GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 048

(*Đề thi có 8 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử THPTQG lần 2 - Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2018)

Mã đề thi 048

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) - 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

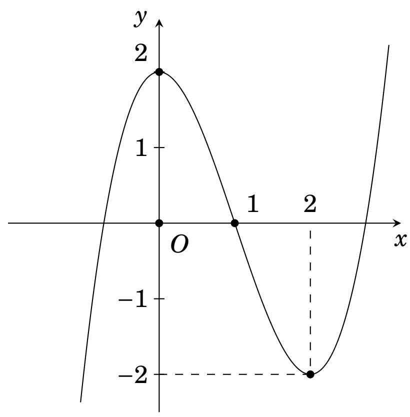
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 2.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

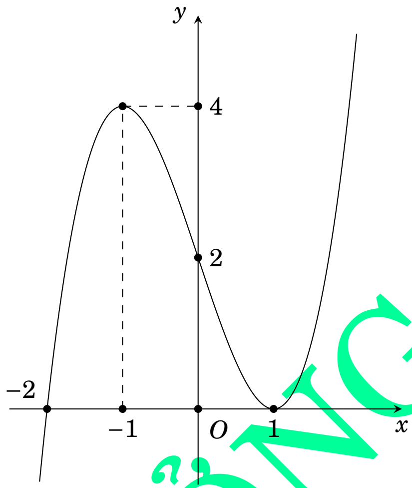


Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$ và $C(0;3;3)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I(2;3;2)$. **B.** $I(2;2;0)$. **C.** $I(2;2;2)$. **D.** $I(0;2;2)$.

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x) - 4x$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 5. $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 6. Hình tứ diện đều có bao nhiêu tâm đối xứng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 7. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = \dfrac{3-i}{1+i} + \dfrac{2+i}{i}$.

A. Phần thực là 2, phần ảo là -4.
B. Phần thực là 2, phần ảo là $4i$.
C. Phần thực là 2, phần ảo là 4.
D. Phần thực là 2, phần ảo là $-4i$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\searrow$	-5

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ có đúng 3 cực trị.
B. $f(x)$ có đúng một cực tiểu.
C. $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.
D. $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x+4y+2z-5=0$. Tính bán kính r của mặt cầu trên.

A. $r = \sqrt{3}$. **B.** $r = 1$. **C.** $r = \sqrt{11}$. **D.** $r = 3\sqrt{3}$.

Câu 10. Một người vay vốn ngân hàng với số tiền 100000000 đồng. Người đó dự định sau 5 năm thì trả hết nợ. Để trả hết nợ ngân hàng trong đúng 5 năm thì người đó phải trả đều đặn hàng tháng với số tiền là a đồng. Biết lãi suất hàng tháng là 1,2%. Hỏi giá trị của a gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 2150600 đồng. **B.** 2120600 đồng. **C.** 2347600 đồng. **D.** 2435600 đồng.

Câu 11. Cho các mệnh đề:

(I) Số phức $z = 2i$ là số thuần ảo.

(II) Nếu số phức z có phần thực là a, số phức z' có phần thực là a' thì số phức $z \cdot z'$ có phần thực là $a \cdot a'$.

(III) Tích của hai số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ và $z' = a' + b'i$ $(a, b \in \mathbb{R})$ là số phức có phần ảo là $ab' + a'b$.

Số mệnh đề đúng trong ba mệnh đề trên là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12. Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4\sin x - 2\cos x}{\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)(\cos 2x + 1)}\,\mathrm{d}x = a + b\ln 2$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a \cdot b$.

A. $S = 10$. **B.** $S = -6$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 4$.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC tại H, $HB = 3{,}6$ cm, $HC = 6{,}4$ cm. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 205{,}89\ \text{cm}^3$. **B.** $V = 65{,}54\ \text{cm}^3$. **C.** $V = 617{,}66\ \text{cm}^3$. **D.** $V = 65{,}14\ \text{cm}^3$.

Câu 14. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $\begin{cases} |\overline{z} - 2 + 5i| = 2 \\ |z - 5 - i| = 3 \end{cases}$. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3^x + C$.

B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3^x \ln 3 + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5}$.

A. $(-\infty; -3)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(-3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

Câu 18. Cho $a > 0$, $a \neq 1$, x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\log_a \dfrac{x}{y^2} = \dfrac{\log_a x}{2\log_a y}$.

B. $\log_a \dfrac{x}{y^2} = \log_a x - \dfrac{1}{2}\log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y^2} = \dfrac{1}{2}\left(\log_a x - \log_a y\right)$.

D. $\log_a \dfrac{x}{y^2} = \log_a x - 2\log_a y$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 1, biết $SO = \sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB.

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 20. Viết công thức tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \ln 4$, biết khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x $(0 \leq x \leq \ln 4)$, ta được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh là $\sqrt{xe^x}$.

A. $V = \displaystyle\int_0^{\ln 4} xe^x \, dx$. **B.** $V = \pi \displaystyle\int_0^{\ln 4} xe^x \, dx$. **C.** $V = \pi \displaystyle\int_0^{\ln 4} \left(xe^x\right)^2 dx$. **D.** $V = \displaystyle\int_0^{\ln 4} \sqrt{xe^x} \, dx$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A(0; 1; 2) và hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$, $d_2 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $(\alpha) : x + 3y - 5z - 13 = 0$.

B. $(\alpha) : 3x + y + z + 13 = 0$.

C. $(\alpha) : x + 2y + z - 13 = 0$.

D. $(\alpha) : x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2;3;1)$. **B.** $\vec{u} = (-2;-1;3)$. **C.** $\vec{u} = (2;1;-1)$. **D.** $\vec{u} = (-2;1;-3)$.

Câu 23. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^1 8^x \, dx$.

A. $I = 8$. **B.** $I = \dfrac{8}{3\ln 2}$. **C.** $I = \dfrac{7}{3\ln 2}$. **D.** $I = 7$.

Câu 24. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất bằng $\dfrac{1}{9}$. Tìm n.

A. $n = 4$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 10$. **D.** $n = 5$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0), B(-2;3;2)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm $A;B$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S).

A. $I(1;1;2)$. **B.** $I(-1;-1;2)$. **C.** $I(2;1;-1)$. **D.** $I(0;2;1)$.

Câu 26. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\cot x}{1-\sin^2 x} + \sin 3x$.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27. Hồng muốn qua nhà Hoa để cùng Hoa đến chơi nhà Bình. Từ nhà Hồng đến nhà Hoa có 3 con đường đi, từ nhà Hoa tới nhà Bình có 2 con đường đi. Hỏi Hồng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Bình?

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 x$.

A. $\sin 2x$. **B.** $2\sin x$. **C.** $-\sin 2x$. **D.** $\cos 2x$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1-t \\ z = -1+4t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta: \begin{cases} x = -4+3t \\ y = -2+2t \\ z = 4-t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x = -4+3t \\ y = -2-t \\ z = 4-t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x = -4-3t \\ y = -2+2t \\ z = 4-t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = -4+t \\ y = -2+t \\ z = 4+t \end{cases}$.

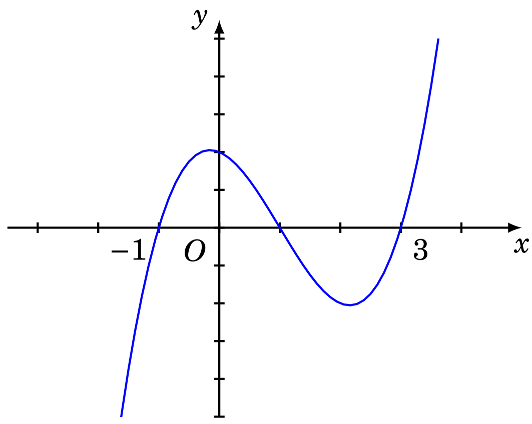
Câu 30. Hình lăng trụ có 2018 đỉnh. Hỏi lăng trụ đó có bao nhiêu mặt bên?

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 1009. **D.** 2020.

Câu 31.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.



Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-11=0$ và mặt phẳng cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ tiếp xúc với nhau tại điểm $H(x_o;y_o;z_o)$. Tính tổng $T = x_o+y_o+z_o$.

A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=6$. **D.** $T=4$.

Câu 33. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 34. Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ hai của d và (C). Khi đó diện tích S của tam giác OAB bằng

A. $S = 15$. **B.** $S = 12$. **C.** $S = 24$. **D.** $S = 6$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AB,BC. Tính côsin góc tạo bởi mặt phẳng (SMN) và mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{12}{\sqrt{147}}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 36. Cho hai số thực $a;b$ lớn hơn 1 thay đổi và thỏa mãn $a + b = 10$. Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)\cdot(\log_b x) - 2\log_a x - 3\log_b x - 1 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 \cdot x_2$.

A. $\frac{400}{27}$. **B.** 3456. **C.** $\frac{16875}{16}$. **D.** 15625.

Câu 37. Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

A. $\frac{27}{1290}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{190}{253}$. **D.** $\frac{24}{115}$.

Câu 38. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6$.

A. 356. **B.** 210. **C.** 735. **D.** 480.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\frac{x^2 - mx + 2m}{x - 2}\right|$ trên $[-1;1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử trong tập S.

A. 5 . **B.** $-\frac{8}{3}$. **C.** -1. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\Delta: \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. **B.** $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$.

C. $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. **D.** $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 41. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của phần thực số phức $w = z^3 + \frac{1}{z^3}$, trong đó z là số phức có $|z| = 1$. Tính $P = M^2 + m^2$.

A. $P = 8$. **B.** $P = 5$. **C.** $P = 29$. **D.** $P = 10$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(|x|) + m|$ có 11 điểm cực trị.

A. $m \geq 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $0 \leq m \leq 1$. **D.** $0 < m < 1$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = -2x^3 - mx + \dfrac{1}{3x^3}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ thỏa mãn $AB = CD = \sqrt{34}$, $BC = AD = \sqrt{41}$, $AC = BD = 5$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $r = 5\sqrt{2}$. **B.** $r = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **C.** $r = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $r = \sqrt{10}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{21}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{21}}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{17}}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 5a$, $BC = 6a$ và các mặt bên cùng tạo với đáy góc $60°$. Biết hình chiếu của S lên đáy là H và thuộc miền trong tam giác ABC. Tính thể tích V của khối chóp đã cho theo a.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 6a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tạo với hai đường tiện cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp tiếp lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ $I(-1;1)$ đến Δ bằng?

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

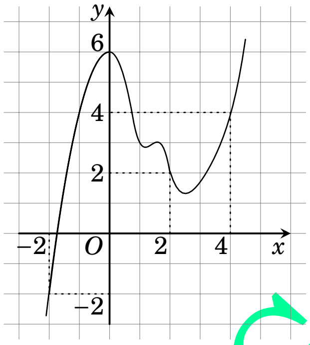
Câu 48. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết dãy số (u_n) tăng và không bị chặn trên. Đặt $v_n = \dfrac{1}{u_1 - 1} + \dfrac{1}{u_2 - 1} + \dfrac{1}{u_3 - 1} + \cdots + \dfrac{1}{u_n - 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm $\lim\limits_{x \to +\infty} v_n$.

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 49. Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \leq 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x + 4^y + 4^z + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \dfrac{3}{4}(x+y+z)^4$ là $\dfrac{a}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = 2a + 3b$.

A. $S = 42$. **B.** $S = 13$. **C.** $S = 71$. **D.** $S = 54$.

Câu 50.



Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 6. **B.** 2. **C.** −2. **D.** 10.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** D	**11** C	**16** B	**21** D	**26** A	**31** C	**36** B	**41** A	**46** B
2 A	**7** A	**12** B	**17** D	**22** C	**27** B	**32** C	**37** C	**42** D	**47** B
3 C	**8** C	**13** A	**18** D	**23** C	**28** A	**33** B	**38** D	**43** B	**48** C
4 C	**9** C	**14** D	**19** D	**24** B	**29** A	**34** B	**39** C	**44** B	**49** D
5 A	**10** D	**15** D	**20** A	**25** B	**30** C	**35** D	**40** C	**45** A	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = m+2$. Từ bảng biến thiên, phương trình này có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m+2 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. Do đó, có ba số nguyên m thỏa mãn là $-2, -1, 0$.

Chọn đáp án C

Câu 2. Từ đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $a > 0$. Đồ thị cắt trục Oy tại $(0;2)$ nên $d = 2$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án A

Câu 3. Vì $AB = BC = AC = 3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC đều. Do đó, tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng là trọng tâm tam giác ABC. Suy ra $I(2;2;2)$.

Chọn đáp án C

Câu 4. Ta có $g'(x) = f'(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = x_0 \end{array}\right.$ $(x_0 > 1)$. Trong đó, hàm $g'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua giá trị $x = x_0$. Do vậy, hàm số $g(x)$ có đúng một điểm cực trị.

Chọn đáp án C

Câu 5. Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x+1} = \dfrac{\sqrt{1}-1}{1+1} = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 6. Tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án D

Câu 7. Ta có $z = \dfrac{(3-i)(1-i)}{2} + \dfrac{(2+i)(-i)}{1} = 2 - 4i$. Vậy số phức z có phần thực là 2, phần ảo là -4.

Chọn đáp án A

Câu 8. Từ bảng biến thiên ta thấy rằng hàm số $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x=1$ và $f(1)=3$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.

Chọn đáp án C

Câu 9. Bán kính mặt cầu (S) là $r=\sqrt{1^2+2^2+1^2+5}=\sqrt{11}$.

Chọn đáp án C

Câu 10.

- Sau tháng thứ nhất, số tiền còn nợ sau khi trả a đồng là $100000000(1+0{,}012)-a$ đồng.
- Sau tháng thứ hai, số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là
$$100000000(1+0{,}012)^2-a(1+0{,}012)-a.$$
- ...
- Sau đúng 5 năm (60 tháng), số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là
$$100000000(1+0{,}012)^{60}-\frac{a\left((1{,}012)^{59}-1\right)}{0{,}012}.$$

Phương trình $100000000(1+0{,}012)^{60}-\dfrac{a\left((1{,}012)^{59}-1\right)}{0{,}012}=0 \Leftrightarrow a\approx 2403367{,}299$.

Chọn đáp án D

Câu 11. Ta có $z\cdot z'=(a+bi)(a'+b'i)=(aa'-bb')+(ab'+a'b)i$. Do đó, chỉ có hai mệnh đề đúng là (I) và (III).

Chọn đáp án C

Câu 12. Ta có
$$\begin{aligned}\frac{4\sin x-2\cos x}{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)(\cos 2x+1)}&=\frac{2\sin x-\cos x}{(\sin x+\cos x)\cos^2 x}\\&=\frac{2}{\cos^2 x}-\frac{3}{(\sin x+\cos x)\cos x}\\&=\frac{2}{\cos^2 x}-\frac{3}{\cos^2 x(\tan x+1)}.\end{aligned}$$

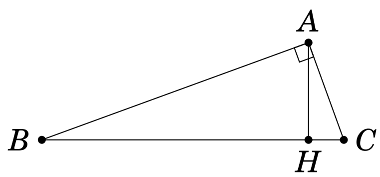
Suy ra $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4\sin x-2\cos x}{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)(\cos 2x+1)}\mathrm{d}x=(2\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-3\ln|\tan x+1|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=2-3\ln 2.$

Vậy $S=a\cdot b=2\cdot(-3)=-6$.

Chọn đáp án B

Câu 13.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có $AH^2 = BH \cdot CH = 23{,}04$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AH ta được khối nón có bnas kính đáy là $HC = 6{,}4$ cm và chiều cao $AH = \sqrt{23{,}04}$.
D0 đó $V = \dfrac{1}{3}\pi HC^2 \cdot AH \approx 205{,}89\ \text{cm}^3$.



Chọn đáp án A

Câu 14. Giả sử $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (5-b)^2 = 4 \\ (a-5)^2 + (b-1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{16}{5} \\ b = \dfrac{17}{5} \end{cases}.$$

Như vậy tập S chỉ có một phần tử là $z = \dfrac{16}{5} + \dfrac{17}{5}i$.
Chọn đáp án D

Câu 15. Theo công thức nguyên hàm thì $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
Chọn đáp án D

Câu 16. Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-5} \Leftrightarrow x - 2 < 2x - 5 \Leftrightarrow x > 3$.
Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.
Chọn đáp án B

Câu 17. Với điều kiện $x \neq \pm 1$, ta có $\displaystyle\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
$\displaystyle\lim_{x \to -1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$ và $\displaystyle\lim_{x \to -1^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$; $\displaystyle\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = +\infty$.
Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.
Chọn đáp án D

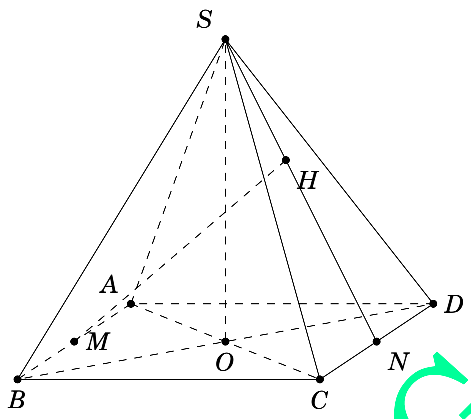
Câu 18. Ta có $\log_a \dfrac{x}{y^2} = \log_a x - 2\log_a y$.
Chọn đáp án D

Câu 19.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB,SC) = d(AB,(SCD)) = d(M,(SCD))$, trong đó M là trung điểm của AB.

Gọi N là trung điểm của CD và H là hình chiếu vuông góc của M trên (SCD) thì $H \in SN$. Tính được $SN = \sqrt{SO^2 + \frac{BC^2}{4}} = \frac{3}{2}$ và $S_{\triangle SMN} = \frac{1}{2}SO \cdot MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $d(AB,SC) = d(M,(SCD)) = MH = \frac{2S_{\triangle SMN}}{SN} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án D

Câu 20. Theo định nghĩa ta có $V = \int\limits_0^{\ln 4} xe^x \, dx$.

Chọn đáp án A

Câu 21. Phương trình mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng d_1, d_2 suy ra $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{d_1}, \vec{n}_{d_2}] = (1;3;5)$.

Vậy $(\alpha): 1(x-0) + 3(y-1) + 5(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Chọn đáp án D

Câu 22. Phương trình đường thẳng có dạng $\frac{x - x_o}{a} = \frac{y - y_o}{b} = \frac{z - z_o}{c}$ với $(a;b;c)$ là một véc-tơ chỉ phương.

Vậy $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Chọn đáp án C

Câu 23. $\int\limits_0^1 8^x \, dx = \left. \frac{8^x}{\ln 8} \right|_0^1 = \frac{7}{3\ln 2}$.

Chọn đáp án C

Câu 24. Ta có đường chéo có độ dài lớn nhất của đa giác là đường chéo đi qua tâm $\Rightarrow$ đa giác có $2n$ đỉnh thì có n đường chéo lớn nhất.

Xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất: $\frac{n}{C_{2n}^2 - 2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 6$.

Chọn đáp án B

Câu 25. Gọi $I(2t+1; t; -2t)$ là tâm của mặt cầu (S).

Ta có $IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-2t)^2 + (1-t)^2 + 4t^2} = \sqrt{(-3-2t)^2 + (3-t)^2 + (2+2t)^2} \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $I(-1;-1;2)$.

Chọn đáp án B

Câu 26. TXĐ: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ 1 - \sin^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 27. Số cách chọn để Hồng đi đến nhà Bình là $C_3^1 \cdot C_2^1 = 6$.

Chọn đáp án B

Câu 28. $y' = (\sin^2 x)' = 2\sin x \cos x = 2\sin 2x$.

Chọn đáp án A

Câu 29. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta có $H(-3+2t;1-t;-1+4t)$.

Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\overrightarrow{AH} = (3;2;-1)$. Vậy ptdt là $\Delta : \begin{cases} x = -4+3t \\ y = -2+2t \\ z = 4-t \end{cases}$.

Chọn đáp án A

Câu 30. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành. Suy ra số mặt bên là 1009.

Chọn đáp án C

Câu 31. Ta có $[f(x^2-1)]' = f'(x^2-1)(2x)$. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có

$$[f(x^2-1)]' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x^2-1) = 0 \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1 = 1 \\ x^2-1 = 3 \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \\ x = 0. \end{array}\right.$$

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $[f(x^2-1)]'$

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$2x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x^2-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$[f(x^2-1)]'$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x) = f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án C

Câu 32. Phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm $I(1;-2;1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (2;3;1)$ làm vtcp.

$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+3t \\ z = 1+t \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (P) là $H(3;1;2)$.

Suy ra $T = x_o + y_o + z_o = 6$.

Chọn đáp án C

Câu 33. Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

Chọn đáp án (B)

Câu 34. $y = x^3+3x^2+1 \Rightarrow y' = 3x^2+6x.$

d là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3+3x^2+1$ tại điểm $A(1;5)$ là $y = 9(x-1)+5 \Leftrightarrow$ $y = 9x-4$.

Ta có pthđgđ: $x^3+3x^2+1 = 9x-4$. Vậy giao điểm thứ 2 là $B(-5;-49)$.

$S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}\cdot|AB|\cdot \mathrm{d}(O;d) = \dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{6^2+54^2}\cdot\dfrac{|-4|}{\sqrt{1+9^2}} = 12.$

Chọn đáp án (B)

Câu 35.

Ta có $\widehat{(SMN),(ABC)} = \widehat{SIO}$.

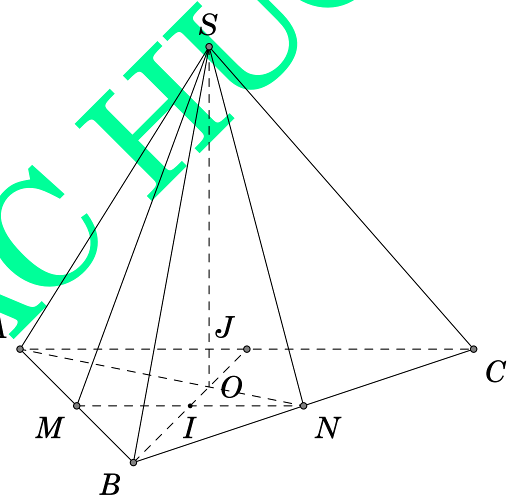
$AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.$

Xét tam giác SOA: $SO = AO\cdot\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3} = a.$

$IO = \dfrac{1}{6}\cdot BJ = \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

$SI = \sqrt{SO^2+IO^2} = \dfrac{7a\sqrt{3}}{12}.$

Suy ra $\widehat{SIO} = \dfrac{IO}{IS} = \dfrac{1}{7}.$



Chọn đáp án (D)

Câu 36. $(\log_a x)\cdot(\log_b x) - 2\log_a x - 3\log_b x - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_b a\left(\log_a x\right)^2 - \left(2+3\log_a b\right)\log_a x - 1 = 0.$

Do $\log_a b > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Viet $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \dfrac{2+3\log_b a}{\log_b a} = 2\log_a b + 3.$

$\Rightarrow x_1\cdot x_2 = a^{2\log_a b+3} = b^2\cdot a^3.$

$\Rightarrow S = \left(\dfrac{1}{2}b\cdot\dfrac{1}{2}b\cdot\dfrac{1}{3}a\cdot\dfrac{1}{3}a\cdot\dfrac{1}{3}a\right)\cdot 2^2\cdot 3^3.$

$\Rightarrow S \le \left(\dfrac{10}{5}\right)^5\cdot 2^2\cdot 3^3 = 3456.$

Chọn đáp án (B)

Câu 37. $|\Omega| = \mathrm{C}_{24}^3$.

Tam giác có ba cạnh cùng màu chính là tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

$|\Omega_A| = \mathrm{C}_{24}^3 - 24 - \mathrm{C}_{24}^1\cdot\mathrm{C}_{20}^1.$

Vậy $P = \dfrac{\mathrm{C}_{24}^3 - 24 - \mathrm{C}_{24}^1\cdot\mathrm{C}_{20}^1}{\mathrm{C}_{24}^3} = \dfrac{190}{253}.$

Chọn đáp án (C)

Câu 38. $\left(x^3+\dfrac{1}{x}+2\right)^6=\sum\limits_{k=1}^{6}C_6^k\left(x^3+\dfrac{1}{x}\right)^k 2^{6-k}=\sum\limits_{k=1}^{6}C_6^k\cdot 2^{6-k}\cdot\sum\limits_{l=1}^{k}x^{3k-4l}$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển suy ra $k=3; l=1$.

Vậy hệ số là $C_3^6\cdot 2^3\cdot C_3^1=480$.

Chọn đáp án D

Câu 39.

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+2m}{x-2}$ trên $[-1;1]\Rightarrow y'=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.

x	-1		0		1
y'	‖	$+$	0	$-$	‖
y	$-m-\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	$-m$	$\searrow$	$-m-1$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Chú ý:

$-m>-m-\dfrac{1}{3}>-m-1$ và khoảng cách giữa chúng <1.

$\Rightarrow\max y=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m=3\\-m-1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=2\end{array}\right.$.

Vậy $S=-1$.

Chọn đáp án C

Câu 40. Phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua tâm O.

$\vec{n}_{ABC}=(4;2;1)$.

Vậy ta chọn đáp án $\Delta:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án C

Câu 41. Đặt $z=a+bi\Rightarrow z+\dfrac{1}{z}=2a$ $w=z^3+\dfrac{1}{z^3}\Leftrightarrow w=\left(z+\dfrac{1}{z}\right)^3-3\left(z+\dfrac{1}{z}\right)=8a^3-6a$.

Do $a^2+b^2=1\Rightarrow -1\le a\le 1$.

Xét hàm số $f(a)=8a^3-6a$ với $a\in[-1;1]$ có $\max f(a)=2$ và $\min f(a)=-2$.

Vậy $P=M^2+m^2=8$

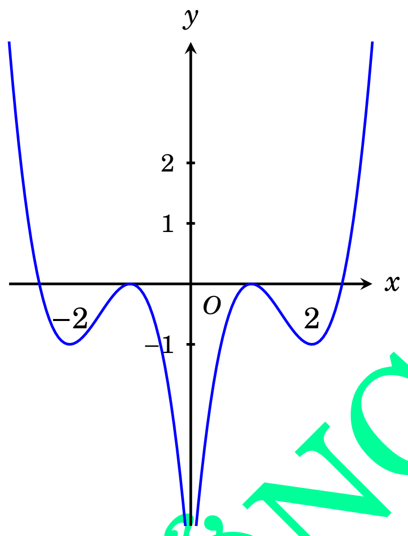
Chọn đáp án A

Câu 42.

Số cực trị của hàm $f(|x|)+m$ là 5.

tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(|x|)+m|$ có 11 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ tại 6 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<m<0 \Leftrightarrow 0<m<1$.



Chọn đáp án D

Câu 43. Ta có $y' = -6x^2 - m - \dfrac{1}{x^4}$.

Ta tìm m nguyên âm sao cho

$y \le 0,\ \forall x \in (-\infty;0) \Leftrightarrow m \ge -6x^2 - \dfrac{1}{x^4}$.

Xét hàm số $g(x) = -6x^2 - \dfrac{1}{x^4}$ trên $(-\infty;0)$.

$$g'(x) = \frac{-12x^6+4}{x^5} \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt[6]{\dfrac{1}{3}} \\ x = \sqrt[6]{\dfrac{1}{3}} \end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên

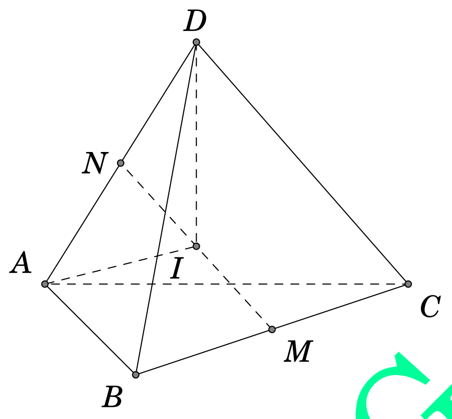
x	$-\infty$		$-\sqrt[6]{\dfrac{1}{3}}$		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\nearrow$	-6.24	$\searrow$	$+\infty$

Vậy $m \in \{-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Chọn đáp án B

Câu 44.

Gọi I là trọng tâm của tứ diện



$$AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \frac{\sqrt{77}}{2}$$

$$MN = \sqrt{\frac{AM^2 + MD^2}{2} - \frac{AD^2}{4}} = 3.$$

Với I là trung điểm của đoạn $MN \Rightarrow IN = \frac{3}{2}$.

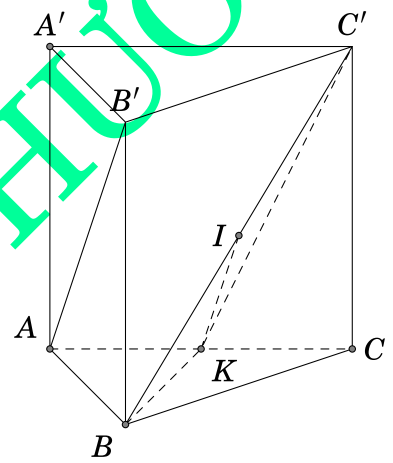
Xét ΔIAN vuông tại N có

$$IA = \sqrt{AN^2 + IN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{41}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án B

Câu 45.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm BC' và AC.



$\Rightarrow AB' \parallel IK \Rightarrow AB' \parallel (BKC')$.

$\Rightarrow d(AB'; BC') = d\left(AB'; (BKC')\right) = d(C; (BKC'))$.

Mặt khác $V_{C'.BKC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}$.

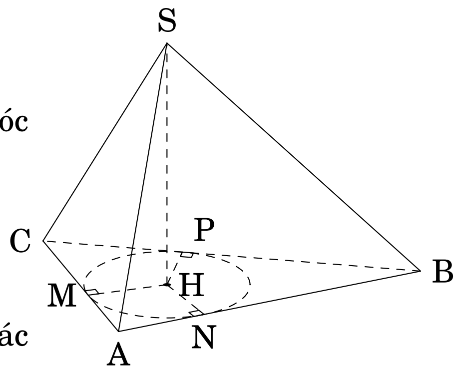
$$\begin{cases} BK = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} \\ KC' = \dfrac{a\sqrt{17}}{2} \\ BC' = a\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta BKC'} = \frac{a^2\sqrt{21}}{4}.$$

Suy ra $d(AB'; BC') = d(C; (BKC')) = \dfrac{3V_{C'.BKC}}{S_{\Delta BKC'}} = \dfrac{2a}{\sqrt{21}}$.

Chọn đáp án A

Câu 46.

Kẻ HM, HN, HP lần lượt vuông góc với AC, AB, BC.



Khi đó $\begin{cases} AC \perp SM \\ AB \perp SN \\ BC \perp SP \end{cases}$, suy ra $\widehat{SMH}$, $\widehat{SNH}$, $\widehat{SPH}$ lần lượt là các góc tạo bởi các mặt bên (SAC), (SAB), (SBC) với mặt đáy.

Suy ra $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60^\circ$.

Do đó $HM = HN = HP$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Suy ra $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} = \sqrt{8a \cdot (8a-5a) \cdot (8a-5a) \cdot (8a-6a)} = 12a^2$.

$\Rightarrow r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow SH = r \cdot \tan 60^\circ = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V = \dfrac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = 6a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 47. Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2}$

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Gọi $M \in (C):\ M(m-1;\dfrac{m-3}{3}),\ m \neq 0$

Phương trình tiếp tuyến (Δ) tại M là $y = \dfrac{3}{m^2}(x-m+1) + \dfrac{m-3}{m}$

$\Leftrightarrow 3x - m^2y + m^2 - 6m + 3 = 0$

Gọi A là giao điểm của (Δ) và tiệm cận ngang: $A(2m-1;1) \Rightarrow IA = 2|m|$.

B là giao điểm của (Δ) và tiệm cận đứng: $B\left(-1;\dfrac{m-6}{m}\right) \Rightarrow IB = \dfrac{6}{|m|}$.

Suy ra $IA \cdot IB = 12$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{\frac{1}{2}IA \cdot IB}{\frac{IA+IB+AB}{2}} = \dfrac{AI \cdot IB}{IA+IB+\sqrt{AI^2+IB^2}} \leq \dfrac{IA \cdot IB}{2\sqrt{IA \cdot IB}+\sqrt{2 \cdot IA \cdot IB}} = \dfrac{12}{2\sqrt{12}+\sqrt{24}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow 2|m| = \dfrac{6}{|m|} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB đạt giá tị lớn nhất là $2\sqrt{3} - \sqrt{6} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Do đó $(\Delta):\ 3x - 3y + 6 \pm 6\sqrt{3} = 0$.

Vậy $d(I;\Delta) = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án B

Câu 48. Ta có $u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4 \Rightarrow u_{n+1} - 2 = u_n^2 - 3u_n + 2 = (u_n - 1)\cdot(u_n - 2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{u_{n+1}-2} = \dfrac{1}{(u_n-1)\cdot(u_n-2)} \Leftrightarrow \dfrac{1}{u_{n+1}-2} = \dfrac{1}{n_n-2} - \dfrac{1}{u_n-1}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{u_n-1} = \dfrac{1}{n_n-2} - \dfrac{1}{u_{n+1}-2}$.

Suy ra $v_n = \dfrac{1}{u_1-2} - \dfrac{1}{u_2-2} + \dfrac{1}{u_2-2} - \dfrac{1}{u_3-2} + \cdots + \dfrac{1}{u_n-2} - \dfrac{1}{u_{n+1}-2} = \dfrac{1}{u_1-2} - \dfrac{1}{u_{n+1}-2}$.

Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{u_1-2} - \dfrac{1}{u_{n+1}-2}\right) = \dfrac{1}{u_1-2} = 1$.

Chọn đáp án C

Câu 49. Ta chứng minh bất đẳng thức phụ sau: $4^t \leq 3t+1,\ \forall t \in [0;1]$.

Thật vậy, xét hàm số $f(t) = 4^t - 3t - 1,\ \forall t \in [0;1]$. Ta có $f'(t) = 4^t \cdot \ln 4 - 3$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \log_4\left(\dfrac{3}{\ln 4}\right) \in (0;1)$.

Bảng biến thiên

t	0		$\log_4\left(\dfrac{3}{\ln 4}\right)$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\searrow$	$f\left(\log_4\left(\dfrac{3}{\ln 4}\right)\right)$	$\nearrow$	0

Suy ra $4^t \le 3t+1,\ \forall t \in [0;1]$.

Ta có $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \le 2$

$\Leftrightarrow 0 < x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx \le 1$.

Suy ra $x, y, z \in [0;1]$. Dấu bằng xảy ra khi $(x;y;z) = (1;0;0)$ hoặc các hoán vị.

Và $2\left(x^2+y^2+z^2\right) \le 2\left(x^2+y^2+z^2\right) + 2(xy+yz+zx) \le 2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 \le 1$.

Do $4^t \le 3t+1,\ \forall t \in [0;1]$ nên $4^x + 4^y + 4^z \le 3(x+y+z)+3$

Mặt khác $x^4+y^4+z^4 \le x^2+y^2+z^2 \Rightarrow \ln\left(x^4+y^4+z^4\right) \le \ln\left(x^2+y^2+z^2\right) \le 0$

Do đó $P \le 3(x+y+z) + 3 - \frac{3}{4}(x+y+z)^4 \le \frac{21}{4}$

Đẳng thức xảy ra khi $(x;y;z) = (1,0,0)$ hoặc các hoán vị.

Suy ra $P_{\max} = \frac{21}{4}$.

Vậy $S = 2a + 3b = 54$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Xét tích phân $A = \int_0^4 f'(x-2)dx$.

Đặt $t = x-2 \Rightarrow dt = dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \to t = -2 \\ x = 4 \to t = 2 \end{cases}$

Do đó $A = \int_{-2}^{2} f'(t)dt = \int_{-2}^{2} f'(x)dx = f(2) - f(-2) = 4$.

Tương tự $B = \int_2^4 f'(t)dt = \int_2^4 f'(x)dx = f(4) - f(2) = 2$.

Vậy $I = A + B = 6$.

Chọn đáp án A