GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 045

(Đề thi có 6 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử THPT Chuyên Thái Bình- Thái Bình, năm 2017-2018 Lần 6)

Mã đề thi 045

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2018}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z=0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

A. 5π. **B.** 25π. **C.** $2\sqrt{5}\pi$. **D.** 10π.

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng 45°. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

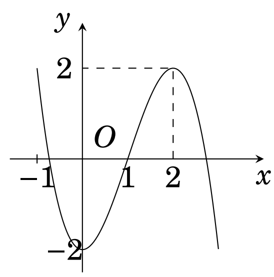
Câu 4. Biết $\displaystyle\int_0^3 x\ln(x^2+16)\,\mathrm{d}x = a\ln 5+b\ln 2+\frac{c}{2}$ trong đó a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=-16$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=16$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.



Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;1), B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn AB.

A. $(\alpha)\colon x+2y-z+2=0$. **B.** $(\alpha)\colon x+2y-z-4=0$.

C. $(\alpha)\colon x+2y-z-3=0$. **D.** $(\alpha)\colon x+2y+z-4=0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z-5=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P) và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM=\sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 8. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0, y=\sqrt{x}, y=x-2$.

A. $\dfrac{8\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **C.** 10π. **D.** 8π.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Câu 10. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8}-4\cdot 3^{x+5}+27=0$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{4}{27}$. **D.** $-\dfrac{4}{27}$.

Câu 11. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y, \forall x>0, y>0$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y, \forall x>0, y>0$.

C. $\log_a x^2=\dfrac{1}{2}\log_a x, \forall x>0$. **D.** $\log a=\dfrac{1}{\log_a 10}$.

Câu 12. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 13. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là $u_n=u_1q^{n-1}$, với công bội q và số hạng đầu u_1.

B. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n=u_1+(n-1)d$, với công sai d và số hạng đầu u_1.

C. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n=u_1+nd$, với công sai d và số hạng tổng quát đầu u_1.

D. Nếu dãy số (u_n) là một cấp số cộng thì $u_{n+1}=\dfrac{u_n+u_{n+2}}{2}, \forall n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 14. Cho hai số thực a và b thoả mãn $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{4x^2-3x+1}{2x+1}-ax-b\right)=0$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=11$ và hai đường thẳng $(d_1)\colon \dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$, $(d_2)\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

A. $(\alpha)\colon 3x-y-z-15=0$.

B. $(\alpha)\colon 3x-y-z+7=0$.

C. $(\alpha)\colon 3x-y-z-7=0$.

D. $(\alpha)\colon 3x-y-z+7=0$ hoặc $(\alpha)\colon 3x-y-z-15=0$.

Câu 16. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=(2x-1)^{\pi}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\mathscr{D}=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\mathscr{D}=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{17\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **C.** $\frac{19\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\frac{11\sqrt{30}}{30}$.

Câu 18. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4+3z^2+4=0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $T=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$.

A. $T=8$. **B.** $T=6$. **C.** $T=4$. **D.** $T=2$.

Câu 19. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

A. $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int(f(x)+g(x))\,\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$ với mọi hàm số $f(x),g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\int(f(x)-g(x))=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$ với mọi hàm số $f(x),g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 21. Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 22. Cho $a>1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}>1$. **B.** $\frac{1}{a^{2017}}<\frac{1}{a^{2018}}$. **C.** $a^{-\sqrt{3}}>\frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}}>\sqrt{a}$.

Câu 23. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{-3x+2}$ là

A. $y=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $y=\frac{2}{3}$. **D.** $x=-\frac{1}{3}$.

Câu 24. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là

A. $(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3})$. **B.** $(-\infty;5-2\sqrt{6}]\cup[5+2\sqrt{6};+\infty)$.

C. $(-\infty;5-2\sqrt{3})\cup(5+2\sqrt{3};+\infty)$. **D.** $(-\infty;5-2\sqrt{6})\cup(5+2\sqrt{6};+\infty)$.

Câu 25. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=x^4+5x^2-1$. **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1$.

C. $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $18\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 27. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $0{,}25^{30}\cdot 0{,}75^{20}\cdot \mathrm{C}_{50}^{20}$. **B.** $1-0{,}25^{20}\cdot 0{,}75^{30}$. **C.** $0{,}25^{20}\cdot 0{,}75^{30}$. **D.** $0{,}25^{30}\cdot 0{,}75^{20}$.

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 35π cm^2. **B.** 70π cm^2. **C.** 120π cm^2. **D.** 60π cm^2.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

Câu 31. Cho số phức $z=(1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** $2i$.

Câu 32. Cho $\log_6 45=a+\dfrac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}, a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 33. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C=2M$. **B.** $C=2M$. **C.** $3M=2C$. **D.** $2C=M$.

Câu 34. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z-1=0$. véc-tơ nào sau đây là Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

A. $(-4;2;-6)$. **B.** $(2;1;-3)$. **C.** $(-2;1;3)$. **D.** $(2;1;3)$.

Câu 35. Cho ba điểm $M(0;2;0);N(0;0;1);A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng MNP, biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox.

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=0$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$.

Câu 36. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^{21}, (x\neq 0)$.

A. $2^7\mathrm{C}_{21}^7$. **B.** $2^8\mathrm{C}_{21}^8$. **C.** $-2^8\mathrm{C}_{21}^8$. **D.** $-2^7\mathrm{C}_{21}^7$.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1}<5^{x+3}$ là

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-5;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m<1$. **B.** $\begin{cases} m<0 \\ m\neq -1 \end{cases}$. **C.** $m=0$. **D.** $m<0$.

Câu 39. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2018$ và $g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $g(x)+g(-x)=1, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\cdot g(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=2018$. **B.** $I=\dfrac{1009}{2}$. **C.** $I=4036$. **D.** $I=1008$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Số đo của góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ là

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}, f(0)=\dfrac{1}{3}$ và $f(-3)-f(3)=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=f(-4)+f(-1)-f(4)$.

A. $\dfrac{1}{3}\ln 2+\dfrac{1}{3}$. **B.** $\ln 80+1$. **C.** $\dfrac{1}{3}\ln\left(\dfrac{4}{5}\right)+\ln 2+1$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln\left(\dfrac{8}{5}\right)+1$.

Câu 42. Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{5x^2+4}}=\dfrac{a}{b}$ với a,b là các số nguyên dương và phân thức $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2$.

A. $T=13$. **B.** $T=26$. **C.** $T=29$. **D.** $T=34$.

Câu 43. Tìm số tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $2\sin^3 2x+m\sin 2x+2m+4=4\cos^2 2x$ có nghiệm thực thuộc $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1 . **D.** 6.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\dfrac{2a}{\sqrt{13}}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{13}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 45. Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z-5+3i|=3, |iw+4+2i|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|3iz+2w|$.

A. $\sqrt{554}+5$. **B.** $\sqrt{578}+13$. **C.** $\sqrt{578}+5$. **D.** $\sqrt{554}+13$.

Câu 46. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60°. Tính thể tích khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức w xác định bởi $w=(2+3i)\cdot\overline{z}+3+4i$ là một đường tròn bán kính R. Tính R.

A. $R=5\sqrt{17}$. **B.** $R=5\sqrt{10}$. **C.** $R=5\sqrt{5}$. **D.** $R=5\sqrt{13}$.

Câu 49. Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$, phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1,x_2. Tính tích phân $I=\int_{x_1}^{x_2}(2ax+b)^3\cdot e^{ax^2+bx+c}\,\mathrm{d}x$.

A. $I=x_2-x_1$. **B.** $I=\frac{x_2-x_1}{4}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\frac{x_2-x_1}{2}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u}=(m;n;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB. Tính giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2$.

A. $T=1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=10$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

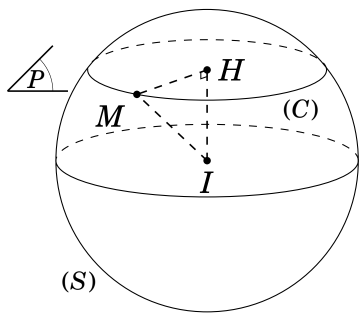
1 A	**6** B	**11** C	**16** C	**21** A	**26** C	**31** A	**36** D	**41** A	**46** C
2 A	**7** C	**12** B	**17** D	**22** C	**27** A	**32** D	**37** B	**42** B	**47** A
3 C	**8** B	**13** C	**18** A	**23** A	**28** B	**33** C	**38** B	**43** C	**48** D
4 B	**9** C	**14** D	**19** B	**24** D	**29** C	**34** A	**39** A	**44** D	**49** C
5 A	**10** A	**15** B	**20** D	**25** D	**30** B	**35** D	**40** B	**45** D	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2018}{x-2} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng của (H).
$\lim\limits_{x\to +\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2018}{x-2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của (H).
Vậy (H) có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án A

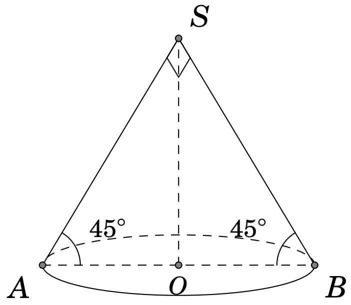
Câu 2.



Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $R = 3$.
Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2\cdot(-1)-2\cdot 1-2|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = 2$.
Vì $\mathrm{d}(I,(P)) < R$ nên (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $(P) \Rightarrow H$ là tâm của (C).
Lấy $M \in (C) \Rightarrow M \in (S)$. Khi đó $\triangle IHM$ vuông tại H.
$\Rightarrow MH = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{3^2-2^2} = \sqrt{5}$.
Suy ra diện tích hình tròn (C) bằng 5π.

Chọn đáp án A

Câu 3.



Gọi O là tâm của đường tròn đáy thì SO chính là trục của hình nón, do đó tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón sẽ nằm trên SO.
Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại S nên $OS = OA = OB$.
Vậy O là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón, suy ra bán kính $R = OA = a$.
$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án C

Câu 4. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2+16) \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{2x}{x^2+16}\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{1}{2}(x^2+16). \end{cases}$

$$\int_0^3 x\ln(x^2+16)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}(x^2+16)\cdot\ln(x^2+16)\right]\Big|_0^3 - \int_0^3 \frac{2x}{x^2+16}\cdot\frac{1}{2}(x^2+16)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 25\cdot\ln 25 - \frac{1}{2}\cdot 16\cdot \ln 16 - \int_0^3 x\,\mathrm{d}x$$

$$= 25\ln 5 - 16\ln 4 - \frac{x^2}{2}\Big|_0^3$$

$$= 25\ln 5 - 32\ln 2 - \frac{9}{2}.$$

$\Rightarrow a = 25, b = -32, c = -9 \Rightarrow T = a+b+c = 25-32-9 = -16.$

Chọn đáp án B

Câu 5. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 6. (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (α) qua trung điểm $I(2;1;0)$ của AB và vuông góc với AB.

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) qua $I(2;1;0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2;4;-2)$ là (α): $x+2y-z-4=0$.

Chọn đáp án B

Câu 7. Gọi $\alpha = (\Delta,(P))$.

Khi đó ta có $\cos\alpha = \dfrac{|1\cdot 2+1\cdot 1-2\cdot 3|}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2+3^2}} = \dfrac{\sqrt{21}}{14}$.

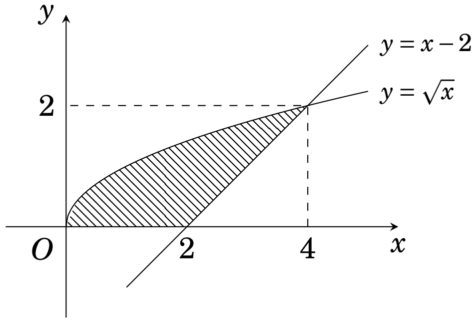
Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng α, khi đó $HM = MA\cdot\cos\alpha = \sqrt{84}\cdot\dfrac{\sqrt{21}}{14} = 3$.

Chọn đáp án C

Câu 8.

Xét các phương trình hoành độ giao điểm

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = x-2 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 2. \end{array}\right.$$



Suy ra thể tích của vật thể tròn xoay cần tính là

$$V = \pi\int_0^2 (\sqrt{x})^2\,\mathrm{d}x + \pi\int_2^4 \left|(x-2)^2-(\sqrt{x})^2\right|\mathrm{d}x = 2\pi + \pi I.$$

Ta có $I = \displaystyle\int_2^4 \left|(x-2)^2-(\sqrt{x})^2\right|\mathrm{d}x = \int_2^4 \left(-x^2+5x-4\right)\mathrm{d}x = \frac{10}{3}$.

Vậy $V = 2\pi + \dfrac{10}{3}\pi = \dfrac{16\pi}{3}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 9. Số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử nên có tất cả $A_6^4 = 360$ số.

Chọn đáp án (C)

Câu 10. Ta có

$$3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0 \Leftrightarrow 3^{2(x+4)} - 12 \cdot 3^{x+4} + 27 = 0.$$

Đặt $t = 3^{x+4} > 0$. Khi đó phương trình trên tương đương với

$$t^2 - 12t + 27 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 9 \text{ (thoả } t > 0) \\ t = 3 \text{ (thoả } t > 0) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x+4} = 3^2 \\ 3^{x+4} = 3^1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+4 = 2 \\ x+4 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -3. \end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là $(-2) + (-3) = -5$.

Chọn đáp án (A)

Câu 11. Với $0 < a \neq 1$, $x > 0$ ta có $\log_a x^2 = 2\log_a x$ nên C sai.

Chọn đáp án (C)

Câu 12.

Ta có $CD \perp AB$ ($ABCD$ là hình vuông) và $CD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) nên $CD \perp (SAB)$.

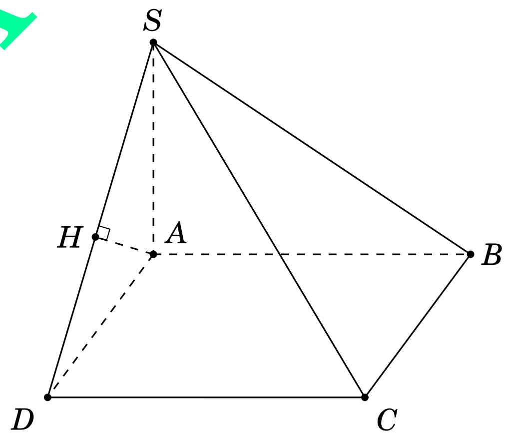
Hạ $AH \perp SD$, do $CD \perp (SAB) \supset AH$ nên $CD \perp AH$. Vì vậy, $AH \perp (SCD)$.

Mặt khác, $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Do đó $\mathrm{d}(B,(SCD)) = \mathrm{d}(A,(SCD)) = AH$.

Ta có

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $\mathrm{d}(B,(SCD)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án (B)

Câu 13. Theo lý thuyết sách giáo khoa "Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1)d$, với công sai d và số hạng đầu u_1". Do đó khẳng định " Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + nd$, với công sai d và số hạng tổng quát đầu u_1" là **sai**.

Chọn đáp án (C)

Câu 14. Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1}{2x+1} - ax - b\right) &= \lim_{x\to+\infty}\left(2x + \frac{7}{2(2x+1)} - \frac{5}{2} - ax - b\right) \\ &= \lim_{x\to+\infty}\left((2-a)x - \frac{5}{2} - b + \frac{7}{2(2x+1)}\right). \end{aligned}$$

Do đó

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1}{2x+1}-ax-b\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases}2-a=0\\ b+\dfrac{5}{2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ b=-\dfrac{5}{2}.\end{cases}$$

Vậy $a+2b=2+2\cdot\dfrac{-5}{2}=-3$.

Chọn đáp án D

Câu 15. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.

Gọi $\overrightarrow{v_1}=(1;1;2)$ và $\overrightarrow{v_2}=(1;2;1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của (d_1) và (d_2). Do $(\alpha)\parallel(d_1)$ và $(\alpha)\parallel(d_2)$ nên véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n}_{(\alpha)}=[\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2}]=(-3;1;1)$. Do đó phương trình mặt phẳng (α) có dạng $(\alpha)\colon 3x-y-z+d=0$.

Hơn nữa, (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$\mathrm{d}(I,(\alpha))=R \Leftrightarrow \frac{|3.1-(-1)-0+d|}{\sqrt{3^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\sqrt{11} \Leftrightarrow |d+4|=11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d+4=11\\ d+4=-11\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=7\\ d=-15.\end{array}\right.$$

Suy ra $(\alpha_1)\colon 3x-y-z+7=0$ và $(\alpha_2)\colon 3x-y-z-15$. Tuy nhiên, dễ dàng kiểm tra $(\alpha_2)\supset(d_2)$.

Vậy mặt phẳng (α) cần tìm là $(\alpha)\colon 3x-y-z+7=0$.

Chọn đáp án B

Câu 16. Điều kiện xác định: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Chọn đáp án C

Câu 17. Gọi $A(a,0,0)$, $B(0,b,0)$, $C(0,0,c)$.

Mặt phẳng (P) cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C nên (P) có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

$M(2,1,5)\in(P)\Rightarrow \dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{5}{c}=1.\quad(1)$

$\overrightarrow{AM}=(2-a,1,5)$; $\overrightarrow{BM}=(2,1-b,5)$; $\overrightarrow{BC}=(0,-b,c)$; $\overrightarrow{AC}=(-a,0,c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}AM\perp BC\\ BM\perp AC\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BM}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AC}=0.\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}(2-a)\cdot0+1\cdot(-b)+5\cdot c=0\\ 2\cdot(-a)+(1-b)\cdot0+5\cdot c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-b+5c=0\\ -2a+5c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=5c\\ a=\dfrac{5c}{2}.\end{cases}$$

Thay vào phương trình (1) ta được

$$\frac{4}{5c}+\frac{1}{5c}+\frac{5}{c}=1\Leftrightarrow\frac{6}{c}=1\Leftrightarrow c=6\Rightarrow\begin{cases}b=30\\ a=15.\end{cases}$$

Suy ra $(P)\colon \dfrac{x}{15}+\dfrac{y}{30}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 2x+y+5z-30=0$.

$$\mathrm{d}(I,P)=\frac{|2\cdot1+2+5\cdot3-30|}{\sqrt{2^2+1^2+5^2}}=\frac{11\sqrt{30}}{30}.$$

Chọn đáp án D

Câu 18. $z^4+3z^2+4=0$.

Đặt $X=z^2$. Khi đó phương trình trở thành $X^2+3X+4=0$

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} S=X_1+X_2=-3 \\ P=X_1\cdot X_2=4 \end{cases}$

Ta có: $\overline{X_1}=X_2$.

$P=X_1\cdot X_2=X_1\cdot\overline{X_1}=|X_1|^2=|z^2|^2=4\Rightarrow|z^2|=2$.

Do đó $T=4\cdot|z^2|=4\cdot2=8$.

Chọn đáp án (A)

Câu 19. $y=f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

$f'(x)=x^2-4x+3$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

Chọn đáp án (B)

Câu 20. Mệnh đề "$\int kf(x)\,\mathrm{d}x=k\int f(x)\,\mathrm{d}x$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ " **sai** vì hằng số k phải khác 0.

Chọn đáp án (D)

Câu 21. Điều kiện xác định $\begin{cases} x>0 \\ x-3>0. \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x>0 \\ x>3 \end{cases}\Leftrightarrow x>3.$

$$\begin{aligned} & \log_2 x+\log_2(x-3)=2 \\ \Leftrightarrow\ & \log_2 x(x-3)=2 \\ \Leftrightarrow\ & x(x-3)=2^2 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-3x-4=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (loại vì } x>3) \\ x=4. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm $x=4$.

Chọn đáp án (A)

Câu 22.

- Vì $a>1$ nên $a^2<a^3 \Rightarrow \sqrt[3]{a^2}<\sqrt[3]{a^3}$ hay $\sqrt[3]{a^2}<a$. Suy ra $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}<1$. Do đó $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}>1$ sai.
- Vì $a>1$ nên $a^{2017}<a^{2018} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^{2017}}>\dfrac{1}{a^{2018}}$. Do đó $\dfrac{1}{a^{2017}}<\dfrac{1}{a^{2018}}$ sai.
- Vì $a>1$ nên $a^{\sqrt{3}}<a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \dfrac{1}{a^{\sqrt{3}}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ hay $a^{-\sqrt{3}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. Do đó $a^{-\sqrt{3}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ đúng.
- Vì $a>1$ nên $\sqrt[3]{a}<\sqrt{a}$ hay $a^{\frac{1}{3}}<\sqrt{a}$. Do đó $a^{\frac{1}{3}}>\sqrt{a}$ sai.

Vậy mệnh đề $a^{-\sqrt{3}}>\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án C

Câu 23. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\dfrac{1}{3}$.

Vì vậy, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 24. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-2x+m=\frac{x+1}{x-2}.$$

Với điều kiện $x\neq 2$, phương trình tương đương

$$g(x)=2x^2-(3+m)x+2m+1=0.$$

Đường thẳng $y=-2x+m$ cắt hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2. Nghĩa là

$$\begin{cases} g(2)\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\neq 0 \\ (3+m)^2-8(2m+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2-10m+1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>5+2\sqrt{6} \\ m<5-2\sqrt{6}. \end{array}\right. 0$$

Vậy tập các giá trị m cần tìm là $(-\infty;5-2\sqrt{6})\cup(5+2\sqrt{6};+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Đồ thị của một hàm số nằm phía dưới trục hoành khi và chỉ khi hàm số đó nhận giá trị không dương với mọi x. Tuy nhiên, ta nhận thấy

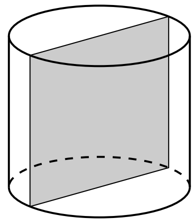
- Hàm số $y=x^4+5x^2-1$ nhận giá trị $125>0$ khi $x=3$.
- Hàm số $y=-x^3-7x^2-x-1$ nhận giá trị $6>0$ khi $x=-7$.
- Hàm số $y=-x^4-4x^2+1$ nhận giá trị $1>0$ khi $x=0$.

Còn ta có $-x^4+2x^2-2=-1-(x^2-1)^2<0, \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó đây là hàm số cần tìm.

Chọn đáp án D

Câu 26.

Thiết diện là hình vuông, nghĩa là đường kính đáy bằng với chiều cao.
Do đó chiều cao là $h = 4a$. Vậy thể tích cần tính là $V = \pi r^2 h = 8\pi a^3$.



Chọn đáp án (C)

Câu 27. Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 4^{50}$.
Thí sinh đó được 6 điểm nghĩa là làm đúng 30 câu và làm sai 20 câu còn lại. Gọi A là biến cố " Thí sinh làm đúng 30 câu ".
Ta có C_{50}^{20} cách để chọn ra 20 câu làm sai. Có $1^{30} = 1$ cách để chọn đáp án đúng cho 30 câu còn lại, và có 3^{20} cách để chọn đáp án sai cho 20 câu làm sai.
Vậy $n(A) = C_{50}^{20} \cdot 3^{20}$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{C_{50}^{20} \cdot 3^{20}}{4^{50}} = 0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.
Chọn đáp án (A)

Câu 28. Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi$ cm^2.
Chọn đáp án (B)

Câu 29. Xét phương trình $y = 0$. Ta có

$$y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2+1)(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Phương trình có 2 nghiệm, do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.
Chọn đáp án (C)

Câu 30. Ta có $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.
Chọn đáp án (B)

Câu 31. Ta có $z = (1+i)^2(1+2i) = 2i(1+2i) = -4+2i$.
Do đó phần ảo của số phức z là 2.
Chọn đáp án (A)

Câu 32. Ta có

$$\begin{aligned}
\log_6 45 &= a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c} = a + \frac{\log_2 5 + \log_2 2^b}{\log_2 3 + \log_2 2^c} \\
&= a + \frac{\log_2(5.2^b)}{\log_2(3.2^c)} = a + \log_{(3.2^c)}(5.2^b) \\
&= \log_{3.2^c}(3.2^c)^a + \log_{(3.2^c)}(5.2^b) \\
&= \log_{3.2^c}(5.3^a.2^{ac+b})
\end{aligned}$$

Suy ra $\begin{cases} 3.2^c = 6 \\ 5.3^a.2^{ac+b} = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ 3^a.2^{a+b} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$.(vì $a, b, c \in \mathbb{Z}$)

Do đó $a + b + c = 1$.

Chọn đáp án D

Câu 34. Ta có VTPT của mặt phẳng (α) có dạng $\vec{n} = k(2;-1;3), k \in \mathbb{R}$.

Với $k = -2$ ta có $\vec{n} = (-4;2;-6)$.

Chọn đáp án A

Câu 35. Ta có hình chiếu của A lên trục Ox là $P(3;0;0)$.

Do đó phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm M, N, P là $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Chọn đáp án D

Câu 36. Số hạng thứ $k+1$ của khai triển là $T_{k+1} = \mathrm{C}_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \mathrm{C}_{21}^k \cdot (-2)^k \cdot x^{-3k+21}$,

Yêu cầu bài toán suy ra $-3k + 21 = 0 \Leftrightarrow k = 7$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển trên là $-2^7\mathrm{C}_{21}^7$.

Chọn đáp án D

Câu 37. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x + 3 \Leftrightarrow x > -5$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $m(x-1)^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và khác -1. Do đó

$$\begin{cases} -4m > 0 \\ m \cdot (-2)^2 + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 39. $I = \int\limits_{-1}^{1} f(x) \cdot g(x)\,\mathrm{d}x = -\int\limits_{1}^{-1} f(-x) \cdot g(-x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x) \cdot (1 - g(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - I$.

Suy ra

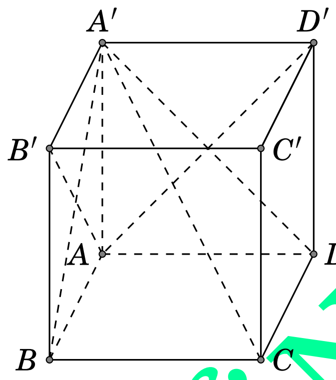
$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(-\int\limits_{1}^{0} f(-x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x\right) \\ &= \int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= 2018. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A

Câu 40.

[0

.15] Dễ dàng chứng minh được $AB' \perp (BA'C)$ và $AD' \perp (DA'C)$. Do đó



$(\widehat{(BA'C),(DA'C)}) = (\widehat{AB',AD'}) = \widehat{B'AD'} = 60^\circ$ do $\triangle B'AD'$ đều.

Chọn đáp án B

Câu 41. Ta có $T = f(-4) + f(-1) - f(4) = f(-4) - f(-3) + f(-1) - f(0) + f(3) - f(4) + \dfrac{1}{3}$.

Do $f'(x)$ liên tục trên các đoạn $[-4;-3],[-1;0],[3;4]$ nên

$$T = \int_{-3}^{-4} f'(x)\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{-1} f'(x)\,\mathrm{d}x + \int_{4}^{3} f'(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\ln\frac{5}{2} - \ln 4 + \ln 2 - \ln\frac{1}{2} + \ln\frac{2}{5} - \ln\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án A

Câu 42. Đặt $t = \sqrt{5x^2+4} \Rightarrow t^2 = 5x^2 + 4 \Rightarrow t\,\mathrm{d}t = 5x\,\mathrm{d}x$. Do đó

$\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{5x^2+4}} = \frac{1}{5}\int_2^3 \mathrm{d}t = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 1; b = 5$. Vậy $T = 1^2 + 5^2 = 26$.

Chọn đáp án B

Câu 43. Đặt $t = \sin 2x$, do $x \in \left(0;\dfrac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in \left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Phương trình được viết lại như sau

$2t^3 + mt + 2m + 4 = 4(1-t^2) \Leftrightarrow m(t+2) = -2t^2(t+2) \Leftrightarrow m = -2t^2$.

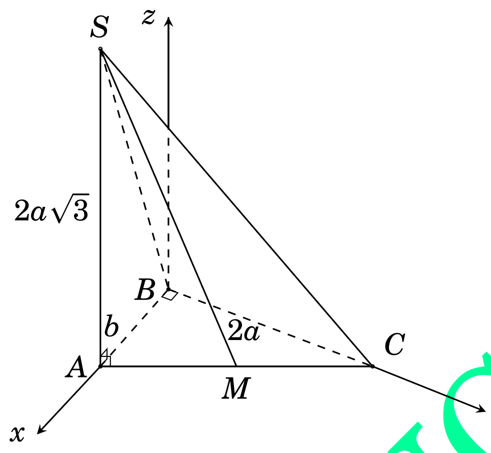
YCBT$\Leftrightarrow \displaystyle\min_{t\in\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \left(-2t^2\right) \le m \le \max_{t\in\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \left(-2t^2\right) \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < 0$.

Mà m là số nguyên nên $m = -1$.

Chọn đáp án C

Câu 44.

Đặt độ dài $AB = b$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $B \equiv O$, tia BA trùng với tia Ox, BC trùng với tia Oy, tia Bz song song SA.



Khi đó $B(0;0;0), A(b;0;0), C(0;2a;0), S(b;0;2a\sqrt{3})$.

M là trung điểm $AC \Rightarrow M\left(\frac{b}{2};a;0\right)$.

Do đó ta được

$\overrightarrow{BA} = (b;0;0), \overrightarrow{MS} = \left(\frac{b}{2}, -a, 2a\sqrt{3}\right), \overrightarrow{BM} = \left(\frac{b}{2};a;0\right)$.

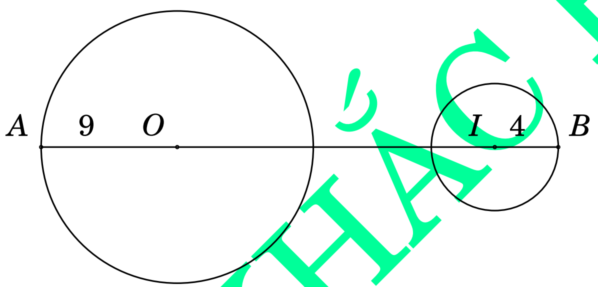
$\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MS}\right] = (0;-2ab\sqrt{3};ab) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MS}\right]\right| = \sqrt{13}ab$

$\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MS}\right] \cdot \overrightarrow{BM}\right| = 2a^2b\sqrt{3}$.

Vậy $\mathrm{d}(AB, SM) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MS}\right] \cdot \overrightarrow{BM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MS}\right]\right|} = \dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Chọn đáp án D

Câu 45.



Ta có $|z-5+3i| = 3 \Leftrightarrow \left|\dfrac{3iz-15i-9}{3i}\right| = 3 \Leftrightarrow |3iz-9-15i| = 9$.

$|iw+4+2i| = 2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{-i}{2}(-2w-4+8i)\right| = 2 \Leftrightarrow |-2w-4+8i| = 4$.

Gọi A và B là điểm biểu diễn của $3iz$ và $-2w$, khi đó A và B lần lượt thuộc các đường tròn tâm $O(9;15)$ bán kính bằng 9 và đường tròn $I(4;-8)$ bán kính bằng 4. Ta tính được $OI = \sqrt{554}$.

Khi đó $T = |3iz+2w| = |3iz-(-2w)| = AB$.

Do $IO = \sqrt{554} > 4+9$ nên hai đường tròn ngoài nhau, suy ra $AB_{\max} = AO+OI+IB = \sqrt{554}+13$.

Chọn đáp án D

Câu 46. Ta có $y = \dfrac{x+m}{mx+4} \Rightarrow y' = \dfrac{4-m^2}{(mx+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì

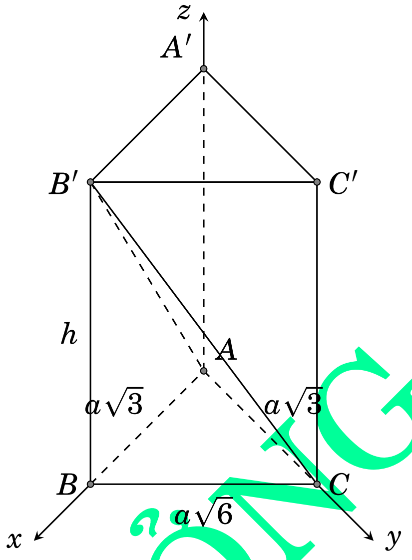
$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{4-m^2}{(mx+4)^2} > 00 \Leftrightarrow 4-m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Do đó các giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m \in \{-1;0;1\}$.

Chọn đáp án C

Câu 47.

Gọi h ($h>0$) là chiều cao lăng trụ. Tam giác ABC vuông cân tại A nên ta tính được $AB = AC = a\sqrt{3}$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho

$A \equiv O$, tia AB trùng Ox, tia AC trùng Oy, tia AA' trùng Oz.

Khi đó ta có $A(0;0;0)$, $B(a\sqrt{3};0;0)$, $C(0;a\sqrt{3};0)$, $B'(a\sqrt{3};0;h)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (0;a\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{BC} = (-a\sqrt{3};\, a\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{B'C} = (a\sqrt{3};-a\sqrt{3};h)$.

Như vậy $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{B'C}\right] = (ha\sqrt{3};0;-3a^2)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AB'C)$ và $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{B'C}\right] = (ha\sqrt{3};ha\sqrt{3};0)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(BCC'B')$.

Theo giả thiết

$$\left((AB'C),(BCC'B')\right) = 60^\circ \Rightarrow \cos\left((AB'C),(BCC'B')\right) = \cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{3a^2h^2}{\sqrt{3a^2h^2+9a^4}\cdot\sqrt{6a^2h^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3a^2h^2+9a^4}\cdot\sqrt{6a^2h^2} = 6a^2h^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2h^2+9a^4 = 6a^2h^2$$

$$\Leftrightarrow h = a\sqrt{3}.$$

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = a\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}(a\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$, $V_{B'.ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}(a\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

$\Rightarrow V_{AB'CA'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{B'.ABC} = \sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án A

Câu 48. Theo giả thiết $|z-1| = 5 \Rightarrow |\overline{z}-1| = 5$.

Lại có

$$w = (2+3i)\cdot\overline{z}+3+4i$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{z} = \frac{w-3-4i}{2+3i}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{z}-1 = \frac{w-5-7i}{2+3i}$$

$$\Rightarrow \quad |\overline{z}-1| = \left|\frac{w-5-7i}{2+3i}\right| = 5$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{|w-5-7i|}{\sqrt{13}} = 5$$

$$\Leftrightarrow \quad |w-5-7i| = 5\sqrt{13}.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $I(5;7), R = 5\sqrt{13}$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta đặt $t = ax^2+bx+c \Rightarrow \mathrm{d}t = (2ax+b)\mathrm{d}x$ và $g(t) = (2ax+b)^2$

Do giả thiết x_1, x_2 là hai nghiệm của $ax^2+bx+c = 0$ nên $\begin{cases} x = x_1 \Rightarrow t = 0 \\ x = x_2 \Rightarrow t = 0. \end{cases}$

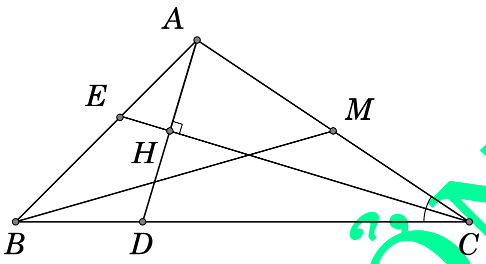
Do đó dễ dàng có

$$I = \int_{x_1}^{x_2} (2ax+b)^3 \cdot e^{ax^2+bx+c}\,\mathrm{d}x = \int_0^0 g(t)\cdot e^t\,\mathrm{d}t = 0.$$

Chọn đáp án C

Câu 50.

Gọi M là trung điểm của AC, E là chân đường phân giác trong góc C. Ta có



$$CE: \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 4-t \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \\ z = 2-t \end{cases}$$

$C(2+2t;4-t;2-t)$.

Do $A(2;3;3)$ nên $M\left(t+2;\dfrac{7-t}{2};\dfrac{5-t}{2}\right)$.

Do M thuộc đường trung tuyến kẻ từ B nên thay tọa độ M vào ta được

$$\frac{2+t-3}{-1} = \frac{\frac{7-t}{2}-3}{2} = \frac{\frac{5-t}{2}-2}{-1} \Rightarrow t = 1 \Rightarrow C(4;3;1).$$

Kẻ $AH \perp CE$ tại H, cắt BC tại D. Khi đó $\triangle ACD$ cân tại $C \Rightarrow H$ là trung điểm AD.

$H \in CE \Rightarrow H(2+2h;4-h;2-h) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2h;1-h;-1-h)$.

Véc-tơ chỉ phương của CE là $\vec{u} = (2;-1;-1)$.

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AH}\cdot\vec{u} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 4h+h-1+h+1 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & h = 0. \end{aligned}$$

Do $H(2;4;2) \Rightarrow D(2;5;1) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (-2;2;0)$.

Phương trình đường thẳng $CD: \begin{cases} x = 4-2a \\ y = 3+2a \\ z = 1. \end{cases}$

Do $B \in CD$ nên $B(4-2b;3+2b;1)$, mặt khác B thuộc đường trung tuyến kẻ từ B nên

$$\frac{4-2b-3}{-1} = \frac{3+2b-3}{2} = \frac{1-2}{-1} \Rightarrow b = 1.$$

Do vậy $B(2;5;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0;2;-2) = 2\cdot(0;1;-1)$. Khi đó $m = 0, n = 1 \Rightarrow T = 1$.

Chọn đáp án A