GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 046

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử lần 3, tháng 5, 2017 - 2018 trường THPT Cẩm Bình, Hà Tĩnh)

Mã đề thi 046

Họ và tên thí sinh:.................................

Câu 1. Tính giới hạn $A = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-x^3}{x-1}$.

A. $A = 3$. **B.** $A = -3$. **C.** $A = +\infty$. **D.** $A = -\infty$.

Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

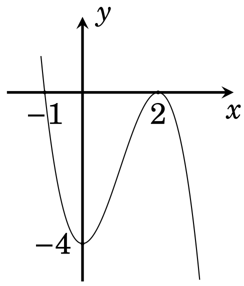
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

C. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Câu 3.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 - 4$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(4x+1)$ là

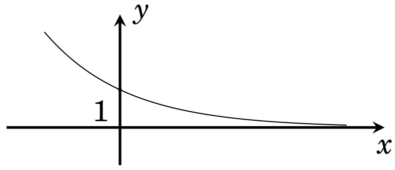
A. $y' = \dfrac{\ln 3}{4x+1}$. **B.** $y' = \dfrac{4}{(4x+1)\ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{4\ln 3}{4x+1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{(4x+1)\ln 3}$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6.

Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



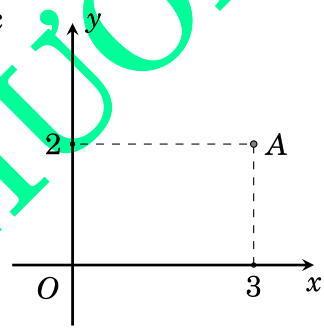
A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=\log_{\frac{\pi}{5}} x$. **C.** $y=\left(\frac{\pi}{5}\right)^x$. **D.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Câu 7. Gọi S_1 là diện tích của mặt cầu tâm (O_1) có bán kính R_1, S_2 là diện tích của mặt cầu tâm (O_2) có bán kính $R_2=2R_1$. Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 8.

Điểm A trong hình vẽ bên là biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -2.

B. Phần thực là -3 và phần ảo là 2.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.

D. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(4;-3;0)$. **B.** $M(4;0;0)$. **C.** $M(0;0;2)$. **D.** $M(0;-3;0)$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$ là

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-3x+2z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;0;2)$. **B.** $\vec{n}=(-3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(-3;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y=-x^3+3x$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=5 \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;2;0)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;5)$. **C.** $\vec{u}=(1;2;5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;0;5)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$ $+\infty$	$\|$	$+\infty$ $\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 15. Thể tích khối nón có chiều cao bằng h và có bán kính đáy bằng R là

A. $V=\dfrac{1}{3}2\pi Rh$. **B.** $V=\pi R^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi Rh$.

Câu 16. Một mô-đun của số phức $z=(1-2i)^2$ là

A. 3. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 17. Biết rằng $\displaystyle\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\,\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2$ $(a,b\in\mathbb{Z})$. Tính $P=a^2+b^2$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-1$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm2$.

Câu 19. Biết $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x=12$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^2 x\left(2+f(x^2+1)\right)\mathrm{d}x$.

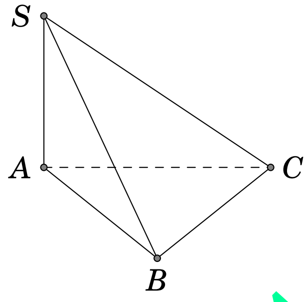
A. $I=16$. **B.** $I=4$. **C.** $I=10$. **D.** $I=7$.

Câu 20. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường cong $y=\mathrm{e}^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi\left(\mathrm{e}^2+1\right)}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\pi\mathrm{e}^2}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)}{2}$.

Câu 21.

Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (*tham khảo hình vẽ bên*). Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).



A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** $h=\dfrac{2a}{\sqrt{7}}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz). Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $\vec{u}(0;2;0)$. **B.** $\vec{u}(0;2;3)$. **C.** $\vec{u}(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}(1;2;0)$.

Câu 23. Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 220. **B.** 1728. **C.** 1230. **D.** 1320.

Câu 24. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$ bằng

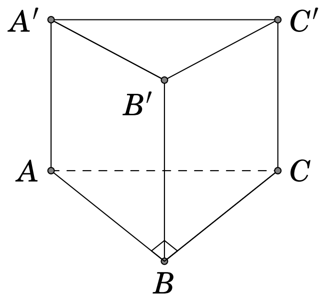
A. $\dfrac{12}{5}$. **B.** $\dfrac{9}{5}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25. Cho khai triển $(1-3x+2x^2)^{2018}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{4036}x^{4036}$. Tìm a_2.

A. 18132544. **B.** 18136578. **C.** 18320413. **D.** 18369122.

Câu 26.

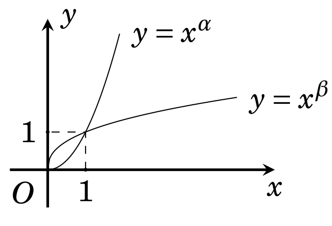
Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BB'=a$ (*tham khảo hình vẽ bên*). Tính thể tích V của khối lăng trụ.



A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 27.

Cho α,β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y=x^\alpha, y=x^\beta$ trên khoảng $(0;+\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Chọn mệnh đề đúng?



A. $0<\alpha<1<\beta$. **B.** $\alpha<0<1<\beta$. **C.** $0<\beta<1<\alpha$. **D.** $\beta<0<1<\alpha$.

Câu 28. Cho $\{x,y\in\mathbb{R}, i^2=-1\}$ thỏa mãn $(1-2i)x+(1+2y)i=1+i$. Khi đó $P=x+y$ bằng

A. $P=-1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 30. Giả sử cứ sau một năm diện tích đất nông nghiệp của nước ta giảm a phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 10 năm nữa diện tích đất nông nghiệp của nước ta bằng bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

A. $\left(1-\dfrac{a}{100}\right)^{10}$. **B.** $1-\dfrac{a}{100}$. **C.** $1-\left(\dfrac{a}{100}\right)^{10}$. **D.** $(1-a)^{10}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2^{x^2-4}-1\right)\cdot\ln x^2<0$ là

A. $(-2;-1)\cup(1;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

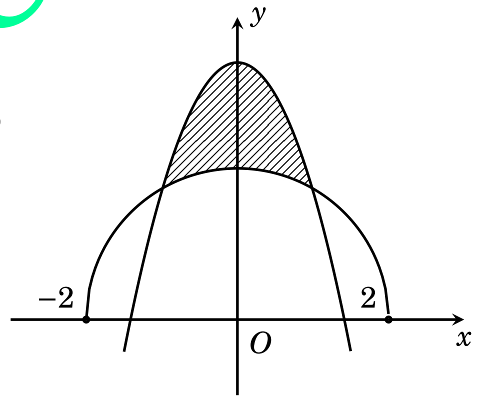
Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng (α): $2x+2y-z-4=0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;1)$, các đỉnh B,C nằm trên (α) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $M(2;1;2)$. **B.** $M(0;1;-2)$. **C.** $M(1;-1;-4)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

Câu 33.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=-\sqrt{3}(x^2-2)$, và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $-2\le x\le 2$) (*phần tô đậm như hình vẽ*). Diện tích của hình (H) bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{3}-2\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{3}-2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.



Câu 34. Các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^3-3mx^2-3x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $-1\le m<0$. **D.** $-1<m\le 0$.

Câu 35. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)=\log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

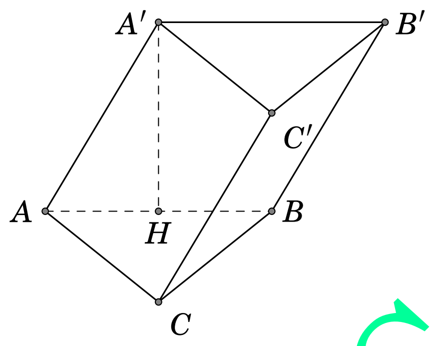
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 36. Cho phương trình $(\cos x+1)(\cos 2x-m\cos x)=m\sin^2 x$. Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]$ khi

A. $-1<m\le-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\ge-1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m>-1$.

Câu 37.

Cho hình trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$ (*tham khảo hình vẽ bên*). Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC). Khi đó $\cos\varphi$ bằng



A. $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

C. $\cos\varphi = \sqrt{\dfrac{16}{17}}$. **D.** $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}\pi}{27}$. **C.** $V = \dfrac{5a^3\pi}{3}$. **D.** $V = \dfrac{5a^3\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có các đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf'(x) - x^2e^x = f(x)$ và $f(1) = e$. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx$.

A. $I = e^2 - 2e$. **B.** $I = e$. **C.** $I = e^2$. **D.** $I = 3e^2 - 2e$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $(2-x)f(x) - f'(x) = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m < e^2$. **B.** $0 < m < e^2$. **C.** $0 < m \le e^2$. **D.** $m > e^2$.

Câu 41. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathscr{D} = (-\infty; +\infty)$ khi

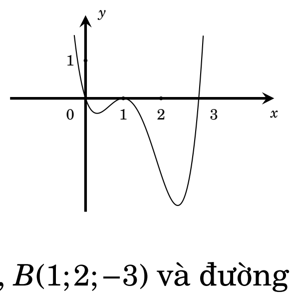
A. $m > 0$. **B.** $m \ge \dfrac{1}{4}$. **C.** $m < \dfrac{1}{4}$. **D.** $m > \dfrac{1}{4}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Gọi M là trung điểm của AA' và hai điểm N, P lần lượt thuộc các cạnh BB', CC' sao cho $\dfrac{BN}{BB'} = \dfrac{CP}{CC'} = \dfrac{2}{3}$. Thể tích của khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

A. $\dfrac{20}{27}V$. **B.** $\dfrac{2}{3}V$. **C.** $\dfrac{11}{18}V$. **D.** $\dfrac{9}{16}V$.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.



A. $m \in [0;3]$. **B.** $m \in [0;3)$. **C.** $m \in (3;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;0)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Tìm một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với đường thẳng d sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng Δ ngắn nhất.

A. $\vec{u}=(3;4;-4)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Câu 45. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn đúng ngẫu nhiên 8 tấm thẻ, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3. Kết quả đúng là

A. $\dfrac{308}{1105}$. **B.** $\dfrac{84}{1105}$. **C.** $\dfrac{308}{969}$. **D.** $\dfrac{126}{20995}$.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log(u_1^2+u_2^2+10)-\log(2u_1+6u_2)=0$ và $u_{n+2}+u_n=2u_{n+1}+1$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5050$ là

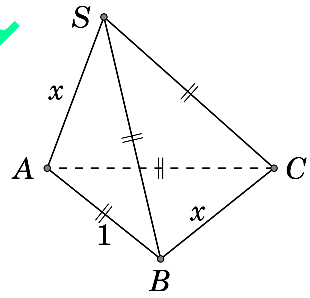
A. 101. **B.** 102. **C.** 100. **D.** 99.

Câu 47. Xét số phức z thỏa mãn $|iz-2i-2|-|z+1-3i|=\sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|(1+i)z+2i|$.

A. $P_{\min}=\dfrac{9}{\sqrt{17}}$. **B.** $P_{\min}=3\sqrt{2}$. **C.** $P_{\min}=4\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=\sqrt{26}$.

Câu 48.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=BC=x$, $AB=AC=SB=SC=1$ (*tham khảo hình vẽ bên*). Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi giá trị của x bằng



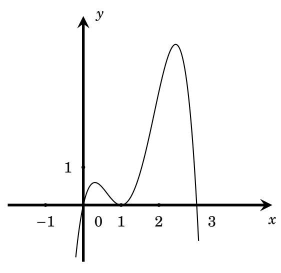
A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+\dfrac{f(x)}{x}=4x^2+3x$ và $f(1)=2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là

A. $y=16x+20$. **B.** $y=-16x+20$. **C.** $y=-16x-20$. **D.** $y=16x-20$.

Câu 50.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=(f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** C	**11** B	**16** D	**21** D	**26** C	**31** A	**36** A	**41** D	**46** A
2 A	**7** D	**12** A	**17** B	**22** B	**27** C	**32** D	**37** B	**42** C	**47** C
3 C	**8** A	**13** A	**18** A	**23** D	**28** B	**33** C	**38** D	**43** B	**48** A
4 B	**9** B	**14** A	**19** C	**24** D	**29** B	**34** A	**39** C	**44** B	**49** D
5 C	**10** D	**15** C	**20** D	**25** C	**30** A	**35** A	**40** B	**45** B	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}-\left(x^2+x+1\right)=-3$.
Chọn đáp án B

Câu 2. Theo định nghĩa về cực trị của hàm số, ta suy ra hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
Chọn đáp án A

Câu 3. *Nhận xét:* Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba.

- Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $(-1;0)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $(2;0)$ nên suy ra hàm số $y=f(x)$ có dạng $y=a(x+1)(x-2)^2$.
- Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $(0;-4)$ nên $-4=a(0+1)(0-2)^2 \Leftrightarrow a=-1$.

Suy ra, hàm số cần tìm có dạng $y=-x^3+3x^2-4$.
Chọn đáp án C

Câu 4. Ta có $y'=\dfrac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 3}=\dfrac{4}{(4x+1)\ln 3}$.
Chọn đáp án B

Câu 5. Xét $\lim\limits_{x\to 0}y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\dfrac{1}{2}\neq\infty$. Suy ra, đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
Chọn đáp án C

Câu 6. Đồ thị của hàm số đi qua điểm $(0;1)$ và có tiệm cận ngang $y=0$. Trong các đáp án chỉ có hàm số $y=\left(\dfrac{\pi}{5}\right)^x$ là thỏa mãn.
Chọn đáp án C

Câu 7. Ta có $S_1 = 4\pi R_1^2, S_2 = 4\pi R_2^2 = 16\pi R_1^2$. Suy ra, tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 8. Ta có $z = 3 + 2i$. Do đó $\overline{z} = 3 - 2i$.

Suy ra, $\overline{z}$ có phần thực là 3 và phần ảo là -2.

Chọn đáp án (A)

Câu 9. Hình chiếu của điểm có tọa độ $(a;b;c)$ lên trục Ox là điểm có tọa độ $(a;0;0)$. Suy ra, hình chiếu lên trục Ox của điểm A là $M(4;0;0)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 10. Ta có $y' = \dfrac{11}{(x+5)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

Xét trên đoạn $[-1;3]$ thì $\max\limits_{x \in [-1;3]} y = y(3) = \dfrac{5}{8}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 11. Dễ có $\vec{n}_P = (-3;0;2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 12. Tiếp tuyến của hàm số $y = -x^3 + 3x$ song song với trục hoành nên có hệ số góc $k = f'(x_0) = 0$.

Xét $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Suy ra, có hai giá trị của x để $y' = 0$, tức là ta viết được hai tiếp tuyến song song với trục Ox.

Chọn đáp án (A)

Câu 13. Ta có $\vec{u}_d = (1;2;0)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 14. Theo bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 15. $V_{\text{nón}} = \dfrac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$.

Chọn đáp án (C)

Câu 16. Ta có $z = (1-2i)^2 = -3 - 4i$. Do đó, $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án (D)

Câu 17. $I = \displaystyle\int_1^5 \frac{3}{x(x+3)}\,\mathrm{d}x = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right)\mathrm{d}x = \int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x} - \int_1^5 \frac{\mathrm{d}(x+3)}{x+3} = \ln x\Big|_1^5 - \ln(x+3)\Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2$.

$\Rightarrow a = 1, b = -1$. Suy ra, $P = a^2 + b^2 = 2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 18. Dễ có $AB=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2+(4-3)^2}=\sqrt{9}=3$.

Theo giả thiết, ta có

$$\mathrm{d}(A,(P))=\frac{|2+2+3m-1|}{\sqrt{2^2+1^2+m^2}}=3\Leftrightarrow|3m+3|=3\sqrt{5+m^2}$$

$$\Leftrightarrow(m+1)^2=5+m^2\Leftrightarrow 2m=4\Leftrightarrow m=2.$$

Chọn đáp án (A)

Câu 19.

$$I=\int_0^2\left[2x+xf(x^2+1)\right]\mathrm{d}x=x^2\Big|_0^2+\frac{1}{2}\int_0^2 f(x^2+1)\,\mathrm{d}(x^2+1)$$

$$=4+\frac{1}{2}\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t\ (\text{ta đặt } x^2+1=t)\ =4+\frac{1}{2}\cdot 12=10.$$

Chọn đáp án (C)

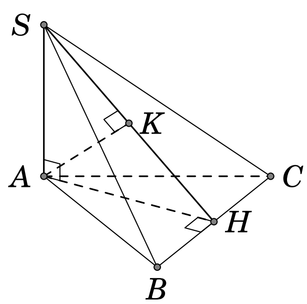
Câu 20. Ta có $V=\pi\displaystyle\int_0^1\left(\mathrm{e}^x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\frac{\pi\mathrm{e}^{2x}}{2}\Big|_0^1=\frac{\pi(\mathrm{e}^2-1)}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 21.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A lên BC và SH.

Ta có $\mathrm{d}(A,(SBC))=AK$.



• $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\cdot SA\Rightarrow SA=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\dfrac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=a.$

• Xét tam giác SAH vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{7}{3a^2}\Leftrightarrow a=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 22. Lấy các điểm $A(2;-3;1)\in d, B(3;-1;4)\in d$.

Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A,B lên mặt phẳng (Oyz).

$\Rightarrow M(0;-3;1)N(0;-1;4)\Rightarrow\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{MN}=(0;2;3)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 23.

- Có 12 cách chọn một người làm tổ trưởng.
- Có 11 cách chọn một người làm tổ phó.
- Có 10 cách chọn một người làm thành viên.

Suy ra, số cách lập một tổ đi công tác 3 người bằng $12\cdot 11\cdot 10 = 1320$.

Chọn đáp án D

Câu 24. Ta có $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right) = \log_a\left(\dfrac{a^2a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}}\right) = \log_a\dfrac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{\frac{52}{15}-\frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Ta có

$$\begin{aligned}(1-3x+2x^2)^{2018} &= (x-1)^{2018}(2x-1)^{2018} = \sum_{i=0}^{2018}\mathrm{C}_{2018}^i x^i(-1)^{2018}\sum_{j=0}^{2018}\mathrm{C}_{2018}^j(2x)^j(-1)^{2018-j}\\ &= \sum_{i=0}^{2018}\sum_{j=0}^{2018}\mathrm{C}_{2018}^i\mathrm{C}_{2018}^j(-1)^{4036-i-j}2^jx^{i+j}.\end{aligned}$$

Theo đề bài, hệ số của a_2 ứng với x^2. Do đó ta xét các trường hợp sau:

- TH1: $i=2, j=0$. Khi đó hệ số a_2 là $\mathrm{C}_{2018}^2\cdot\mathrm{C}_{2018}^0\cdot 2^0$.
- TH2: $i=1, j=1$. Khi đó hệ số a_2 là $\mathrm{C}_{2018}^1\cdot\mathrm{C}_{2018}^1\cdot 2^1$.
- TH3: $i=0, j=2$. Khi đó hệ số a_2 là $\mathrm{C}_{2018}^0\cdot\mathrm{C}_{2018}^2\cdot 2^2$.

Suy ra, tổng hệ số của a_2 trong khai triển là

$$a_2 = \mathrm{C}_{2018}^2\cdot\mathrm{C}_{2018}^0\cdot 2^0 + \mathrm{C}_{2018}^1\cdot\mathrm{C}_{2018}^1\cdot 2^1 + \mathrm{C}_{2018}^0\cdot\mathrm{C}_{2018}^2\cdot 2^2 = 18320413.$$

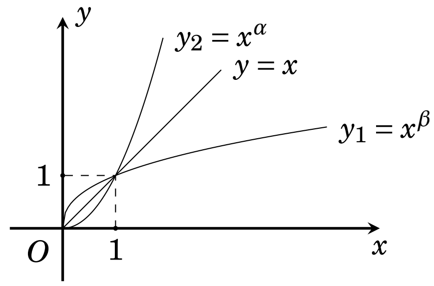
Chọn đáp án C

Câu 26. Ta có $V = S_{ABC}\cdot BB' = \dfrac{1}{2}AB\cdot BC\cdot BB' = \dfrac{1}{2}a^3$.

Chọn đáp án C

Câu 27.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng $y=x$. Để thuận tiện cho chứng minh ta gọi $y_1 = x^\beta, y_2 = x^\alpha$.



- Với $x\in[0;1]$ thì $y_1 > y$ và $y_2 < y$.
- Với $x\in(1;+\infty)$ thì $y_1 < y$ và $y_2 > y$.

Suy ra, $0<\beta<1<\alpha$.

Chọn đáp án C

Câu 28. Ta có $(1-2i)x+(1+y)i = 1+i \Leftrightarrow \quad (x-1)+(2y-2x)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1\\ y=1\end{cases}$.

Suy ra, $P = x+y = 1+1 = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 29. Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{|4-1+2+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\dfrac{6}{3}=2$.

Suy ra, phương trình mặt cầu tâm A cần tìm có dạng $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án B

Câu 30. – Giả sử diện tích đất nông nghiệp hiện nay của nước ta là S.

– Sau 10 năm nữa, diện tích còn lại sẽ là $S\left(1-\dfrac{a}{100}\right)^{10}$.

– Suy ra, tỷ lệ cần tìm bằng $\dfrac{S\left(1-\dfrac{a}{100}\right)^{10}}{S}=\left(1-\dfrac{a}{100}\right)^{10}$.

Chọn đáp án A

Câu 31. Ta xét hai trường hợp sau:

- TH1: $\begin{cases}2^{x^2-4}-1>0\\ \ln x^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4>0\\ 0<x^2<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2>4\\ 0<x^2<1\end{cases}$ (loại).
- TH2: $\begin{cases}2^{x^2-4}-1<0\\ \ln x^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4<0\\ x^2>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x<2\\ \left[\begin{array}{l}x>1\\ x<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<x<-1\\ 1<x<2\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathscr{D}=(-2;-1)\cup(1;2)$.

Chọn đáp án A

Câu 32. Giả sử $G(2+t;2+2t;-2-t)\in d$ là trọng tâm của tam giác ABC.

Khi đó điểm M có tọa độ $\begin{cases}x_M=\dfrac{3x_G-x_A}{2}=\dfrac{3}{2}t+\dfrac{7}{2}\\ y_M=\dfrac{3y_G-y_A}{2}=3t+2\\ z_M=\dfrac{3z_G-z_A}{2}=-\dfrac{3}{2}t-\dfrac{7}{2}\end{cases}$.

Do điểm $M\left(\dfrac{3}{2}t+\dfrac{7}{2};3t+2;-\dfrac{3}{2}t-\dfrac{7}{2}\right)\in(\alpha)$ nên thay tọa độ M vào (α) ta được

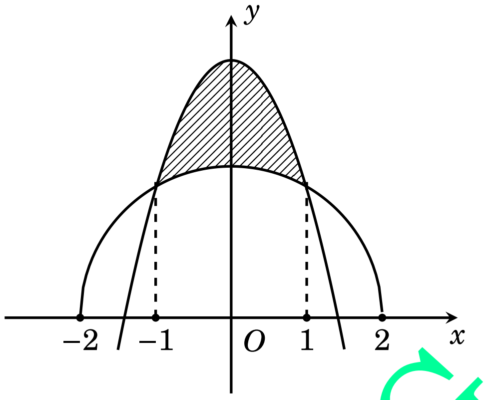
$$2\left(\frac{3}{2}t+\frac{7}{2}\right)+2(3t+2)-\left(-\frac{3}{2}t-\frac{7}{2}\right)-4=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra, tọa độ M là $M(2;-1;-2)$.

Chọn đáp án D

Câu 33.

Xét phương trình hoành độ giao điểm



$$-\sqrt{3}\left(x^2-2\right)=\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2\le 0 \\ 3(x^4-4x^2+4)=4-x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x^2\le 2 \\ x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 1.$$

Suy ra, diện tích của hình H là

$$S=\int\limits_{-1}^{1}\left|-\sqrt{3}\left(x^2-2\right)-\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}-\sqrt{3}\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

- Xét tích phân $I_1=\int\limits_{-1}^{1}-\sqrt{3}\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{10}{\sqrt{3}}$.

- Xét tích phân $I_2=\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $x=2\sin t$ ta được

$$\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}}2\cos t\sqrt{4\cos^2 t}\,\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}}4\cos^2 t\,\mathrm{d}t$$

$$=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}}2(\cos 2t+1)\,\mathrm{d}t=(\sin 2t+2t)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}.$$

Từ đây ta tính được $S=I_1-I_2=\dfrac{10}{\sqrt{3}}-\left(\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{7\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 34. • Với $m=0$ thì $y'=-3<0$. Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ tại $m=0$.

• Với $m\ne 0$, ta có $y'=3mx^2-6mx-3$. Để $y'\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} m<0 \\ \Delta'=9(m^2+m)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m(m+1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m<0.$$

Vậy với $-1\le m\le 0$ thì hàm số $y=mx^3-3mx^2-3x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A

Câu 35. Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>1 \\ mx-8>0 \end{cases}$. Khi đó ta có

$\log_{\sqrt{2}}(x-1)=\log_2(mx-8)\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2=\log_2(mx-8)$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=mx-8\Leftrightarrow x^2-x(m+2)+9=0.$

Để phương trình $x^2 - x(m+2) + 9 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt thì điều kiện cần là

$$\Delta = (m+2)^2 - 36 > 0 \Leftrightarrow (m-4)(m+8) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < -8 \text{ (loại)}. \end{array}\right.$$

Theo điều kiện đề bài thì $x > 1$. Đặt $t = m + 2 > 6$, khi đó gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho thì

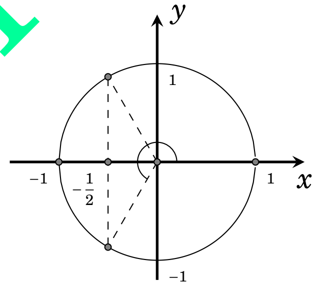
$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{t + \sqrt{t^2 - 36}}{2} > 1 \\ x_2 = \dfrac{t - \sqrt{t^2 - 36}}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{t^2 - 36} > 2 - t \text{ (luôn đúng)} \\ \sqrt{t^2 - 36} < t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow t^2 - 36 < t^2 - 4t + 4 \Leftrightarrow t < 10.$$

Suy ra, $6 < t < 10$ hay $4 < m < 8$. Do đó, có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt là $m = \{7; 8; 9\}$.

Chọn đáp án A

Câu 36.

Phương trình đã cho tương đương



$$(\cos + 1)(\cos 2x - m\cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \quad (\cos x + 1)(\cos 2x - m\cos x + m\cos x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0$$

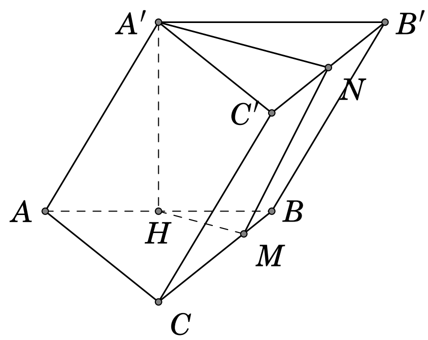
Trên đoạn $\left[0; \dfrac{2\pi}{3}\right]$ thì $\cos x + 1 > 0$.

Nên ta xét phương trình $\cos 2x - m = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = m$.

Do $x \in \left[0; \dfrac{2\pi}{3}\right]$ nên $2x \in \left[0; \dfrac{4\pi}{3}\right]$. Suy ra, quan sát đường tròn lượng giác ta thấy rằng để $\cos 2x = m$ có hai nghiệm $m \in \left(-1; -\dfrac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án A

Câu 37.



Gọi M là hình chiếu của H lên cạnh BC, N là hình chiếu của A' lên $B'C'$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) chính là góc $A'NM$.

• Ta có, góc giữa AA' với (ABC) là góc $A'AH$.

Theo giả thiết, $\widehat{A'AH} = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

• Ta tính được

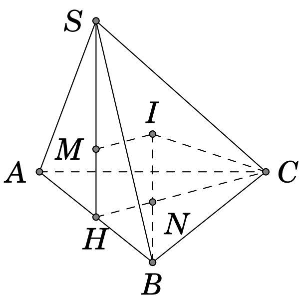
$HM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}, A'N = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \sqrt{A'H^2 + HM^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{4}$.

• Xét hình thang vuông $A'HMN$ có $\cos\varphi = \cos\widehat{A'NM} = \dfrac{HM}{MN} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{15}}{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án B

Câu 38.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Gọi M,N lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác đều SAB và ABC.



Từ M ta dựng đường thẳng vuông góc với (SAB), từ N dựng đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng ta vừa dựng. Suy ra, I là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Ta có

- $CH = SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $IN = MH = \dfrac{SH}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $CN = \dfrac{2}{3}CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
  $\Rightarrow IC = \sqrt{IN^2 + NC^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{9} + \dfrac{3a^2}{36}} = a\sqrt{\dfrac{5}{12}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.
- Thể tích khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi IC^3 = \dfrac{4\pi}{3} \cdot \left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\sqrt{15}\pi a^3}{54}$.

Chọn đáp án D

Câu 39. • Với $x = 0$ thì $f(0) = 0$. Với $x \neq 0$ ta có

$$xf'(x) - f(x) = x^2 e^x \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{x} - \frac{f(x)}{x^2} = e^x \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{x}\,dx - \int \frac{f(x)}{x^2}\,dx = e^x + C_1. \qquad (1)$$

• Xét biểu thức nguyên hàm $J = \displaystyle\int \frac{f'(x)}{x}\,dx$.

Đặt $u = \dfrac{1}{x}$, $dv = f'(x)dx$ thì $du = \dfrac{-1}{x^2}dx$, $v = f(x)$. Suy ra, $J = \dfrac{f(x)}{x} + \displaystyle\int \frac{f(x)}{x^2}dx + C_2. \qquad (2)$

• Thế (2) vào (1) ta thu được $\dfrac{f(x)}{x} = e^x + C$. Lại có $f(1) = e$ nên $C = 0$.

Suy ra, $f(x) = xe^x$ (thỏa $f(0) = 0$) $\Rightarrow I = \displaystyle\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 xe^x\,dx = xe^x\Big|_1^2 - e^x\Big|_1^2 = e^2$.

Chọn đáp án C

Câu 40. Xét phương trình

$$(2-x)f(x) - f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2-x)e^{\frac{x^2}{2}-2x}f(x) - e^{\frac{x^2}{2}-2x}f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(f(x)e^{\frac{x^2}{2}-2x}\right)' = 0 \Leftrightarrow f(x)e^{\frac{x^2}{2}-2x} = C. \qquad (1)$$

Do $f(0) = 1$ nên thay vào (1) ta được $C = 1$.

Suy ra, $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}+2x} \Rightarrow f'(x) = (-x+2)e^{-\frac{x^2}{2}+2x}$. Dễ thấy hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;2]$ Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		2
$f'(x)$		$+$	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	e^2

- Do $-\dfrac{x^2}{2} + 2x \le 2$ nên $0 < f(x) \le e^2$. Phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-\dfrac{x^2}{2} + 2x = \ln m$ có hai nghiệm thực phân biệt. Khi đó, $\ln m \in (-\infty;2)$.

- Đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = m$ luôn cắt nhau tại một điểm với mọi $m \in (0; e^2]$.

Suy ra, để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt thì $0 < m < e^2$.

Chọn đáp án B

Câu 41. Điều kiện xác định: $4^x - 2^x + m > 0 \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x$.

Xét hàm số $f(x) = -4^x + 2^x$ có $f'(x) = -4^x \cdot 2\ln 2 + 2^x \ln 2 = 2^x \ln 2 \cdot \left(-2^{x+1} + 1\right)$.

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2^{x+1} + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	$-\infty$

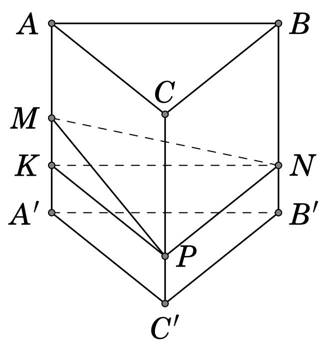
Suy ra, hàm số $f(x) = -(2^x)^2 + 2^x$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Suy ra, để $m > -4^x + 2^x$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $m > \max f(x) = -4^{-1} + 2^{-1} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 42.

Gọi K là điểm thuộc cạnh AA' thỏa mãn $\frac{AK}{AA'} = \frac{2}{3}$. Ta có



- Thể tích của khối $V_{NPK.A'B'C'} = V_1 = \frac{V}{3}$.
- $V_{M.NPK} = V_2 = \frac{1}{3} S_{NPK} \cdot MK = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot \frac{AA'}{6} = \frac{V}{18}$.
- $V_{ABC.MNP} = V - V_1 - V_2 = V - \frac{V}{3} - \frac{V}{18} = \frac{11}{18} V$.

Chọn đáp án C

Câu 43. Từ đồ thị của hàm số ta suy ra $f'(x)$ có dạng $f'(x) = g(x)x(x-1)^2(x-3)$, trong đó $g(x) \neq 0$.

Ta có $\left(f(x^2+m)\right)' = 2x f'(x^2+m) = 2x\left[g(x^2+m)\right](x^2+m)(x^2+m-1)^2(x^2+m-3)$.

Nhận xét: Do số mũ của $x^2 + m - 1$ trong biểu thức $f'(x)$ là chẵn nên $f'(x)$ sẽ không đổi dấu khi đi qua nghiệm của phương trình $x^2 + m - 1 = 0$. Do đó hàm số không đạt cực trị tại nghiệm của phương trình $x^2 + m - 1 = 0$.

Suy ra, để hàm số $y = f(x^2+m)$ có 3 điểm cực trị thì $\left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m - 3 = 0 \end{array}\right.$ (I).

Ta xét các trường hợp sau:

- Với $m=3$ thì hệ (I) có duy nhất một nghiệm $x=0$.
- Với $m \in (3;+\infty)$ thì hệ (I) có nghiệm duy nhất $x=0$.
- Với $m \in (-\infty;0)$ thì hệ (I) có 5 nghiệm đơn phân biệt.
- Với $m \in [0;3)$ thì hệ (I) có 3 nghiệm trong đó không có nghiệm nào là nghiệm bội có số mũ chẵn. Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Suy ra, với $m \in [0;3)$ thì để hàm số $y=f(x^2+m)$ có 3 điểm cực trị.
Chọn đáp án B

Câu 44.

- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, vuông góc với d có dạng $2(x+2)+2(y+2)-(z-1)=0$ hay $(P)\colon 2x+2y-z+9=0$.
- Phương trình đường thẳng d' qua B và vuông góc với (P) có dạng $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t \end{cases}$.
- Giao điểm của d' và (P) là điểm $M(-3;-2;-1)$. Ta có $\overrightarrow{MA}=(1;0;2)$.

Suy ra, đường thẳng Δ cần tìm chính là đường thẳng MA có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;2)$.
Chọn đáp án B

Câu 45. Số cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ là $|\Omega| = C_{20}^{8} = 125970$ (cách).
Gọi A là biến cố "5 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3".
Nhận xét: Trong 20 tấm thẻ có 10 tấm thẻ mang số chẵn, 10 tấm thẻ mang số lẻ và 6 tấm mang số chia hết cho 3. Để tìm số phần tử của A ta xét bốn trường hợp sau:

- TH1: Có 5 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3 và 3 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^5 C_3^3 = 21$ (cách chọn).
- TH2: Có 4 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 1 tấm thẻ lẻ chia hết cho ba, 1 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 2 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^4 C_3^1 C_7^1 C_3^2 = 2205$ (cách chọn).
- TH3: Có 3 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 2 tấm thẻ mang số lẻ chia hết cho 3, 2 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 1 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^3 C_3^2 C_7^2 C_3^1 = 6615$ (cách chọn).
- TH4: Có 2 tấm thẻ lẻ không chia hết cho 3, 3 tấm thẻ lẻ chia hết cho 3, 3 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^2 C_3^3 C_7^3 = 735$ (cách chọn).

Suy ra, số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 21 + 2205 + 6615 + 735 = 9576$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{9576}{125970} = \dfrac{84}{1105}$.

Chọn đáp án B

Câu 46. Ta có

$$\log(u_1^2 + u_2^2 + 10) - \log(2u_1 + 6u_2) = 0 \Leftrightarrow \log\frac{u_1^2 + u_2^2 + 10}{2u_1 + 6u_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 10 = 2u_1 + 6u_2 \Leftrightarrow (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3. \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta có $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1 = \cdots = u_2 - u_1 + n = n + 2$.

Do đó $u_n = u_{n-1} + n = \cdots = 1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Xét bất phương trình $\dfrac{n(n+1)}{2} > 5050 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n > 100 \\ n < -101 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là $n = 101$.

Chọn đáp án A

Câu 47. Giả sử số phức z có dạng $z = a + bi$, z có biểu diễn hình học là điểm $M(a;b)$. Khi đó $|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34} \Leftrightarrow \sqrt{(b+2)^2 + (a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2 + (b-3)^2} = \sqrt{34}$. (1)

Gọi điểm $A(2;-2)$, $B(-1;3)$ khi đó ta có $AB = \sqrt{34}$. Kết hợp với (1) ta suy ra $MA - MB = AB$. $\Rightarrow$ Điểm M trùng với điểm B hoặc B là trung điểm của MA. Ta xét hai trường hợp sau:

- TH1: M trùng $B \Rightarrow M(-1;3)$. Suy ra

$$P = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b+2)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

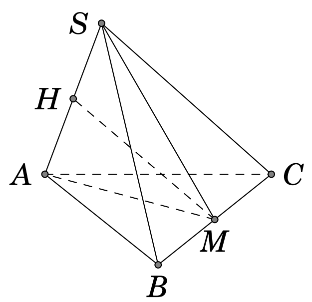
- TH2: B là trung điểm của $MA \Rightarrow M(-4;8)$. Suy ra

$$P = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b+2)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}.$$

Suy ra, $\min P = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 48.



Dễ thấy hai tam giác SBC và ABC bằng nhau. Gọi M là trung điểm của BC, ta có $AM \perp BC, SM \perp BC$ nên $BC \perp (ASM)$.

- Gọi H là trung điểm của SA. Ta có $AM = SM = \sqrt{1-\frac{x^2}{4}}, MH = \sqrt{1-\frac{x^2}{2}}, 0 < x \le \sqrt{2}$.

  Do đó, diện tích tam giác ASM là $S_{ASM} = \frac{1}{2}x\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}$.

- $V_{S.ABC} = 2V_{B.ASM} = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot S_{ASM}\cdot BM = 2\cdot\frac{1}{3}\frac{x^2}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{2}} = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}$.

- Hàm số $f(x) = x^2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}$ có $f'(x) = 2x\sqrt{1-\frac{x^2}{2}} - \frac{x^3}{\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}} = x\left(2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}}\right)$.

  $\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

- Với $0 < x < \sqrt{2}$ ta có $f(0) = 0, f(\sqrt{2}) = 0, f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4}{3\sqrt{3}}$.

Suy ra, khối chóp $S.ABC$ có thể tích lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án A

Câu 49. Ta có

$$\begin{array}{rcl} f'(x) + \dfrac{f(x)}{x} & = & 4x^2 + 3x \\ \Leftrightarrow \quad xf'(x) + f(x) & = & 4x^3 + 3x^2 \\ \Leftrightarrow \quad \int xf'(x)\,\mathrm{d}x + \int f(x)\,\mathrm{d}x & = & \int \left(4x^3 + 3x^2\right)\mathrm{d}x \\ \Leftrightarrow \quad xf(x) - \int f(x)\,\mathrm{d}x + \int f(x)\,\mathrm{d}x & = & x^4 + x^3 + C \\ \Leftrightarrow \quad xf(x) & = & x^4 + x^3 + C. \end{array}$$

Theo giả thiết $f(1) = 2$, nên thay $x = 1$ vào (1) ta có $1\cdot f(1) = 1 + 1 + C \Rightarrow C = 0$.

Suy ra, $y = f(x) = x^3 + x^2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là

$y - y(2) = f'(2)(x-2) \Leftrightarrow y - 12 = 16(x-2) \Leftrightarrow y = 16x - 20$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Từ đồ thị của hàm số ta có nhận xét như sau:

• Hàm số $y = f(x)$ có dạng $f(x) = g(x)x(x-1)^2(x-3)$ $(g(x) \neq 0)$.

• Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị nên phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm trong đó có một nghiệm $x = 1$. Do đó $f'(x) = k(x)(x-1)(x-a)(x-b)$, $(a \in (0;1), b \in (2;3), k(x) \neq 0)$.

Suy ra, hàm số $\left[(f(x))^2\right]' = 2f'(x)f(x) = 2g(x)k(x)x(x-a)(x-b)(x-3)(x-1)^3$.

$\Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm, trong đó $x = 1$ là một nghiệm bội ba. Suy ra, hàm số $y = (f(x))^2$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án A