos\alpha$.



Chọn đáp án C

Câu 15. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;2;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$. Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}=(1;3;2)$.

Ta có $\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(-8;0;4)$, suy ra mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với d' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;0;-1)$.Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2\cdot(x+3)+0\cdot(y-2)+(-1)\cdot(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-z+7=0.$$

Chọn đáp án D

Câu 16.

- Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang $y=1$ và đường tiệm cận đứng $x=-1$.
- Hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
  Với $x\neq 2$ thì $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=x-3$ nên suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

- Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.
  $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}=0$.
  $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{x-3}=-1$.
  $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-2}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1}{x-3}=+\infty$.
  Do đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$ có tiệm cận ngang $y=0$ và đường tiệm cận đứng $x=3$.

- Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ có tập xác định $\mathscr{D}=(-3;-2)\cup(-2;+\infty)$.
  $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=0$.
  $\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)}=\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}}=+\infty$.
  $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)}=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}}=-\infty$.
  $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)}=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}}=-\infty$.
  Do đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ có 3 đường tiệm cận, trong đó có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$, hai đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-3$ và $x=-2$.

Chọn đáp án (D)

Câu 17. Hàm số $y=f(|x|)$ là hàm số chẵn và với $x\ge 0$ thì $f(|x|)=f(x)$. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	|	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$, suy ra phương trình $f(|x|)=2018$ vô nghiệm.
Chọn đáp án (A)

Câu 18. Ta có $y=\cos^3x+9\cos x+6\left(1-\cos^2x\right)-1=\cos^3x-6\cos^2x+9\cos x+5$.
Đặt $t=\cos x$, ta xét hàm số $f(t)=t^3-6t^2+9t+5$, với $t\in[-1;1]$.
Ta có $f'(t)=3t^2-12t+9$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\notin(-1;1)\\ t=3\notin(-1;1).\end{array}\right.$
$f(-1)=-11$, $f(1)=9$.
Suy ra $\max\limits_{[-1;1]}f(t)=9$, $\min\limits_{[-1;1]}f(t)=-11$.

Do đó $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 9$, $\min\limits_{\mathbb{R}} y = -11$.

Từ đó $\min\limits_{\mathbb{R}} y + \max\limits_{\mathbb{R}} y = -11 + 9 = -2$.

Chọn đáp án A

Câu 19. Xét tích phân $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $u = \sqrt{1-2x} \Rightarrow u^2 = 1-2x \Rightarrow \mathrm{d}x = -u\,\mathrm{d}u$.

Đổi cận: $x = -1 \Rightarrow u = \sqrt{3}$; $x = 0 \Rightarrow u = 1$.

Do đó: $I = -\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{1} \frac{1}{u} \cdot u\,\mathrm{d}u = \int_{1}^{\sqrt{3}} \mathrm{d}u = u\Big|_1^{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$.

Chọn đáp án B

Câu 20. Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Ta có

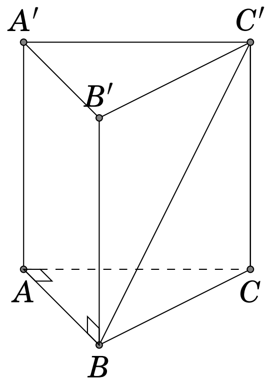
$$\begin{aligned}(z_1-1)^{2018} + (z_2-1)^{2018} &= (1-i)^{2018} + (1+i)^{2018} \\ &= \left[(1-i)^2\right]^{1009} + \left[(1+i)^2\right]^{1009} \\ &= (-2i)^{1009} + (2i)^{1009} \\ &= -(2i)^{1009} + (2i)^{1009} = 0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C

Câu 21.

Từ giả thiết $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng có đáy ABC là tam giác vuông tại A ta có AB cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng AC và BB' nên AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AC và BB'.

Bởi vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là $AB = a$.



Chọn đáp án B

Câu 22. Số tiền bạn Châu nhận được sau n năm là: $T_n = 7 \cdot (1{,}068)^n$ (triệu đồng).

Xét phương trình:

$$7 \cdot (1{,}068)^n = 10 \Leftrightarrow (1{,}068)^n = \frac{10}{7} \Leftrightarrow n = \log_{1{,}068} \frac{10}{7} \approx 5{,}42.$$

Sau 5 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là : $T_5 = 7 \cdot (1{,}068)^5 \approx 9{,}726$ (triệu đồng).

Sau 6 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là : $T_6 = 7 \cdot (1{,}068)^6 \approx 10{,}388$ (triệu đồng).

Như vậy, sau 5 năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng.

Chọn đáp án A

Câu 23. Gọi A là biến cố "5 bạn được chọn cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang". Số cách chọn 5 học sinh bất kì trong lớp 11L đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{31}^5$.
32 học sinh chia đều thành 4 tổ nên mỗi tổ có 8 học sinh. Số cách chọn 5 học sinh cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(A) = 3 \cdot \mathrm{C}_8^5 + \mathrm{C}_7^5$.
Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là: $\mathrm{P} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3 \cdot \mathrm{C}_8^5 + \mathrm{C}_7^5}{\mathrm{C}_{31}^5} = \dfrac{1}{899}$.
Chọn đáp án D

Câu 24. Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ $M = (-1;0;1)$.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4;-4;-4)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$.
Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$1 \cdot (x+1) + 1 \cdot (y-0) + 1 \cdot (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + z = 0.$$

Chọn đáp án D

Câu 25. Ta có

$$\begin{aligned}
& \log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3 \\
\Leftrightarrow\ & \log_2(\log_{2^2} x) \cdot \log_{2^2}(\log_2 x) = 3 \\
\Leftrightarrow\ & \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \cdot \left[\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)\right] = 3 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x)\right] \cdot \left[\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)\right] = 3 \\
\Leftrightarrow\ & [-1 + \log_2(\log_2 x)] \cdot (\log_2(\log_2 x)) = 6.
\end{aligned}$$

Đặt $t = \log_2(\log_2 x)$, ta có phương trình

$$(-1+t)t = 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -2. \end{array}\right.$$

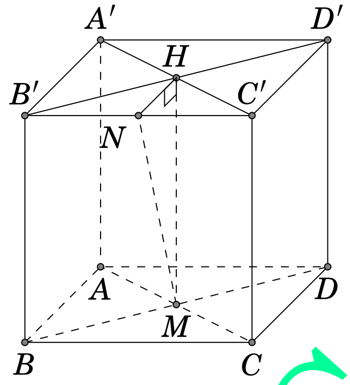
- Với $t = 3$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2 x = 8$.
- Với $t = -2$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = -2 \Leftrightarrow \log_2 x = \dfrac{1}{4}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho thì $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2 = 8 \cdot \dfrac{1}{4} = 2$.
Chọn đáp án B

Câu 26.

Gọi H là tâm hình vuông $A'B'C'D'$, ta có $MH \perp (A'B'C'D')$. Do đó

$$(MN,(A'B'C'D')) = (MN,NH) = \widehat{MNH}.$$



Ta có $MH = a$, $NH = \dfrac{a}{2}$ nên $MN = \sqrt{MH^2 + NH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó $\sin\widehat{MNH} = \dfrac{MH}{MN} = \dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64, nên

$$\left(1 + \frac{1}{1^2}\right)^n = 64 \Leftrightarrow 2^n = 64 \Leftrightarrow n = 6.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + \dfrac{1}{x^2}\right)^6$ là: $T_{k+1} = \mathrm{C}_6^k x^{6-k}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^k = \mathrm{C}_6^k x^{6-3k}$.

Số hạng không chứa x của khai triển ứng với $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho là $\mathrm{C}_6^2 = 15$.

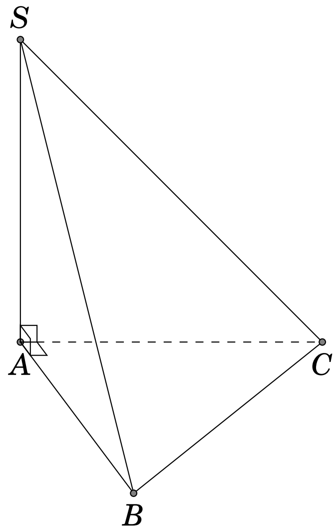
Chọn đáp án C

Câu 28.

Từ $SA \perp (ABC)$ suy ra $SA \perp AB$.

Từ $AB \perp SA$ và $AB \perp AC$ suy ra $AB \perp SC$.

Như vậy, góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng $\dfrac{\pi}{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 29. Gọi A và B lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d và d'. Khi đó $A = (-3+s; 2-s; 2s)$, $B = (3+t; 3t; 2t)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (t - s + 6; 3t + s - 2; 2t - 2s)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên $\vec{n}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương, do đó

$$\frac{t-s+6}{1}=\frac{3t+s-2}{2}=\frac{2t-2s}{-1}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{t-s+6}{1}=\dfrac{3t+s-2}{2} \\ \dfrac{t-s+6}{1}=\dfrac{2t-2s}{-1} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} t+3s=14 \\ t-s=-2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=4. \end{cases}$$

Từ đó $A=(1;-2;8)$, $B=(5;6;4) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;8;-4)$. Do đó, đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ y=8-t \end{cases}$.

Thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng Δ, chỉ có điểm Q thuộc đường thẳng Δ.

Chọn đáp án D

Câu 30. Tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $y'=x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}-m$.

Để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó điều kiện cần và đủ là

$$y'\geq 0,\ \forall x\neq 0$$
$$\Leftrightarrow\ x^{2018}+\frac{1}{x^{2018}}-m\geq,0\,\forall x\neq 0$$
$$\Leftrightarrow\ m\leq x^{2018}+\frac{1}{x^{2018}},\ \forall x\neq 0 \quad (1).$$

Ta lại có:

$$x^{2018}+\frac{1}{x^{2018}}\geq 2\sqrt{x^{2018}\cdot\frac{1}{x^{2018}}}=2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=\pm 1$.

Bởi vậy: $(1)\Leftrightarrow m\leq 2$.

Do đó, giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là $m=2$.

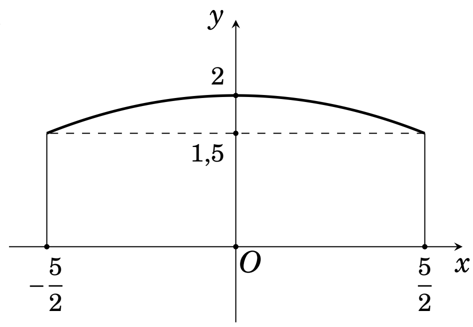
Chọn đáp án C

Câu 31.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó, vòm cửa là một parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + 2$.

Ta có $1{,}5 = a \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{25}$.

Như vậy $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.



Diện tích của cửa sắt là

$$S = \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2\right) \mathrm{d}x = \frac{55}{6}\ (\mathrm{m}^2).$$

Vậy, giá tiền cửa sắt là

$$\frac{55}{6} \cdot 660000 = 6050000\ (\text{đồng}) = 6050\ (\text{nghìn đồng}).$$

Chọn đáp án D

Câu 32. Xét tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} f(2\cos x)\sin x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 2\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -2\sin x\,\mathrm{d}x$ hay $\sin x\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

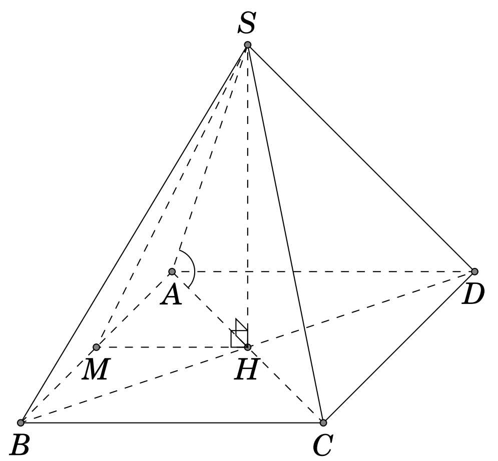
Đổi cận: $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = 1$, $x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = -1$.

Từ đó:

$$I = -\frac{1}{2}\int_{1}^{-1} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6.$$

Chọn đáp án C

Câu 33.



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $SH \perp (ABCD)$. Từ đó ta có góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SAH} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

Ta có $AH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SH = AH\tan SAH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm AB thì $SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Hình nón có đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có:

- Bán kính đáy $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.
- Độ dài đường sinh $l = SM = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy, diện tích xung quanh của hình nón đó là $S = \pi rl = \pi \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{7}}{2} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 34. Ta có

$$\begin{aligned} & 2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m \cdot 2019^{\cos^2 x} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{2017^{\sin^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} + \frac{2018^{\cos^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} = m \\ \Leftrightarrow\ & 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} = m \quad (*) \end{aligned}$$

Vì $0 < \dfrac{1}{2017 \cdot 2019} < 1$, $0 < \dfrac{2018}{2019} < 1$ và $0 \le \cos^2 x \le 1$ nên

- $2017 \cdot \left(\dfrac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^1 \le 2017 \cdot \left(\dfrac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} \le 2017 \cdot \left(\dfrac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^0$.

  Hay $\dfrac{1}{2019} \le 2017 \cdot \left(\dfrac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} \le 2017 \quad (1)$.
- $\left(\dfrac{2018}{2019}\right)^1 \le \left(\dfrac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \le \left(\dfrac{2018}{2019}\right)^0$.

  Hay $\dfrac{2018}{2019} \le \left(\dfrac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \le 1 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2019} + \frac{2018}{2019} \le 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \le 2017 + 1 \\ \Leftrightarrow\ & 1 \le 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \le 2018. \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm. Từ đánh giá trên ta có điều kiện để phương trình có nghiệm là $1 \le m \le 2018$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án C

Câu 35. Ta có $\cos x+\sin^{2018}5x+m=0\Leftrightarrow \cos x+\sin^{2018}5x=-m$ (1).

Từ $\cos x\ge -1$, $\sin^{2018}5x\ge 0$, suy ra $\cos x+\sin^{2018}5x\ge -1$.

$\cos x+\sin^{2018}5x=-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \sin x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, với $k\in\mathbb{R}$.

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m\ge -1\Leftrightarrow m\le 1$.

Vậy, giá trị lớn nhất của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m=1$.

Chọn đáp án C

Câu 36.

- Trên nửa khoảng $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$, ta có:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{4}\right)-f(0) &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,\mathrm{d}x\\ &=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos x}\,\mathrm{d}x=-\ln\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}\\ &=-\left(\ln\cos\frac{\pi}{4}-\ln\cos 0\right)\\ &=-\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{1}{2}\ln 2. \end{aligned}$$

  Suy ra $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\ln 2+f(0)=\frac{1}{2}\ln 2$ (1).

- Trên nửa khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$, ta có:

$$\begin{aligned} f(\pi)-f\left(\frac{2\pi}{3}\right) &= \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} f'(x)\,\mathrm{d}x=\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\tan x\,\mathrm{d}x\\ &=\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\frac{\sin x}{\cos x}\,\mathrm{d}x=-\ln|\cos x|\Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\\ &=-\left(\ln|\cos\pi|-\ln\left|\cos\frac{2\pi}{3}\right|\right)\\ &=\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\ln 2. \end{aligned}$$

  Suy ra $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=f(\pi)+\ln 2=1+\ln 2$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\dfrac{f\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{f\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\dfrac{1+\ln 2}{\frac{1}{2}\ln 2}=2\left(\dfrac{1}{\ln 2}+1\right)=2\left(\log_2 e+1\right)$.

Chọn đáp án A

Câu 37. Xét hàm số $y = f(1-x^2)$. Ta có $y' = -2xf'(1-x^2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 1-x^2 = -1 \\ 1-x^2 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra

- $f'(1-x^2) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1-x^2 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$.
- $f'(1-x^2) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x^2 < -1 \\ 1-x^2 > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(1-x^2)$ là

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f'(1-x^2)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(1-x^2)$ đạt cực đại tại hai điểm $x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 38. Ta có $y = \left|-x^4 + 8x^2 + m\right| = \left|\left(x^2-4\right)^2 - m - 16\right|$.

Đặt $(x^2-4)^2 = t$. Khi $x \in [-1;3]$ thì $t \in [0;25]$.

Khi đó ta có $y = f(t) = |t - m - 16|$. Ta có $\max\limits_{[-1;3]} y = \max\limits_{[0;25]} f(t) = \max\{|m+16|, |9-m|\}$.

- **Trường hợp 1:** $\begin{cases} |m+16| > |9-m| \\ |m+16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2002.$
- **Trường hợp 2:** $\begin{cases} |m+16| < |9-m| \\ |9-m| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2009.$
- **Trường hợp 3:** $\begin{cases} |m+16| = |9-m| \\ |m+16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$

Vậy, có hai giá trị của m thỏa mãn đề bài là $m = -2009$ và $m = 2002$.

Chọn đáp án B

Câu 39. Theo giả thiết ta có $w = (4-3i)z + 1 - 2i \Rightarrow z = \dfrac{w-1+2i}{4-3i}$.

Nên $|z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-1+2i}{4-3i}\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w-1+2i| = 5\sqrt{5}$.

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $I(1;-2)$ và bán kính $R = 5\sqrt{5}$.

Ta có $OI = \sqrt{1^2+(-2)^2} = \sqrt{5} < R$.

Do đó $\min|w| = R - OI = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B

Câu 40. Ta có $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - x + 1$.

Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$. Để hai tiếp tuyến tại A và B của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$ vuông góc với nhau thì $y'(x_1)\cdot y'(x_2) = -1$.

Do

$$\begin{aligned} y'(x_1)\cdot y'(x_2) &= \left(x_1^2 - x_1 + 1\right)\cdot\left(x_2^2 - x_2 + 1\right) \\ &= \left[\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right]\cdot\left[\left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] > 0 \end{aligned}$$

nên không tồn tại hai điểm A, B trên đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$ để hai tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau.

Vậy, trong mặt phẳng Oxy, không có điểm nào mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

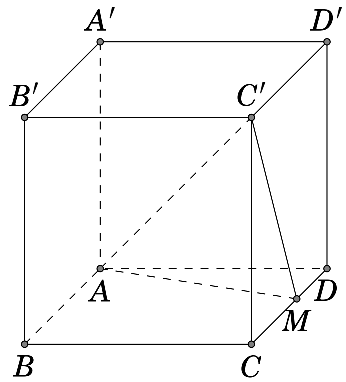
Chọn đáp án A

Câu 41.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (2;0;-2)$, $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$. $\overrightarrow{AD} = (1;-2;1)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'} \Rightarrow C'(5;-1;1).$$



Đường thẳng DC đi qua điểm D và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$

có phương trình: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

Gọi $M(2+t;-2+t;2+t) \in DC$. Ta có $AM = \sqrt{3t^2+6}$, $C'M = \sqrt{3t^2-6t+11} = \sqrt{3(1-t)^2+8}$.

Ta có

$$\begin{aligned} AM + C'M &= \sqrt{3t^2+6} + \sqrt{3(1-t)^2+8} \\ &\geq \sqrt{(\sqrt{3}t + \sqrt{3} - \sqrt{3}t)^2 + (\sqrt{6}+\sqrt{8})^2} \\ &= \sqrt{17 + 8\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Dấu "=" khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3}(1-t)} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \Leftrightarrow t = 2\sqrt{3} - 3$.

Khi đó $M(2\sqrt{3}-1;2\sqrt{3}-5;2\sqrt{3}-1)$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Đặt $v_n = 3\cdot 2^{n-1}$ thì $u_n = \mathrm{e}^{v_n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có $v_1 + v_2 + \cdots + v_k = 3\cdot\dfrac{1-2^k}{1-k}$.

Bởi vậy

$$\begin{aligned}
& u_1\cdot u_2\cdots u_k = \mathrm{e}^{765} \\
\Leftrightarrow\ & 3\cdot\frac{1-2^k}{1-2} = 765 \\
\Leftrightarrow\ & 2^k - 1 = 255 \\
\Leftrightarrow\ & 2^k = 256 \\
\Leftrightarrow\ & k = 8.
\end{aligned}$$

Vậy $k = 8$.

Chọn đáp án C

Câu 43. Hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x) = x^3 - 2mx^2 + 5x - 3$ có 2 điểm cực trị dương.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4mx + 5$. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 15 > 0 \\ \dfrac{5}{3} > 0 \\ \dfrac{4m}{3n} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

Do đó, số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là 2.

Chọn đáp án B

Câu 44. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên mặt phẳng (P). Khi đó, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng OH. Do đó, mặt phẳng (P) đi qua A và cách O một khoảng lớn nhất khi $H \equiv A$, hay $OA \perp (P)$.

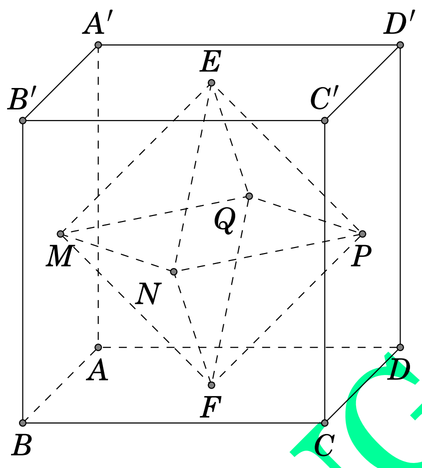
Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-1;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA} = (2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$$2\cdot(x-2) + (-1)\cdot(y+1) + 1\cdot(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án B

Câu 45.

Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt là $MNPQEF$.



Ta có $MP \perp NQ$, $EF \perp (MNPQ)$, $MP = AD = 4$, $NQ = AB = 3$ và $EF = AA' = 5$.

Thể tích khối 8 mặt $MNPQEF$ là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot MP \cdot NQ \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 10. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A

Câu 46. Điều kiện $\begin{cases} z \neq 0 \\ z + z_0 \neq 0. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{z+z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0} \quad &\Leftrightarrow \quad zz_0 = (z+z_0)z + (z+z_0)z_0 \\ &\Leftrightarrow \quad z^2 + z_0 z + z_0^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0 \\ z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Như vậy, phương trình $\frac{1}{z+z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ có hai nghiệm là $z_1 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0$ và $z_2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0$.

Gọi M_0, M_1, M_2 lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_0, z_1, z_2.

$M_0M_1 = |z_1 - z_0| = \left|\left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0\right| = \left|-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}$.

$M_0M_2 = |z_2 - z_0| = \left|\left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) z_0\right| = \left|-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}$.

$M_1M_2 = |z_2 - z_1| = \left|\left(\sqrt{3} i\right) z_0\right| = 2018\sqrt{3}$.

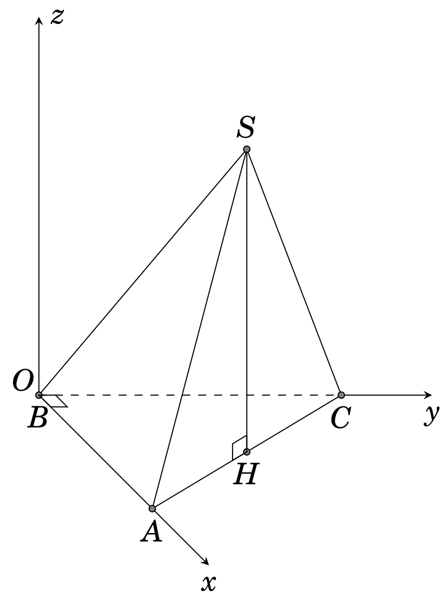
Như vậy, tam giác $M_0M_1M_2$ là tam giác đều cạnh bằng $2018\sqrt{3}$. Diện tích của tam giác $M_0M_1M_2$ là

$$S = \frac{\left(2018\sqrt{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = 3054243\sqrt{3}.$$

Do đó $n = 3054243$, chữ số hàng đơn vị của n là 3.

Chọn đáp án C

Câu 47.



Gọi H là trung điểm của AC, khi đó $SH \perp AC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2$, suy ra $SH = \dfrac{AC\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có $B(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $H\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $S\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$.

- $\overrightarrow{BA} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{BS} = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$,
  $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BS}\right] = \left(0;-\sqrt{3};\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
  Suy ra, mặt phẳng (SAB) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_1 = (0;-2;1)$.
- $\overrightarrow{BC} = (0;\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{BS} = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$,
  $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BS}\right] = \left(3;0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
  Suy ra, mặt phẳng (SAC) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_2 = (2\sqrt{3};0;-1)$.

Do đó

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n}_1 \cdot \overrightarrow{n}_2\right|}{\left|\overrightarrow{n}_2\right| \cdot \left|\overrightarrow{n}_2\right|} = \frac{\left|0\cdot(2\sqrt{3}) + (-2)\cdot 0 + 1\cdot(-1)\right|}{\sqrt{0^2+(-2)^2+1^2}\cdot\sqrt{(2\sqrt{3})^2+0^2+(-1)^2}} = \frac{\sqrt{65}}{65}.$$

Chọn đáp án D

Câu 48. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}(1;1;-4)$.
Ta có $\overrightarrow{IM} = (-2;-2;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{u}\right] = (9;-9;0) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{u}\right]\right| = 9\sqrt{2}$.
Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là

$$\mathrm{d}(I,\Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{u}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u}\right|} = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = 3.$$

Diện tích tam giác IAB bằng 12 nên

$$AB = \frac{2S_{IAB}}{\mathrm{d}(I,\Delta)} = \frac{2\cdot 12}{3} = 8.$$

Bán kính mặt cầu (S) là

$$R = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + [\mathrm{d}(I,\Delta)]^2} = \sqrt{4^2+3^2} = 5.$$

Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25.$$

Chọn đáp án D

Câu 49. Gọi A là biến cố "không có hai người liền kề cùng đứng".
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.
Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.
Để biến cố A xảy ra ta có các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1+8=9$.
- **Trường hợp 2:** Có 2 đồng xu ngửa.
  2 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
  Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $\mathrm{C}_8^2 - 8 = 20$.
- **Trường hợp 3:** Có 3 đồng xu ngửa.
  Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
  Trong 3 đồng xu ngửa có đúng 2 đồng xu ngửa kề nhau, có $8\cdot 4 = 32$ kết quả. Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $\mathrm{C}_8^3 - 8 - 32 = 16$.
- **Trường hợp 4:** Có 4 đồng xu ngửa.
  Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy: $n(A) = 9+20+16+2 = 47$.
Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là : $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{47}{256}$.
Chọn đáp án A

Câu 50. Từ $f'(x) = \tan x \cdot f(x)$, $\forall x \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ và $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, nên trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, ta có

$$\begin{aligned}
\frac{f'(x)}{f(x)} = \tan x \quad &\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \int \tan x\,\mathrm{d}x \\
&\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,\mathrm{d}x \\
&\Rightarrow \ln f(x) = -\ln(\cos x) + C.
\end{aligned}$$

Mặt khác $f(0) = 1$ nên $\ln f(0) = -\ln(\cos 0) + C \Rightarrow C = 0$.

Như vậy $\ln f(x) = -\ln(\cos x) \Rightarrow f(x) = \dfrac{1}{\cos x}$, $\forall x \in \left[0; \dfrac{\pi}{4}\right]$.

Từ đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án B