GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 042

(*Đề thi có 7 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề khảo sát chất lượng, 2017 - 2018, THPT Số 2 An Nhơn, Bình Định)

Mã đề thi 042

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V. Biết diện tích đáy của lăng trụ là B, tính chiều cao h của khối lăng trụ đã cho.

A. $h=\dfrac{V}{3B}$. **B.** $h=\dfrac{2V}{B}$. **C.** $h=\dfrac{3V}{B}$. **D.** $h=\dfrac{V}{B}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và M là trung điểm của BC, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Góc giữa SM và mặt phẳng đáy có giá trị gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. $60°$. **B.** $70°$. **C.** $90°$. **D.** $80°$.

Câu 3. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=-5$. **B.** $T=-6$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=-10$.

Câu 4. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{3}{16}$. **D.** $+\infty$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $3x+3y+z-8=0$. **B.** $3x-3y+z-14=0$. **C.** $3x-2y+z-8=0$. **D.** $2x+3y-z+8=0$.

Câu 6. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(\log_3\left(\log_4 x^{18}\right)\right)=1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 7. Cho phương trình $z^2-6z+10=0$. Một nghiệm phức của phương trình đã cho là

A. $z=2+3i$. **B.** $z=5-4i$. **C.** $z=1+i$. **D.** $z=3-i$.

Câu 8. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{3x-2}$.

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

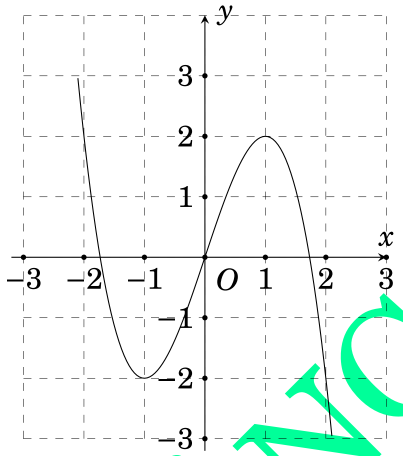
Câu 9. Hình nón có thể tích bằng 16π và chiều cao bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. 20π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 10π.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



Câu 11. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 19/5/2020 rút được khoản tiền là 100.000.000 đồng (cả vốn lẫn lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,75%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 19/5/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 84.573.000 đồng. **B.** 84.533.000 đồng. **C.** 83.533.000 đồng. **D.** 83.583.000 đồng.

Câu 12. Cho điểm $H(-3;-4;6)$ và mặt phẳng (Oxz). Hỏi khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) bằng bao nhiêu?

A. $\mathrm{d}(H;(Oxz)) = 4$. **B.** $\mathrm{d}(H;(Oxz)) = 3$. **C.** $\mathrm{d}(H;(Oxz)) = 6$. **D.** $\mathrm{d}(H;(Oxz)) = 8$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-1;0;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(-3;1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P)\colon 2x + 2y - 3z + 1 = 0$. **B.** $(P)\colon 2x + 2y + 3z - 3 = 0$.

C. $(P)\colon 2x + 2y - 3z + 3 = 0$. **D.** $(P)\colon x + y - z - 3 = 0$.

Câu 14. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Tính $P = M - m$.

A. $P = 4$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 1$.

Câu 15. Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -\frac{1}{2}\log_a(-b)$. **B.** $P = \frac{1}{2}\log_a(-b)$. **C.** $P = 2\log_a(-b)$. **D.** $P = -2\log_a(-b)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm phương trình $f(x)+2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{1-2x}$.

A. $-6\ln|1-2x|+C$. **B.** $3\ln|1-2x|+C$. **C.** $-\dfrac{3}{2}\ln|1-2x|+C$. **D.** $\dfrac{3}{2}\ln|1-2x|+C$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)<0$ là

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-1;9)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Tính khoảng cách d giữa BD và MN.

A. $\mathrm{d}=3\sqrt{5}$. **B.** $\mathrm{d}=\sqrt{5}$. **C.** $\mathrm{d}=5$. **D.** $\mathrm{d}=10$.

Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi?

A. 10. **B.** 6. **C.** 60. **D.** 120.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)+2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2018;2020)$.

Câu 22. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập một tổ công tác gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên?

A. 420. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 240.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	19	↘	-13	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-13$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=19$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a, tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $x - 2 = y = z + 3$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$.

Câu 26. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^2 - 1)$.

Câu 27. Cho hai hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \displaystyle\int_a^b |f_1(x) + f_2(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \displaystyle\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]\,\mathrm{d}x$.

C. $S = \left|\displaystyle\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]\,\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S = \displaystyle\int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và $\Delta\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng song song với Δ, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

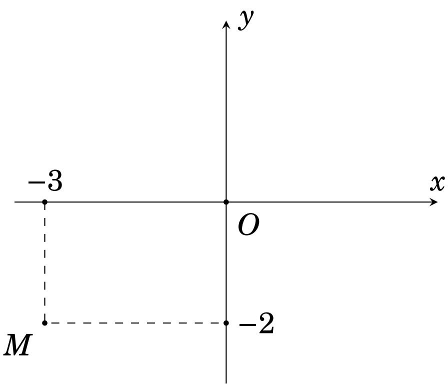
A. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Câu 29. Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức

A. $z = -3 + 2i$. **B.** $z = 3 + 2i$.

C. $z = -3 - 2i$. **D.** $z = 3 - 2i$.



Câu 30. Gọi a là hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2} + \dfrac{2}{x}\right)^{3n}$, $x > 0$. Tìm a biết rằng

$$2^{n-4}\left(\mathrm{C}_n^{n-2} - \mathrm{C}_{n-2}^1 - n\right) = \mathrm{C}_{n-1}^{n-2}.$$

A. $a = 96096$. **B.** $a = 96906$. **C.** $a = 96960$. **D.** $a = 96069$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;\sqrt{3};0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(0;0;\sqrt{3})$ và điểm M thuộc trục Oz sao cho hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB).

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $15°$.

Câu 32. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn phương trình $\dfrac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \dfrac{1}{\bar{z}}} = i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 1 - \sqrt{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 1 + \sqrt{2}$. **D.** $P = 0$.

Câu 33. Gọi A là tập hợp gồm các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số lấy được có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó.

A. $P = \dfrac{69}{574}$. **B.** $P = \dfrac{23}{1120}$. **C.** $P = \dfrac{271}{2296}$. **D.** $P = \dfrac{23}{1148}$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$, tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng 2. Gọi S là diện tích tam giác ABC, h là khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC). Với giá trị nào của x thì biểu thức $V = \dfrac{1}{3} \cdot S \cdot h$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $x = \sqrt{6}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2\sqrt{6}$. **D.** $x = 2$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z - 2 - 3i|$ là

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $6\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$, $C(1;1;4)$, $D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\dfrac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1), (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C, D?

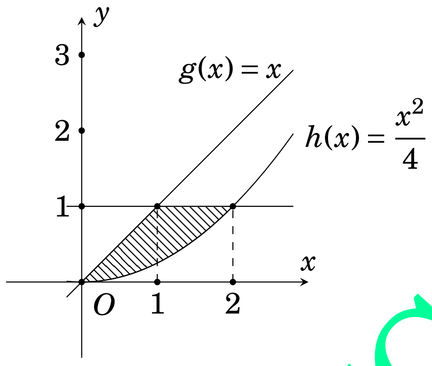
A. Vô số. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm không âm trên $[0;1]$ thỏa mãn $\dfrac{[f(x)]^2[f'(x)]^2}{e^{2x}} = 1 + [f(x)]^2$ và $f(x) > 0$ với $\forall x \in [0;1]$, biết $f(0) = 1$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\dfrac{5}{2} < f(1) < 3$. **B.** $3 < f(1) < \dfrac{7}{2}$. **C.** $2 < f(1) < \dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2} < f(1) < 2$.

Câu 38.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0$, $y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $b - a$ bằng



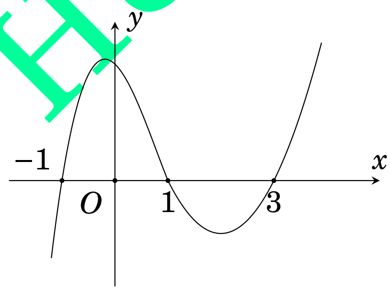
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 39. Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

A. $m = \frac{5}{2}$. **B.** $m = \frac{13}{2}$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 2$.

Câu 40.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong (C). Biết đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ bên. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt lần lượt có hoành độ a, b. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A. $4 \geq a - b \geq -4$. **B.** $a, b < 3$.

C. $a^2 + b^2 > 10$. **D.** $a - b \geq 0$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases}$ $(n \geq 1)$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$. **B.** $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$. **C.** $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$. **D.** $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Câu 42. Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x = a\pi + \ln b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a + b$.

A. $S = \frac{5}{4}$. **B.** $S = \frac{11}{4}$. **C.** $S = \frac{3}{4}$. **D.** $S = 2$.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C = 3$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình lập phương.

A. $S_{xq} = 5\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 3\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq} = \sqrt{3}\pi$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + m}{\sqrt{x+1}}$ với m là tham số thực, $m > 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 45. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}=\frac{x}{y}$ $(x,y\in\mathbb{N}$, phân số tối giản), tính giá trị $x+y$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 46. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BA. Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

A. $\frac{3\sqrt{31}}{31}$. **B.** $\frac{2\sqrt{31}}{31}$. **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}$. **D.** $\frac{4\sqrt{31}}{31}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(4;1;1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho biểu thức $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(2;0;2)$. **B.** $(2;2;0)$. **C.** $(2;1;1)$. **D.** $(0;2;2)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ và thỏa mãn $\int_0^2 x(f'(x)-1)\,dx=2f(2)$.

Tính giá trị của $I=\int_0^2 f(x)\,dx$.

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

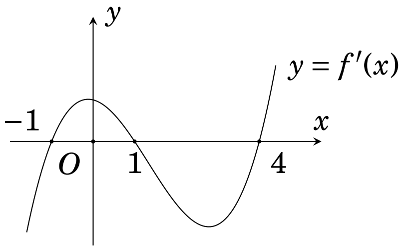
Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=\left|x^4+x^3-\frac{1}{2}x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 50.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y=f(x^2+x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.



— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** A	**11** D	**16** A	**21** C	**26** B	**31** C	**36** D	**41** A	**46** C
2 A	**7** D	**12** A	**17** C	**22** A	**27** D	**32** C	**37** A	**42** A	**47** D
3 D	**8** D	**13** C	**18** A	**23** B	**28** D	**33** D	**38** D	**43** C	**48** D
4 B	**9** A	**14** C	**19** B	**24** C	**29** C	**34** A	**39** B	**44** A	**49** B
5 A	**10** B	**15** B	**20** C	**25** B	**30** A	**35** A	**40** C	**45** B	**50** B

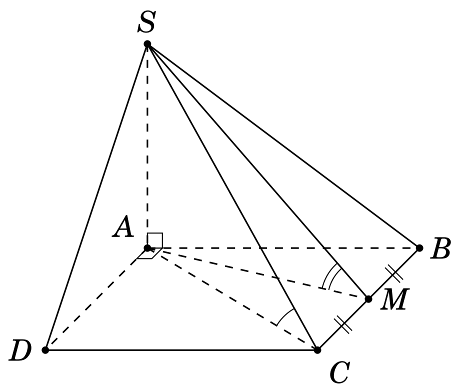
LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $V = B \cdot h \Leftrightarrow h = \dfrac{V}{B}$.

Chọn đáp án D

Câu 2.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 60°$, góc giữa SM và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMA}$.



Tính:

- $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$;
- $SA = AC \cdot \tan\widehat{SCA} = a\sqrt{15}$;
- $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{17}}{2}$;
- $\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \dfrac{a\sqrt{15}}{\dfrac{a\sqrt{17}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$.

Suy ra $\widehat{SMA} \simeq 62°$.

Chọn đáp án A

Câu 3. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{3m - 2\}$.

$y' = \dfrac{-5m + 5}{(x - 3m + 2)^2}$.

Hàm số $y = \dfrac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y' > 0, \forall x \in \mathscr{D} \\ 3m-2 \notin (-\infty;-14) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5m+5 > 0 \\ 3m-2 \geq -14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{-4;-3;-2;-1;0\}.$$

Vậy $T = -4-3-2-1 = -10$.

Chọn đáp án D

Câu 4. Ta có

- $\lim\limits_{x\to -2} (x+1) = -1 < 0$.
- $\lim\limits_{x\to -2} (x+2)^2 = 0$.
- $(x+2)^2 > 0,\ \forall x \neq -2$.

Vậy $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty$.

Chọn đáp án B

Câu 5. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;1;0)$ nên $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (3;3;1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $C(2;0;2)$ và nhận $\vec{n} = (3;3;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình $3(x-2)+3y+(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x+3y+z-8 = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 6. Ta có $\log_2\left(\log_3\left(\log_4 x^{18}\right)\right) = 1 \Leftrightarrow \log_3\left(\log_4 x^{18}\right) = 2 \Leftrightarrow \log_4 x^{18} = 9 \Leftrightarrow x^{18} = 4^9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án A

Câu 7. $z^2 - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 3+i \\ z = 3-i. \end{array}\right.$

Chọn đáp án D

Câu 8. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{2}{3}\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \dfrac{1}{3}$ nên phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 9. Ta có thể tích $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$. Suy ra đường sinh $l = \sqrt{h^2+r^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 20\pi$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Nhìn hình ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;2)$ nên trong 4 hàm số trên chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa đề.

Chọn đáp án (B)

Câu 11. Gọi A là số tiền cần gửi ngân hàng, $r = 0{,}75\%$ là lãi suất 1 tháng.

Theo giả thiết, ta có $100.000.000 = A(1+r)^{24}$.

Suy ra $A = \dfrac{100.000.000}{(1+r)^{24}} \simeq 83.583.000$ (đồng).

Chọn đáp án (D)

Câu 12. Mặt phẳng (Oxz): $y = 0$.

Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) là $\mathrm{d}(H;(Oxz)) = |y_H| = 4$.

Chọn đáp án (A)

Câu 13. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, suy ra $G(-1;1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua G và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $2(x+1)+2(y-1)-3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x+2y-3z+3 = 0$.

Chọn đáp án (C)

Câu 14. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-2;-\dfrac{1}{2}\right]$.

Ta có $f'(x) = 6x^2+6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(loại)} \\ x = -1 & \text{(nhận).} \end{array}\right.$

Tính: $f(-2) = -5$, $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{2}$, $f(-1) = 0$.

Khi đó $\max\limits_{[-2;-\frac{1}{2}]} f(x) = 0 = M$ tại $x = -1$; $\min\limits_{[-2;-\frac{1}{2}]} f(x) = -5 = m$ tại $x = -2$.

Vậy $P = M - m = 5$.

Chọn đáp án (C)

Câu 15. $P = \log_{a^4} b^2 = \dfrac{2}{4}\log_{|a|}|b| = \dfrac{1}{2}\log_a(-b)$ (vì $0 < a \neq 1$ và $b < 0$).

Chọn đáp án (B)

Câu 16. Ta có $f(x)+2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt. Một nghiệm là $x = 3$ và một nghiệm là $x = x_0 < -1$.

Chọn đáp án (A)

Câu 17. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \frac{3}{1-2x}\,\mathrm{d}x = -\frac{3}{2}\ln|1-2x| + C$.

Chọn đáp án (C)

Câu 18. Ta có $\log(x+1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x+1 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;0)$.

Chọn đáp án (A)

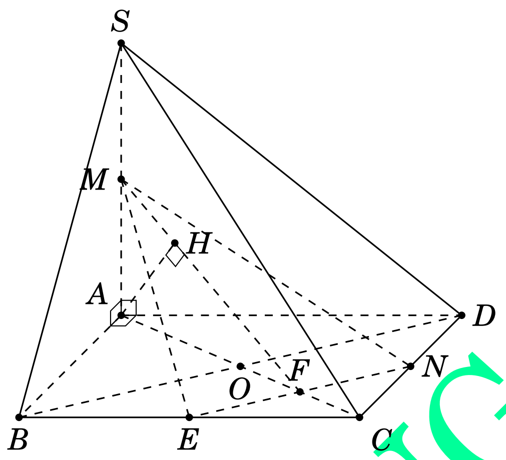
Câu 19.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi E là trung điểm BC, suy ra $NE \parallel BD$.

NE cắt AC tại F.

Kẻ $AH \perp MF$ tại H. Ta có



- $\begin{cases} NE \perp AC \\ NE \perp SA \end{cases} \Rightarrow NE \perp (SAC) \Rightarrow NE \perp AH.$

- $\begin{cases} AH \perp MF \\ AH \perp NE \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNE).$

Khi đó $\mathrm{d}(BD, MN) = \mathrm{d}(BD, (MNE)) = \mathrm{d}(O, (MNE)) = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}(A, (MNE)) = \dfrac{1}{3}AH$.

Tính:

- $AC = AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$, $AF = \dfrac{3}{4}AC = \dfrac{15\sqrt{2}}{2}$.

- $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow AM = \dfrac{1}{2}SA = 5\sqrt{3}$.

- $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AF^2} = \dfrac{1}{75} + \dfrac{2}{225} = \dfrac{1}{45} \Rightarrow AH = 3\sqrt{5}$.

Vậy $\mathrm{d}(BD, MN) = \dfrac{1}{3}AH = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án B

Câu 20. Số cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi là $\mathrm{A}_5^3 = 60$.

Chọn đáp án C

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = f(x) + 2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên 2018 đơn vị nên không làm thay đổi các khoảng đồng biến.

Vậy hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Chọn đáp án C

Câu 22. Số cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot \mathrm{C}_6^3 = 420$ cách.

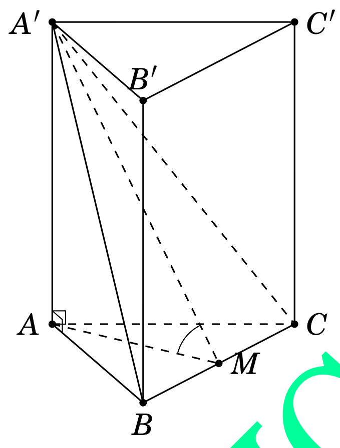
Chọn đáp án A

Câu 23. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 24.

Gọi M là trung điểm BC.



Ta có

- $\begin{cases} A'M \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'MA}$.
- $AM = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
- $\tan\widehat{A'MA} = \dfrac{AA'}{AM} = \dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 25. Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;1;0)$ và nhận $\vec{u} = (-1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương, có phương trình chính tắc $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Chọn đáp án B

Câu 26. Ta có $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cdot \mathrm{e}^{2x}\Big|_0^{\ln 2} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ được xác định bởi công thức $S = \displaystyle\int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Đường thẳng d cắt d_1 tại $M(3-t;3-2t;-2+t)$.

Đường thẳng d cắt d_2 tại $N(5-3s;-1+2s;2+s)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2-3s+t;-4+2s+2t;4+s-t)$.

Vì d song song Δ nên d cũng có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;3)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\vec{u}$, suy ra

$$\frac{2-3s+t}{1} = \frac{-4+2s+2t}{2} = \frac{4+s-t}{3}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-6s+2t = -4+2s+2t \\ -12+6s+6t = 8+2s-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = 2. \end{cases}$$

Do đó đường thẳng d qua $M(1;-1;0)$ và nhận $\vec{u} = (1;2;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 29. Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3-2i$.

Chọn đáp án C

Câu 30. Điều kiện: $n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned}
& 2^{n-4}\left(\mathrm{C}_n^{n-2}-\mathrm{C}_{n-2}^1-n\right)=\mathrm{C}_{n-1}^{n-2} \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-4}\left(\frac{n!}{(n-2)!2!}-\frac{(n-2)!}{1!(n-3)!}-n\right)=\frac{(n-1)!}{(n-3)!1!} \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-4}\left(\frac{1}{2}n(n-1)-(n-2)-n\right)=n-1 \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-4}\left(\frac{1}{2}n^2-\frac{5}{2}n+2\right)=n-1 \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-5}\left(n^2-5n+4\right)=n-1 \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-5}(n-1)(n-4)=n-1 \\
\Leftrightarrow\ & 2^{n-5}(n-4)=1 \Leftrightarrow n=5.
\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{2}{x}\right)^{3n}$ là

$$\mathrm{C}_{15}^k\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^{15-k}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^k=\mathrm{C}_{15}^k\cdot 2^k\cdot x^{\frac{30-2k}{3}-k}=\mathrm{C}_{15}^k\cdot 2^k\cdot x^{\frac{30-5k}{3}}(k\in\mathbb{N},k\leq 15).$$

Hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ có k thỏa mãn $\dfrac{30-5k}{3}=\dfrac{5}{3}\Leftrightarrow 30-5k=5\Leftrightarrow k=5.$

Vậy hệ số cần tìm là $a=\mathrm{C}_{15}^5 2^5=96096$.

Chọn đáp án A

Câu 31. $M(0;0;m)$ thuộc trục Oz.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1;-\sqrt{3};m)$, $\overrightarrow{AB}=(2;0;0)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-\sqrt{3};\sqrt{3})$.

$\Rightarrow \vec{n}_1=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-2\sqrt{3};-2\sqrt{3})$, $\vec{n}_2=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]=(0;-2m;-2\sqrt{3})$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1$, mặt phẳng (MAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2$.

Hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\vec{n}_1\perp\vec{n}_2\Leftrightarrow 0\cdot 0+(-2\sqrt{3})\cdot(-2m)+(-2\sqrt{3})\cdot(-2\sqrt{3})=0\Leftrightarrow m=-\sqrt{3}.$$

Mặt phẳng (OAB) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(0;0;-2\sqrt{3})$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB). Khi đó

$$\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n}_2,\vec{n}_3\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_2\cdot\vec{n}_3\right|}{\left|\vec{n}_2\right|\cdot\left|\vec{n}_3\right|}=\frac{12}{2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB) là 45°.

Chọn đáp án C

Câu 32.

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\dfrac{1}{\overline{z}}}=i\Leftrightarrow\frac{(|z|-1)(1+iz)\overline{z}}{z\overline{z}-1}=i\quad(|z|\neq 1)$$

$$\Leftrightarrow\quad\frac{(|z|-1)(1+iz)\overline{z}}{|z|^2-1}=i\Leftrightarrow\frac{(1+iz)\overline{z}}{|z|+1}=i$$

$$\Leftrightarrow\quad\overline{z}+i|z|^2=i(|z|+1)\Leftrightarrow a-bi+(a^2+b^2)i=i(\sqrt{a^2+b^2}+1)$$

$$\Leftrightarrow\quad a+(-b+a^2+b^2)i=i(\sqrt{a^2+b^2}+1)\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b^2-b=|b|+1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}b<0\\ b=\pm1\end{cases}\text{(loại)}\\ \begin{cases}b>0\\ b^2-2b-1=0\end{cases}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ \left[\begin{array}{ll}b=1+\sqrt{2} & \text{(nhận)}\\ b=1-\sqrt{2} & \text{(loại).}\end{array}\right.\end{cases}$$

Vậy $P=a+b=1+\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 33. Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ với $a,b,c\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, $a\neq 0$, $d\in\{0;2;4;6;8\}$.

- Trường hợp 1: $d=0$ có $\mathrm{A}_9^3=504$ số.
- Trường hợp 2: $d\in\{2;4;6;8\}$ có $4\cdot 8\cdot \mathrm{A}_8^2=1792$ số.

Khi đó không gian mẫu A có $504+1792=2296$ phần tử. Ta tìm số lượng số lấy từ tập A sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó như sau:

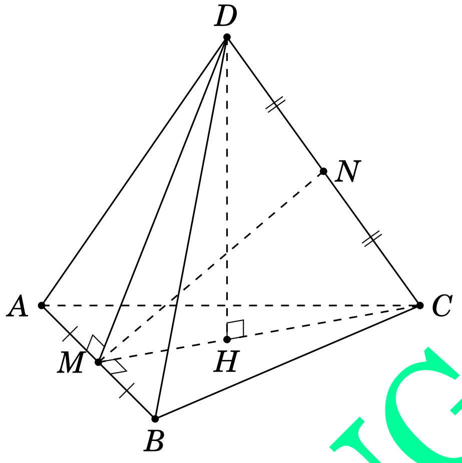
- $d=4$ có 1 số.
- $d=6$ có $\mathrm{C}_5^3=10$ số.
- $d=8$ có $\mathrm{C}_7^3=35$ số.

Khi đó xác suất cần tìm là $\dfrac{1+10+35}{2296}=\dfrac{23}{1148}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 34.

Gọi M là trung điểm AB, N là trung điểm CD.



Kẻ $DH \perp CM$ tại H.

Ta có

- $\begin{cases} AB \perp DM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DCM) \Rightarrow AB \perp DH.$
- $\begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp CM \end{cases} \Rightarrow DH \perp (ABC) \Rightarrow DH = h.$

Tính:

- $CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4 - \dfrac{x^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{16 - x^2}}{2}.$
- $MN = \sqrt{CM^2 - NC^2} = \sqrt{4 - \dfrac{x^2}{4} - 1} = \dfrac{\sqrt{12 - x^2}}{2}.$
- $MN \cdot CD = DH \cdot CM \Rightarrow h = DH = \dfrac{MN \cdot CD}{CM} = \dfrac{\dfrac{\sqrt{12 - x^2}}{2} \cdot 2}{\dfrac{\sqrt{16 - x^2}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}}.$
- $S = S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot CM = \dfrac{1}{2} \cdot x \cdot \dfrac{\sqrt{16 - x^2}}{2} = \dfrac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4}.$
- $V = \dfrac{1}{3} \cdot S \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4} \cdot \dfrac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}} = \dfrac{1}{6} \cdot x \cdot \sqrt{12 - x^2}.$

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ cho hai số dương x^2 và $12 - x^2$, ta có

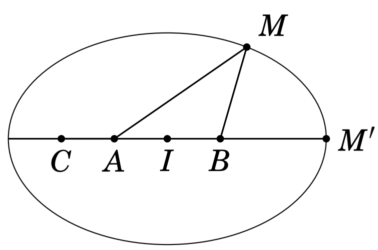
$$x^2 + (12 - x^2) \geq 2 \cdot \sqrt{x^2(12 - x^2)} \Leftrightarrow 12 \geq 2x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{1}{6} x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow V \leq 1.$$

Dấu "$=$" xảy ra khi $x^2 = 12 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$. Vậy V đạt giá trị lớn nhất khi $x = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án A

Câu 35.

Ta có $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{5}$ với $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$, $A(1; 1)$ biểu diễn số phức $1 + i$, $B(-1; -3)$ biểu diễn số phức $-1 - 3i$.



Khi đó điểm M nằm trên elip tâm I có độ dài trục lớn $6\sqrt{5}$ và A, B là hai tiêu điểm.

- $|z - 2 - 3i| = MC$ với $C(2; 3)$ biểu diễn số phức $2 + 3i$.
- $\overrightarrow{AB} = (-2; -4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}.$
- $\overrightarrow{AC} = (1; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{5}.$

- Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng và $AB = 2AC$.

Gọi M' là điểm nằm trên elip sao cho A, B, M' thẳng hàng và M' khác phía A so với B.

Ta có $BM' = \dfrac{6\sqrt{5} - AB}{2} = 2\sqrt{5}$.

Ta thấy $MC \le M'C$ với mọi điểm M nằm trên elip.

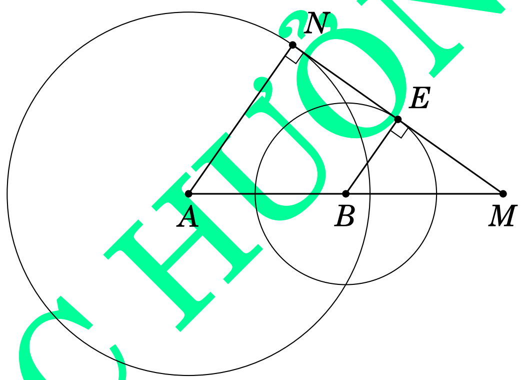
Do đó MC lớn nhất khi và chỉ khi $M \equiv M'$.

Khi đó $MC = M'C = CA + AB + BM' = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A

Câu 36.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{2}\right) \Rightarrow AB = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} < 3$ nên B nằm bên trong mặt cầu (S_1). Một mặt phẳng qua A và B cắt hai mặt cầu theo hai đường tròn giao tuyến như hình bên.



Kẻ tiếp tuyến chung của hai đường tròn, tiếp tuyến này sẽ cắt đường thẳng AB tại M. Gọi N, E lần lượt là tiếp điểm với hai đường tròn như hình vẽ.

Tam giác ANM đồng dạng tam giác BEM nên $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AN}{BE} = 2$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow M(2;1;2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Khi đó (P) sẽ luôn đi qua M.

Gọi $\vec{n} = (m;n;p)$ với $m^2 + n^2 + p^2 \ne 0$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Phương trình (P): $m(x-2) + n(y-1) + p(z-2) = 0$.

Ta có:

- $\overrightarrow{CD} = (4;2;-4)$.

- $CD \parallel (P) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow 4m + 2n - 4p = 0 \Rightarrow n = 2p - 2m$.

- $\mathrm{d}(A,(P)) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|-m + n - 5p|}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3m - 3p| = 3\sqrt{m^2 + (2p - 2m)^2 + p^2}$

  $\Leftrightarrow 4m^2 - 10mp + 4p^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{p} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{m}{p} = 2. \end{array}\right.$

- Trường hợp $\dfrac{m}{p} = \dfrac{1}{2}$: chọn $m = 1$, $p = 2 \Rightarrow n = 2$.
  Khi đó (P): $x + 2y + 2z - 8 = 0$ (nhận).

- Trường hợp $\dfrac{m}{p} = 2$: chọn $m = 2$, $p = 1 \Rightarrow n = -2$.
  Khi đó (P): $2x - 2y + z - 4 = 0$ (loại vì chứa C, D).

Chọn đáp án D

Câu 37. Ta có

$$\begin{aligned}
&\frac{[f(x)]^2[f'(x)]^2}{e^{2x}} = 1+[f(x)]^2\\
\Rightarrow\ &\frac{f(x)f'(x)}{e^x} = \sqrt{1+[f(x)]^2}\\
\Rightarrow\ &\frac{f(x)f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} = e^x\\
\Rightarrow\ &I = \int\limits_0^1 \frac{f(x)f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}}\,dx = \int\limits_0^1 e^x\,dx = e-1.
\end{aligned}$$

Đặt $t=\sqrt{1+[f(x)]^2} \Rightarrow t^2 = 1+[f(x)]^2 \Rightarrow t\,dt = f(x)f'(x)\,dx$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=\sqrt{2}=t_1$; $x=1 \Rightarrow t=\sqrt{1+[f(1)]^2}=t_2$.

Khi đó $I = \int\limits_{t_1}^{t_2} \frac{t\,dt}{t} = t\big|_{t_1}^{t_2} = \sqrt{1+[f(1)]^2}-\sqrt{2}$.

Do đó $\sqrt{1+[f(1)]^2}-\sqrt{2} = e-1 \Leftrightarrow f(1)=\sqrt{(e-1+\sqrt{2})^2-1} \simeq 2{,}96$.

Vậy $\frac{5}{2} < f(1) < 3$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int\limits_0^1\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx+\int\limits_1^2\left(1-\frac{x^2}{4}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{12}\right)\bigg|_0^1+\left(x-\frac{x^3}{12}\right)\bigg|_1^2=\frac{5}{6}.$$

Khi đó $a=5$, $b=6$. Vậy $b-a=1$.

Chọn đáp án D

Câu 39. Đặt $t=2^x$, $(t>0)$. Phương trình trở thành $t^2-2mt+2m+3=0 \quad (*)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta' \ge 0\\ P>0\\ S>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m-3\ge 0\\ 2m+3>0\\ 2m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m\le -1\\ m\ge 3\end{array}\right.\\ m>-\frac{3}{2}\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3.$$

Khi đó $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=t_1\\ t=t_2.\end{array}\right.$

Và $t_1=2^{x_1} \Leftrightarrow x_1=\log_2 t_1$; $t_2=2^{x_2}\Leftrightarrow x_2=\log_2 t_2$.

Ta có

$$\begin{aligned}
&x_1+x_2=4 \Leftrightarrow \log_2 t_1+\log_2 t_2 = 4\\
\Leftrightarrow\ &\log_2(t_1\cdot t_2)=4 \Leftrightarrow t_1\cdot t_2=16\\
\Leftrightarrow\ &2m+3=16 \Leftrightarrow m=\frac{13}{2} \quad \text{(nhận)}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B)

Câu 40. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại $x=1$, suy ra d có hệ số góc là $f'(1)=0$ (dựa vào đồ thị của $f'(x)$).

Khi đó d có phương trình $y=f'(1)(x-1)+f(1) \Leftrightarrow y=f(1)$.

Dựa vào đồ thị của $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm $A(a;f(1))$, $B(b;f(1))$ với $a<-1<3<b$.

Suy ra $a+1<0<b-3$ nên $\begin{cases} a-b<-4 \\ b-a>4. \end{cases}$

Đồng thời $a<-1<3<b \Rightarrow \begin{cases} a^2>1 \\ b^2>9 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2>10.$

Chọn đáp án (C)

Câu 41. Dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}+4u_n=4-5n \quad (*) \end{cases} (n\ge 1).$

Đặt $u_{n+1}=v_{n+1}-n \Rightarrow \begin{cases} u_1=v_1=2 \\ u_n=v_n-(n-1). \end{cases}$

Thay vào $(*)$ ta được

$$v_{n+1}-n+4v_n-4(n-1)=4-5n \Rightarrow v_{n+1}+4v_n=0 \Rightarrow v_{n+1}=-4v_n.$$

Ta có

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \\ v_2 &= (-4)\cdot v_1=(-4)\cdot 2 \\ v_3 &= (-4)\cdot v_2=(-4)^2\cdot 2 \\ &\dots \\ v_{n+1} &= (-4)^n\cdot 2. \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1}=v_{n+1}-n=(-4)^n\cdot 2-n$.

Khi đó $\begin{cases} u_{2018}=(-4)^{2017}\cdot 2-2017 \\ u_{2017}=(-4)^{2016}\cdot 2-2016 \end{cases}.$

Vậy

$$\begin{aligned} u_{2018} - 2u_{2017} &= -8\cdot(-4)^{2016} - 2017 - 4\cdot(-4)^{2016} + 2\cdot 2016 \\ &= 2015 - 12\cdot(-4)^{2016} \\ &= 2015 - 3\cdot 4^{2017}. \end{aligned}$$

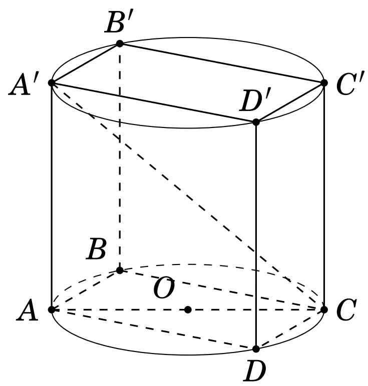
Chọn đáp án (A)

Câu 42.

$$\begin{aligned} I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3(\sin x + \cos x) + 2(\sin x - \cos x)}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(3 + \frac{2(\sin x - \cos x)}{\sin x + \cos x}\right)\mathrm{d}x \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} 3\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{-2(\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{3\pi}{4} + J. \end{aligned}$$

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = (\cos x - \sin x)\mathrm{d}x$.
Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$, $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \sqrt{2}$.
Khi đó $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{-2(\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{-2\,\mathrm{d}t}{t} = -2\ln|t|\Big|_1^{\sqrt{2}} = -\ln 2 = \ln\frac{1}{2}$.
Suy ra $I = \frac{3\pi}{4} - \ln 2$. Mà $I = a\pi + \ln b$ nên $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{1}{2}$.
Vậy $S = a + b = \frac{5}{4}$.
Chọn đáp án (A)

Câu 43.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.
Ta có $A'C = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = AB\sqrt{3} \Rightarrow 3 = AB\sqrt{3}$
$\Rightarrow AB = \sqrt{3}$.
Hình trụ có độ dài đường sinh là $l = AA' = AB = \sqrt{3}$, bán kính đáy là $r = OA = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 3\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án (C)

Câu 44. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;4]$.

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\dfrac{1}{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x+1}\right)-\left(2\sqrt{x}+m\right)\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}\\
&= \frac{2(x+1)-\left(2\sqrt{x}+m\right)\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}\sqrt{x}(x+1)}\\
&= \frac{2-2m\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}\sqrt{x}(x+1)}.
\end{aligned}
$$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\dfrac{1}{m} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{m^2}$.

Vì $m>1$ nên $\dfrac{1}{m^2}<1<4$.

x	0		$\dfrac{1}{m^2}$		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f\left(\dfrac{1}{m^2}\right)$	$\searrow$	$f(4)$

Khi đó

$$
\begin{aligned}
&\max_{[0;4]} f(x)=f\left(\frac{1}{m^2}\right)<3 \Leftrightarrow \frac{\dfrac{2}{m}+m}{\sqrt{\dfrac{1}{m^2}+1}}<3\\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{m}+m<3\sqrt{\frac{1}{m^2}+1} \Leftrightarrow \frac{4}{m^2}+m^2+4<9\left(\frac{1}{m^2}+1\right)\\
\Leftrightarrow\ & m^4-5m^2-5<0 \Leftrightarrow \frac{5-3\sqrt{5}}{2}<m^2<\frac{5+3\sqrt{5}}{2}.
\end{aligned}
$$

Mà m là số nguyên dương lớn hơn 1 nên $m=2$.

Vậy tập S chỉ có 1 phần tử.

Chọn đáp án A

Câu 45. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a+c=2b$.

Ta có

$$\begin{aligned}
a+c=2b &\Leftrightarrow 2R\sin A+2R\sin C=4R\sin B \Leftrightarrow \sin A+\sin C=2\sin B\\
&\Leftrightarrow 2\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2}=4\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{A-C}{2}=2\sin\frac{B}{2}\\
&\Leftrightarrow \cos\frac{A}{2}\cos\frac{C}{2}+\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}=2\cos\frac{A+C}{2}\\
&\Leftrightarrow \cos\frac{A}{2}\cos\frac{C}{2}+\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}=2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{C}{2}-2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}\\
&\Leftrightarrow 3\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}=\cos\frac{A}{2}\cos\frac{C}{2}\\
&\Leftrightarrow \tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}=\frac{1}{3}.
\end{aligned}$$

Vậy $x+y=4$.

Chọn đáp án B

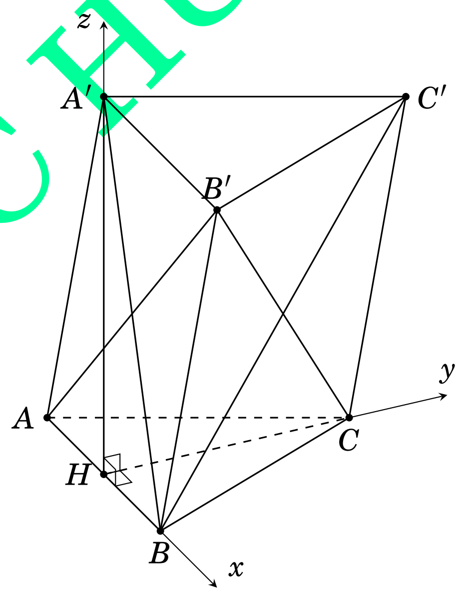
Câu 46.

$A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=a.$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Không mất tính tổng quát có thể giả sử $a=1$.

Ta có $H(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $A(-1;0;0)$, $A'(0;0;1)$, $B'(2;0;1)$, $C'(1;\sqrt{3};1)$.



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BA'C')$.

- $\overrightarrow{AB'}=(3;0;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;\sqrt{3};0)$
  $\Rightarrow \vec{n}_1=\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC}\right]=(-\sqrt{3};1;3\sqrt{3})$.
- $\overrightarrow{A'B}=(1;0;-1)$, $\overrightarrow{A'C'}=(1;\sqrt{3};0)$
  $\Rightarrow \vec{n}_2=\left[\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'C'}\right]=(\sqrt{3};-1;\sqrt{3})$.
- $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n}_1,\vec{n}_2\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|\cdot\left|\vec{n}_2\right|}=\dfrac{5}{\sqrt{31}\cdot\sqrt{7}}$.
  $\Rightarrow \sin\varphi=\dfrac{8\sqrt{3}}{\sqrt{217}}$.

Chọn đáp án C

Câu 47. Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Mặt phẳng (P): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Điểm $M(4;1;1)\in(P)$ nên $\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Ta có $OA+OB+OC=a+b+c$.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-xcốp-ki, ta được

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}+\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b}+\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}\cdot\sqrt{c}\right)^2 &\le \left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c)\\
\Leftrightarrow 16 &\le a+b+c.
\end{aligned}$$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{\sqrt{4}}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\ b=4\\ c=4.\end{cases}$

Khi đó (P): $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4}=1$.

- Thay tọa độ $(2;0;2)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{0}{4}+\dfrac{2}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(2;2;0)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{2}{4}+\dfrac{0}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(2;1;1)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{2}{8}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\neq 1$.
- Thay tọa độ $(0;2;2)$ vào phương trình (P) ta được $\dfrac{0}{8}+\dfrac{2}{4}+\dfrac{2}{4}=1$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm có tọa độ $(0;2;2)$.

Chọn đáp án D

Câu 48. Ta có $J=\displaystyle\int_0^2 x(f'(x)-1)\,\mathrm{d}x=\int_0^2 x(f'(x))\,\mathrm{d}x-\int_0^2 x\,\mathrm{d}x=\int_0^2 x(f'(x))\,\mathrm{d}x-\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^2=K-2$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x).\end{cases}$

Khi đó $K=\displaystyle\int_0^2 x(f'(x))\,\mathrm{d}x=xf(x)|_0^2-\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2f(2)-I$.

Suy ra $I=2f(2)-K=2f(2)-(J+2)=2f(2)-2f(2)-2=-2$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Xét hàm số $y=f(x)=x^4+x^3-\dfrac{1}{2}x^2+m$ có đồ thị (C).

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3+3x^2-x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{1}{4}\\ x=-1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}+m$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$-\frac{3}{256}+m$	$\nearrow$	$+\infty$

- Trường hợp $0 < m \le 5$, m nguyên: Đồ thị (C) nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + m\right|$ bằng số điểm cực trị của (C) tức là 3 điểm cực trị (loại).

- Trường hợp $m = 0$: Đồ thị (C) cắt trục Ox tại 3 điểm và đồ thị (C) có 2 điểm cực trị nằm phía dưới trục Ox, không có điểm cực trị nào nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + m\right|$ là $3 + 2 = 5$ (nhận).

- Trường hợp $-5 \le m < 0$, m nguyên: Đồ thị (C) cắt trục Ox tại 2 điểm và đồ thị (C) có 3 điểm cực trị nằm phía dưới trục Ox, không có điểm cực trị nào nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + m\right|$ là $2 + 3 = 5$ (nhận).

Do đó $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa đề.

Chọn đáp án (B)

Câu 50. Ta có

- $y = f(x^2 + x)$.

- $y' = (x^2 + x)' f'(x^2 + x) = (2x + 1) f'(x^2 + x)$.

- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -\dfrac{1}{2} & \\ x^2 + x = -1 & \text{(vô nghiệm)} \\ x^2 + x = 1 & \\ x^2 + x = 4 & \end{array}\right. \Leftrightarrow y' = 0 \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \dfrac{-1 - \sqrt{17}}{2}. \end{array}\right.$

Nhận xét: Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt, ta có thể ký hiệu theo thứ tự tăng dần là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.

Khi đó bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + x)$ có 2 điểm cực đại.

Chọn đáp án (B)