GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 040

(*Đề thi có 7 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

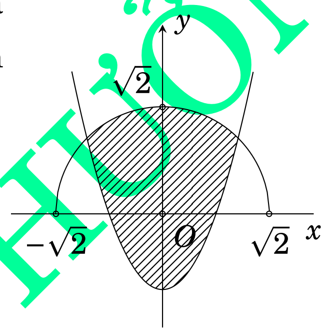
(Đề thi thử THPT QG 2018 lần 1, Trường THPT Hoàng Mai, Nghệ An)

Mã đề thi 040

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2}$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng



A. $\dfrac{3\pi - 2}{6}$. **B.** $\dfrac{3\pi + 10}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi + 2}{6}$. **D.** $\dfrac{3\pi + 10}{6}$.

Câu 2. Biết $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3\,dx}{\sqrt{x^2+1} - 1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $P = a + b + c$ là

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 2.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u} = (2;1;0)$. **C.** $\vec{u} = (-1;2;0)$. **D.** $\vec{u} = (-1;2;1)$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - (m+1)\dfrac{x^2}{2} + (m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Phương trình $(1 + \cos 4x)\sin 2x = 3\cos^2 2x$ có tổng số nghiệm trong đoạn $[0;\pi]$ là

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 6. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn một nhóm trực nhật gồm 2 học sinh từ tổ đó là

A. 10^2. **B.** A_{10}^8. **C.** C_{10}^2. **D.** A_{10}^2.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (Q): $2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có phương trình là

A. $2x + 3y + 4z - 14 = 0$. **B.** $2x - 3y - 4z + 6 = 0$.

C. $2x + 3y - 4z - 4 = 0$. **D.** $2x + 3y - 4z + 4 = 0$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC. Biết tam giác SBC đều, góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 9. Trên đồ thị (C): $y=\dfrac{x-1}{x-2}$, số điểm M mà tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $d: x+y=1$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=b$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^2b}{3}$. **B.** $\dfrac{a^2b}{12}$. **C.** $\dfrac{a^2b}{4}$. **D.** $\dfrac{ab^2}{12}$.

Câu 11. Giá trị tích phân $\displaystyle\int_0^1 \frac{x+4}{x+3}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\dfrac{5}{3}$. **B.** $1+\ln\dfrac{4}{3}$. **C.** $\ln\dfrac{3}{5}$. **D.** $1-\ln\dfrac{3}{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-3;-1;-1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(a;b;c)$. Khi đó giá trị của $2a+b+c$ là

A. -5. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ có đồ thị là (C). Giả sử (C) cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 với $x_1<x_2<x_3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$. **B.** $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

C. $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $1<x_1<3<x_2<4<x_3$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+2x$ là

A. $2\ln|x|+x^2+C$. **B.** $\ln|x|+2x^2+C$. **C.** $\ln|x|+x^2+C$. **D.** $\ln|x^2|+2x+C$.

Câu 15. Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ba năm người đó được lĩnh số tiền (cả gốc lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

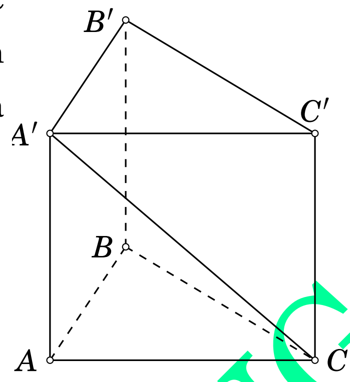
A. 238.810.000 đồng. **B.** 238.811.000 đồng. **C.** 238.203.000 đồng. **D.** 238.204.000 đồng.

Câu 16. Để $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2}=\frac{1}{2}$ thì giá trị m thuộc tập hợp nào?

A. $[3;6]$. **B.** $[-3;0]$. **C.** $[-6;-3]$. **D.** $[1;3]$.

Câu 17.

Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.



A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{333}}{36}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{333}}{6}$.

C. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{111}}{6}$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{111}}{36}$.

Câu 18. Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \dfrac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$ là

A. 112640. **B.** 112643. **C.** -112640. **D.** -112643.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ là

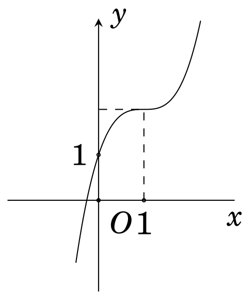
A. 0. **B.** Không tồn tại. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 20.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$.



Câu 21. Tích phân $\displaystyle\int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 2)}$ bằng

A. $\ln 2$. **B.** $\ln\dfrac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $\ln 3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$ ↗		-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $(0;5)$. **B.** $(5;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Giá trị của m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $-3 \geq m \geq 2$. **B.** $-3<m<2$. **C.** $-4 \geq m \geq 2$. **D.** $-4<m<2$.

Câu 25. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

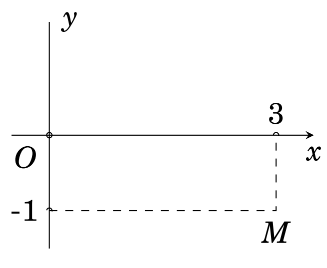
A. $\log_a b \log_b a = 1$. **B.** $\log_{a^2} b^3 = \frac{2}{3}\log_a b$. **C.** $\log_a a^2 b = 2+\log_a b$. **D.** $\log_a \frac{b}{a} = \log_a b - 1$.

Câu 26.

Điểm M trong hình là điểm biểu diễn số phức nào?

A. $z=(1+2i)(1-i)$. **B.** $2z-6=(1-i)^2$.

C. $z=\frac{1+i}{1-i}$. **D.** $z=(1+i)(2-3i)$.

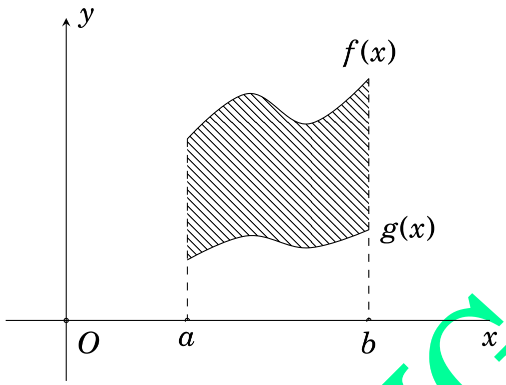


Câu 27. Giá trị $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2+x}{x^2-1}$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28.

Công thức nào sau đây để tính diện tích hình phẳng S (phần tô đậm trong hình vẽ)



A. $S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x\right|-\left|\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

D. $S=\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x-\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 29. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. 6. **B.** $\frac{65}{3}$. **C.** $\frac{52}{3}$. **D.** 20.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x-2y-4z+6=0$. **B.** $x+2y-4z+1=0$. **C.** $x+y+2z-5=0$. **D.** $x+2y-4z+6=0$.

Câu 31. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{x^3+2x^2-1}{x}$. **B.** $y=\frac{2}{x-2}$. **C.** $y=\frac{x^2+3x+2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x^3-1}{x+1}$.

Câu 32. Tìm m để phương trình $4^x-2^{x+3}+3=m$ có đúng hai nghiệm $x\in(1;3)$?

A. $-9<m<3$. **B.** $3<m<9$. **C.** $-13<m<-9$. **D.** $-13<m<3$.

Câu 33. Cho hình nón có chiều cao $h=a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là

A. $3\pi a^2$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi(1+\sqrt{2})a^2$. **D.** πa^2.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}<8$ là

A. $S=(-1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|z+2|+2|z-2|$

A. $\max T=5\sqrt{2}$. **B.** $\max T=2\sqrt{10}$. **C.** $\max T=3\sqrt{5}$. **D.** $\max T=2\sqrt{5}$.

Câu 36. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1+\log u_1-6=0$ và $u_{n+1}=u_n+5\ \forall n\geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n<500$.

A. 80. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 82.

Câu 37. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm CD, H là điểm đối xứng với O qua SM. Thể tích khối đa diện $ABCDSH$ bằng

A. $\dfrac{5a^3\sqrt{10}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{12}$.

Câu 38. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$ và $SA = SB = SD$ với D là trung điểm BC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{3a}{4}$. Tính cos góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{11}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{\sqrt{65}}{13}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{33}$.

Câu 39. Giá trị m để phương trình $\cos 2x-(2m+1)\cos x+m+1=0$ có nghiệm $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$ là

A. $0\le m<1$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $-1\le m<0$.

Câu 40. Có 10 học sinh lớp A, 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bàn ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{10!}{18!}$. **B.** $\dfrac{9!A_{10}^8}{17!}$. **C.** $\dfrac{7!}{17!}$. **D.** $\dfrac{10!A_{11}^8}{18!}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $x+2y+3z-14=0$. **B.** $3x+2y+z-10=0$.

C. $6x+3y+2z-18=0$. **D.** $6x-3y+2z-6=0$.

Câu 42. Một hộp đựng 20 quả cầu trong đó có 6 quả cầu màu trắng, 4 quả cầu màu xanh và 10 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu được chọn có đủ 3 màu là

A. $\dfrac{3}{20}$. **B.** $\dfrac{24}{19}$. **C.** $\dfrac{2}{57}$. **D.** $\dfrac{4}{19}$.

Câu 43. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}=(3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $x+y+2=0$. **B.** $x-y+2=0$. **C.** $3x+3y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 44. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{4\sin x+m}+\sin x=\sqrt[3]{\sin^3 x+4\sin x+m-8}+2$ có nghiệm thực?

A. 18. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$ có $f'(x)=\dfrac{2x-5}{x^2-5x+4}$ thỏa mãn $f(0)=1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $1-\ln 2$. **B.** 2. **C.** $1+3\ln 2$. **D.** $-1+3\ln 2$.

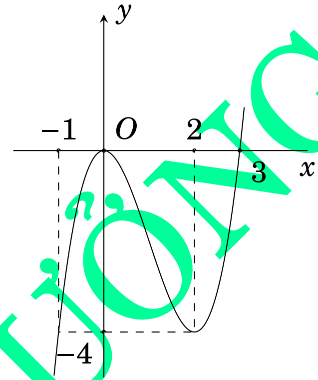
Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Độ dài đoạn $A'G$ là

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 47.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(2+\mathrm{e}^x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-2;1)$.



Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$. Giá trị $I=\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ là

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-2$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x^2-4x+3|+4mx$ lớn hơn 2. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 50. Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Trên đường tròn đáy, lấy điểm A cố định và điểm M di chuyển. Có bao nhiêu vị trí của điểm M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?

A. 3. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 2.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** C	**11** B	**16** C	**21** B	**26** B	**31** C	**36** B	**41** A	**46** C
2 C	**7** D	**12** C	**17** A	**22** C	**27** C	**32** C	**37** A	**42** D	**47** B
3 A	**8** A	**13** A	**18** C	**23** A	**28** A	**33** A	**38** C	**43** D	**48** C
4 C	**9** C	**14** C	**19** C	**24** B	**29** D	**34** D	**39** D	**44** A	**49** C
5 C	**10** A	**15** C	**20** B	**25** B	**30** A	**35** A	**40** B	**45** A	**50** D

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là

$$2x^2-1=\sqrt{2-x^2}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}(2x^2-1)^2=2-x^2\\ 2x^2-1\ge 0\\ 2-x^2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x^4-3x^2-1=0\\ \frac{1}{2}\le x^2\le x^2\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1.$$

Khi đó diện tích của hình (H) là

$$S_H=\int_{-1}^{1}|2x^2-1-\sqrt{2-x^2}|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}(-(2x^2-1)+\sqrt{2-x^2})\,\mathrm{d}x$$
$$=-\int_{-1}^{1}(2x^2-1)\,\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}\sqrt{2-x^2}\,\mathrm{d}x$$
$$=-\left(\frac{2}{3}x^3-x\right)\Big|_{-1}^{1}+\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}2\cos t\cdot\cos t\,\mathrm{d}t\ \ (\text{Đổi biến } x=\sqrt{2}\sin t)$$
$$=\frac{2}{3}+\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}(\cos(2t)+1)\,\mathrm{d}t=\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}\sin(2t)+t\right)\Big|_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=\frac{3\pi+10}{6}.$$

Chọn đáp án D

Câu 2.

$$\text{Ta có: } a\sqrt{5}+b\sqrt{2}+c=\int_{1}^{2}\frac{x^3\,\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

$$
\begin{aligned}
&= \int_1^2 \frac{x^3(\sqrt{x^2}+1)\,\mathrm{d}x}{x^2+1-1}\\
&= \int_1^2 x(\sqrt{x^2+1}+1)\,\mathrm{d}x\\
&= \int_1^2 (\sqrt{x^2+1})^2\,\mathrm{d}(\sqrt{x^2+1}) + \int_1^2 x\,\mathrm{d}x\\
&= \left.\frac{(\sqrt{x^2+1})^3}{3}\right|_1^2 + \left.\frac{x^2}{2}\right|_1^2\\
&= \frac{5\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{3} + \frac{3}{2}.
\end{aligned}
$$

Do đó $a=\frac{5}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$ và $c=\frac{3}{2}$ hay $P=\frac{5}{2}$.
Chọn đáp án C

Câu 3. Do đường thẳng d đi qua hai điểm A, B nên nếu $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d thì $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}=(-4;2;2)$.
Chọn đáp án A

Câu 4. Ta có: $y' = x^2-(m+1)x+(m+1)$.
Do tam thức bậc 2 luôn có hữu hạn nghiệm nên để hàm số đồng biến trên đoạn $(1;+\infty)$ thì

$$
\begin{aligned}
& y' \geq 0\ \forall x \in (1;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-(m+1)x+(m+1) \geq 0\ \forall x \in (1;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & x^2 \geq (m+1)(x-1)\ \forall x \in (1;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & x+\frac{1}{x-1} \geq m\ \forall x \in (1;+\infty).
\end{aligned}
$$

Xét hàm số $g(x)=x+\frac{1}{x-1}$ trên $(1;+\infty)$, ta có:
$g'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2}$.
$g'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=1 \Leftrightarrow x=2$.
Bảng biến thiên:

x	1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $m \leq 3$ hay có 3 giá trị nguyên dương của m.
Chọn đáp án C

Câu 5. Ta có:

$$(1+\cos 4x)\sin 2x = 3\cos^2 2x \Leftrightarrow 2\cos^2 2x \sin 2x = 3\cos^2 2x$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin 2x = \dfrac{3}{2}\ \text{(Loại).} \end{array}\right.$$

Do $x \in [0;\pi]$ nên $x \in \left\{\dfrac{\pi}{4};\dfrac{3\pi}{4}\right\}$ nên tổng các nghiệm là π.

Chọn đáp án C

Câu 6. Nhóm học sinh trực nhật gồm 2 em nên ta không cần quan tâm thứ tự.

Do đó số cách chọn nhóm trực nhật gồm hai em học sinh là tổ hợp chập 2 của 10 hay có C_{10}^2 cách.

Chọn đáp án C

Câu 7. Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x+3y-4z-5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}=(2;3;-4)$.

Mà mặt phẳng đó qua $A(1;2;3)$ nên nó có phương trình là

$2(x-1)+3(y-2)-4(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z+4=0$.

Chọn đáp án D

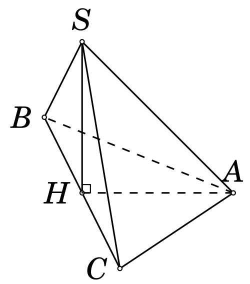
Câu 8.

Gọi H là trung điểm BC, khi đó H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow$ góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAH}$.

Hai tam giác đều ABC và SBC chung cạnh BC có hai trung tuyến ứng với cạnh BC lần lượt là AH, SH nên $SH = AH$ hay tam giác SAH vuông cân tại H.

Vậy $\widehat{SAH} = 45^\circ$.



Chọn đáp án A

Câu 9. Ta có: $y' = \dfrac{-1}{(x-2)^2}$

Giả sử $M(x_0, y_0)$ thuộc đồ thị (C), khi đó thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là

$$y = \frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+y_0.$$

Để tiếp tuyến song song với đường thẳng $d\colon x+y=1$ thì $\dfrac{-1}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Khi $x=1$ thì tiếp tuyến đó là đường thẳng d nên loại. Vậy có một điểm M thỏa mãn.

Chọn đáp án C

Câu 10. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}b \cdot a^2 = \frac{a^2 b}{3}$.
Chọn đáp án (A)

Câu 11. Ta có: $\int_0^1 \frac{x+4}{x+3}\,dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) dx = (x + \ln|x+3|)\Big|_0^1 = 1 + \ln\frac{4}{3}$.
Chọn đáp án (B)

Câu 12. Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$ nên hình chiếu của điểm $A(-3;-1;-1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A'(0;-1;-1)$. Khi đó $2a + b + c = -2$.
Chọn đáp án (C)

Câu 13. Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Để hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì $y_{CĐ} \cdot y_{CT} < 0$, tức là

$$y(1) \cdot y(3) < 0 \Leftrightarrow (m+4)m < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Khi đó với mỗi $i = 1,2,3$ thì

$$-4 < m = -x_i^3 + 6x_i^2 - 9x_i < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i > 0 \\ x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i - 4 < 0. \end{cases}$$

- $x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i > 0 \Leftrightarrow x_i(x_i - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i > 0 \\ x_i \neq 3. \end{cases}$
- $x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i - 4 < 0 \Leftrightarrow (x_i - 4)(x_i - 1)^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i < 4 \\ x_i \neq 1. \end{cases}$

$\Rightarrow 0 < x_i < 4\ \forall i = 1,2,3.$
Hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ $x_1 < x_2 < x_3$; có hai điểm cực trị là 1 và 3 nên $x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3$.
Vậy $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
Chọn đáp án (A)

Câu 14. $\int f(x)\,dx = \int \left(\frac{1}{x} + 2x\right) dx = \int \frac{dx}{x} + \int 2x\,dx = \ln|x| + x^2 + C.$
Chọn đáp án (C)

Câu 15. Do nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo nên sau 1 năm người đó gửi x triệu đồng thì số tiền để tính lãi năm sau là $x + x \cdot 6\% = x(1 + 6\%)$.
$\Rightarrow$ Số tiền người đó nhận được sau 3 năm là: $200000000 \cdot (1 + 6\%)^3 = 238203200$ đồng.
Chọn đáp án (C)

Câu 16. Do $x \to -\infty$ nên coi $x < 0$. Khi đó:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}}{x}+\dfrac{4}{x}}{m-\dfrac{2}{x}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+\dfrac{4}{x}}{m-\dfrac{2}{x}} = \frac{-2}{m}.$$

Vậy $m = -4$.

Chọn đáp án C

Câu 17.

Gọi I, I' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC và $A'B'C'$.

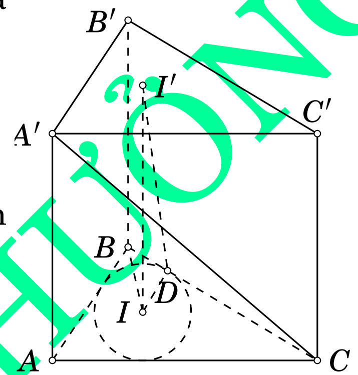
Do tam giác $A'B'C'$ đều nên I' cũng là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của I lên BC. Khi đó:

Hình nón cần tìm S_{xq} có đỉnh là I', đường cao là $h = II'$, bán kính đáy $r = ID$ và đường sinh $l = I'D$.

Do tam giác ABC đều nên $BD = \dfrac{a}{2}$ và $\widehat{IBD} = 30°$,

do đó $r = BD \tan IBD = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.



Ta có: $A'A \perp (ABC)$ nên góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CA}$ hay $\widehat{A'CA} = 60°$

$\Rightarrow h = II' = AA' = AC\tan 60 = a\sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{r^2+h^2} = \dfrac{a\sqrt{111}}{6}$.

Khi đó: $S_{xq} = \pi r l = \dfrac{\pi a^2\sqrt{37}}{12} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{333}}{36}$.

Chọn đáp án A

Câu 18. Ta có: $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \dfrac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2+n-156 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 12 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -13 \text{ (loại).}\end{array}\right.$

Khi đó: $\left(x^3 - \dfrac{2}{x}\right)^n = \left(x^3-\dfrac{2}{x}\right)^{12} = \sum\limits_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k}\cdot(-2\cdot x^{-1})^k = \sum\limits_{k=0}^{12} C_{12}^k(-2)^k\cdot x^{36-4k}$.

Do số hạng không chứa x tức là chứa x mũ 0 nên $36-4k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Khi đó: số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{12}^9\cdot(-2)^9 = -112640$.

Chọn đáp án C

Câu 19. $f'(0) = \lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} \overset{\text{nhân liên hợp}}{=} \lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 20. Ta thấy hàm số đồng biến nên tính trực tiếp y' ta loại trừ các phương án A, C, D cụ thể:

1. Hàm số $y = x^4-3x^2+1$ có $y' = 4x^3-6x^2$ loại do $y'(1) < 0$.

2. Hàm số $y = x^3-3x^2+3x+1$ có $y' = 3x^2-6x+3 = 3(x-1)^2$ nhận.

3. Hàm số $y = -x^3+3x^2+1$ có $y' = -3x^2+6x$ loại do $y'(3) < 0$.

4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x - 3$ loại do $y'(0) < 0$.

Chọn đáp án B

Câu 21. Đặt $t = \ln x + 2 \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{\mathrm{d}x}{x}$.
Đổi cận $x = 1$ thì $t = 2$ và $x = \mathrm{e}$ thì $t = 3$.
$\Rightarrow \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}x}{x(\ln x + 2)} = \int_2^3 \frac{\mathrm{d}t}{t} = \ln|t|\Big|_2^3 = \ln\frac{3}{2}$.
Chọn đáp án B

Câu 22.

1. Sai vì khoảng $(-1;3)$ không nằm trong tập xác định.

2. Sai vì trong khoảng $(2;+\infty)$ thì khoảng $(2;3)$ hàm nghịch biến.

3. Đúng.

4. Sai vì trong khoảng $(-1;0)$ hàm nghịch biến.

Chọn đáp án C

Câu 23. Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $(0;5)$ và đạt cực tiểu tại các điểm $(1;4)$, $(-1;4)$.
Chọn đáp án A

Câu 24. Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $-3 < m < 2$.
Chọn đáp án B

Câu 25. Đáp án **B** sai vì $\log_{a^2} b^3 = \dfrac{3}{2}\log_a b$.
Chọn đáp án B

Câu 26. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - i$, do đó:

1. $z = (1+2i)(1-i) = 3 + i$ loại.

2. $2z - 6 = (1-i)^2 = -2i \Rightarrow z = 3 - i$ thỏa mãn.

3. $z = \dfrac{1+i}{1-i} = \dfrac{(1+i)^2}{2} = i$ loại.

4. $z = (1+i)(2-3i) = 5 - i$ loại.

Chọn đáp án B

Câu 27. Ta có: $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 28. Ta có: $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$.

Trong đoạn $[a;b]$ thì $f(x)>g(x)$ nên $f(x)-g(x)>0\ \forall x\in[a;b]$, do đó

$$S=\int_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án A

Câu 29. $y'=1-\dfrac{4}{x^2}$, $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{x^2}=0\Leftrightarrow x=2$ vì $x\in[1;3]$.

Ta có bảng biến thiên:

x	1		2		3
y'		$-$	0	$+$	
y	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$\dfrac{13}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 4 và 5.

Chọn đáp án D

Câu 30. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(2;4;-8)$.

Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) cùng vuông góc với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$.

Chọn $\vec{n}=(1;2;-4)$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x-2)+2(y+2)-4(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$$

Chọn đáp án A

Câu 31.

1. Hàm số $y=\dfrac{x^3+2x^2-1}{x}$ có tiệm cận đứng $x=0$.
2. Hàm số $y=\dfrac{2}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x=2$.
3. Hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ không có tiệm cận đứng.
4. Hàm số $y=\dfrac{x^3-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$.

Chọn đáp án C

Câu 32. Đặt $t=2^x$ ta có phương trình $t^2-8t+3=m$ với $t\in(2;8)$.

Xét hàm số $f(t)=t^2-8t+3$ trên $(2;8)$, ta có:

$f'(t)=2t-8$; $f'(t)=0\Leftrightarrow 2t-8=0\Leftrightarrow t=4$.

Ta có bảng biến thiên:

t	2		4		8
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-9	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3

Nhìn vào bảng biến thiên thì phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án C

Câu 33. Độ dài đường xiên của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Khi đó, diện tích toàn phần của hình nón là $S_{\text{toàn phần}} = \pi r l + \pi r^2 = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án A

Câu 34. Ta có: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-4} < 8 \Leftrightarrow 2^{x-4} > \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > \log_2 \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > -3 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án D

Câu 35. Giả sử $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó, do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta có: $T = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$\left[\sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2}\right]^2 \leq (1^2 + 2^2)\left[(a+2)^2 + b^2 + (a-2)^2 + b^2\right] = 5\left[2(a^2 + b^2) + 8\right] = 50.$$

Vậy $\max T = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 36. Theo công thức về cấp số cộng thì $u_n = u_1 + 5(n-1)$ $\forall n \geq 2$.

$\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log u_1 = 2 \\ \log u_1 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u_1 = 100 \\ u_1 = \dfrac{1}{1000}. \end{array}\right.$

Để n lớn nhất thỏa mãn $u_n < 500$ thì u_1 phải nhỏ nhất hay $u_1 = \dfrac{1}{1000}$.

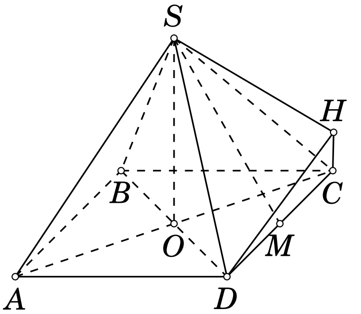
Khi đó: $u_n < 500 \Leftrightarrow \dfrac{1}{1000} + 5(n-1) < 500 \Leftrightarrow n < 101 - \dfrac{1}{5000}$.

Vậy n lớn nhất là 100.

Chọn đáp án B

Câu 37.

Do H,O đối xứng với nhau qua SM nên



$$V_{SHCD} = V_{SOCD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}.$$

Khi đó: $V_{ABCDSH} = V_{S.ABCD} + V_{SHCD} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD}$.

Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

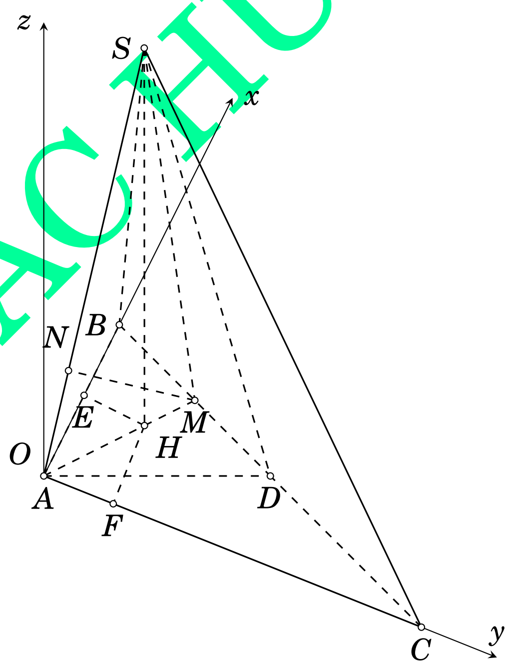
$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Vậy $V_{ABCDSH} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD} = \frac{5a^3\sqrt{10}}{24}$.

Chọn đáp án A

Câu 38.

Do tam giác ABC vuông tại A có D là trung điểm BC và $\widehat{ACB} = 60°$ nên tam giác ABD đều cạnh a và $BC = 2a$, $CA = a\sqrt{3}$.



Dựng $SH \perp (ABC)$ với $H \in (ABC)$.

$\Rightarrow H$ là tâm tam giác đều BAD do $SA = SB = SD$.

Gọi hình chiếu của H lên AB, AC thứ tự là E, F.

Gọi M là trung điểm đoạn BD.

$\Rightarrow AM = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $HE = HM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có: $SH \perp BC$, $AM \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $MN \perp SA$ $(N \in SA)$ thì MN là đường vuông góc chung của SA và BC hay $MN = \frac{3a}{4}$.

$\Rightarrow NA = \sqrt{MA^2 - MN^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác SAM có MN, SH là hai đường cao nên $AH \cdot AM = AN \cdot AS$.

$\Rightarrow AS = \frac{AH \cdot AM}{AN} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a$.

Chọn hệ trục tọa độ với gốc tại A và các trục tọa độ như hình vẽ với tia Ox trùng với tia AB, tia Oy trùng với tia AC và tia Oz vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có hướng theo $\overrightarrow{HS}$. Các đơn vị trên các trục bằng nhau và bằng a.

Khi đó: $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$.

Do $HF = AE = \frac{a}{2}$, $HE = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SH = a$ nên $S\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{6};1\right)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là

$$\overrightarrow{n_1} = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}] = \left(\sqrt{3};0;\frac{-\sqrt{3}}{2}\right).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là

$$\overrightarrow{n_2} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{SC}] = \left(-\sqrt{3}; -1; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right).$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC), ta có:

$$\cos\alpha = |\cos(\overrightarrow{n_1}; \overrightarrow{n_2})| = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|} = \frac{\sqrt{65}}{13}.$$

Chọn đáp án C

Câu 39.

$$\cos 2x - (2m+1)\cos x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m+1)\cos x + m = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - m)(2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow m = \cos x \text{ vì } \cos x < 0 \ \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$$

Xét hàm số $y = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$, ta có:
$y' = -\sin x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi$.
Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y'		$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Nhìn vào bảng biến thiên ta được $-1 \leq m < 0$.
Chọn đáp án D

Câu 40. Để tránh đi các khả năng bị trùng khi ta thực hiện đếm thì ta thực hiện thao tác cố định một học sinh xác định ở lớp A tại 1 vị trí. Bây giờ ta chuyển về bài toán: *Xếp 9 học sinh lớp A và 8 học sinh lớp B thành một hàng dọc với bạn đứng đầu là một bạn C khác 17 bạn trên. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.*
Không gian mẫu là $|\Omega| = 17!$.
Ta cần đếm số cách xếp để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau, tức là giữa hai học sinh lớp B luôn có ít nhất một học sinh lớp A. Do đó ta thực hiện thuật toán để tính số cách xếp như sau:

- Chọn 8 vị trí bất kì trong 10 vị trí để xếp các học sinh lớp B và đánh số từ trái qua phải là $x_1, x_2, \cdots, x_8$. Có C_{10}^{8} cách chọn.

- Thêm vào ngay bên trái các vị trí x_i $i = 2, 3, \cdots, 8$ một vị trí để cho một học sinh của lớp A xếp vào. Có 1 cách thêm.

- Xếp 8 học sinh lớp B vào 8 vị trí $x_1, x_2, \cdots, x_8$. Có 8! cách xếp.
- Xếp 9 học sinh lớp A vào 9 vị trí còn lại. Có 9! cách xếp.

Vậy có $9!\cdot 8!\cdot \mathrm{C}_{10}^{8} = 9!\mathrm{A}_{10}^{8}$ cách xếp thỏa mãn hay xác suất cần tìm là $\dfrac{9!\mathrm{A}_{10}^{8}}{17!}$.
Chọn đáp án B

Câu 41. Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c \in \mathbb{R}^*$ do OA, OB, OC khác 0.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Mà $M \in (P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$, do đó theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$T=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{14}(1^2+2^2+3^2)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq\frac{1}{14}\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^2=\frac{1}{14}.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất nên ta có dấu bằng xảy ra, tức là

$$\begin{cases} x=2y=3z \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=\dfrac{14}{2} \\ c=\dfrac{14}{3}. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+3z-14=0$.
Chọn đáp án A

Câu 42. Có $3!=6$ cách sắp thứ tự lấy 3 quả cầu khác màu mà với mỗi thứ tự thì xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu luôn không đổi và bằng $\dfrac{4}{20}\cdot\dfrac{6}{19}\cdot\dfrac{10}{18}$ nên xác suất cần tìm là

$$6\cdot\frac{4}{20}\cdot\frac{6}{19}\cdot\frac{10}{18}=\frac{4}{19}.$$

Chọn đáp án D

Câu 43. Gọi đường thẳng thu được là d'.
Xét điểm $A(1;1)\in d$.
Gọi B là ảnh của A qua phép đối xứng tâm O và C là ảnh của B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}=(3;2)$. Ta có:

- O là trung điểm AB nên $2x_O = x_A + x_B$ và $2y_O = y_A + y_B$ hay $B(-1;-1)$.
- $\overrightarrow{BC}=\vec{v}$ nên $x_C - x_B = 3$ và $y_C - y_B = 2$ hay $C(2;1)$.

Suy ra $C(2;1)$ thuộc d', mà ảnh của đường thẳng qua phép đối xứng tâm và tịnh tiến là các đường thẳng song song nên $d' \parallel d$ hay d' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1)$.
Vậy phương trình d' là $x+y-3=0$.
Chọn đáp án D

Câu 44. Đặt $a = \sqrt[3]{4\sin x + m}$ và $b = \sqrt[3]{\sin^3 x + 4\sin x + m - 8}$.

Khi đó: $a^3 + \sin^3 x = b^3 + 8$ và

$$\begin{aligned} & a + \sin x = b + 2 \Leftrightarrow (a + \sin x)^3 = (b+2)^3 \\ \Leftrightarrow\; & a^3 + \sin^3 x + 3a\sin x(a + \sin x) = b^3 + 8 + 3\cdot b\cdot 2(b+2) \\ \Leftrightarrow\; & (a + \sin x)(a\sin x - 2b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a + \sin x = 0 \\ a\sin x - 2b = 0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

TH 1. $a + \sin x = 0 \Leftrightarrow m = -\sin^3 x - 4\sin x$.

Do $\sin x \in [-1;1]$ nên $-\sin^3 x - 4\sin x \in [-5;5]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [-5;5]$.

TH 2. $a\sin x - 2b = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x(4\sin x + m) = 8(\sin^3 x + 4\sin x + m - 8)$

$\Leftrightarrow \left(8 - \sin^3 x\right) m = 4\sin^4 x - 8\sin^3 x - 32\sin x + 64 \Leftrightarrow \left(8 - \sin^3 x\right) m = 4(\sin x - 2)\left(\sin^3 - 8\right)$

$\Leftrightarrow m = 8 - 4\sin x$.

Do $\sin x \in [-1;1]$ nên $(8 - 4\sin x) \in [4;12]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [4;12]$.

Từ hai trường hợp ta thu được $m \in [-5;12]$ hay có 18 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án A

Câu 45. Ta có: $f(x) = \displaystyle\int \frac{2x-5}{x^2 - 5x + 4}\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4}\right)\mathrm{d}x = \ln|x-1| + \ln|x-4| + \mathrm{C}$ với $\mathrm{C} \in \mathbb{R}$.

Do $f(0) = 1$ nên $\mathrm{C} = 1 - 2\ln 2$ hay $f(x) = \ln|x-1| + \ln|x-4| + 1 - 2\ln 2$.

Khi đó: $f(2) = 1 - \ln 2$.

Chọn đáp án A

Câu 46.

Do tam giác ABC đều nên G là tâm tam giác ABC.

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó:

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$\Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do $BC \perp AM$ và $BC \perp A'M$ nên $BC \perp (A'AM)$.

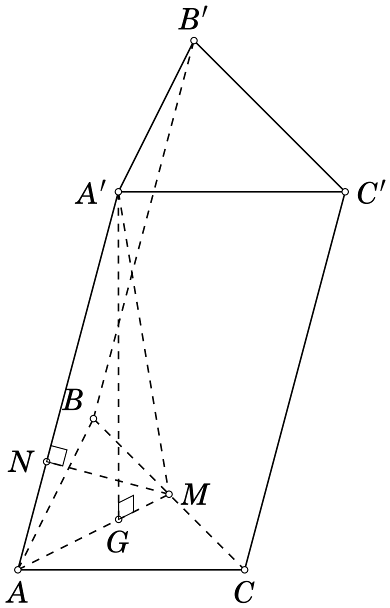
Kẻ $MN \perp A'C$, khi đó MN là đường vuông góc chung của $A'A$ và BC.

$\Rightarrow MN = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \dfrac{3a}{4}$.

Trong tam giác $AA'M$ có hai đường cao $A'G$ và MN nên $AN\cdot$

$AA' = AG\cdot AM$ hay $AA' = \dfrac{AG\cdot AM}{AN} = \dfrac{2a}{3}$.

$\Rightarrow A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \dfrac{a}{3}$.



Chọn đáp án C

Câu 47. $y' = f'(2+e^x) = e^x.f'(t)$ với $t = 2+e^x$.

Do $e^x > 0 \quad \forall x$ nên y' và $f'(t)$ cùng dấu. Vậy để y nghịch biến thì $f(t)$ nghịch biến trên khoảng tương ứng.

Nhìn vào đồ thị ta thấy $f'(t) \le 0 \ \forall t \ge 3$.

Do $2+e^x \le 3 \Leftrightarrow x \le 0$ nên hàm số $y = f(2+e^x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án B

Câu 48. Ta có: $I = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx \overset{-x=t}{=} \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{-\pi}{2}} f(-t)(-dt) = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t)\,dt = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)\,dx$. Do đó:

$$I = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)+f(-x)}{2}\,dx = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{2+2\cos 2x}}{2}\,dx = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{4\cos^2 x}}{2}\,dx = \int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx = \sin x\Big|_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

hay $I = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 49. Để hàm số có giá trị nhỏ nhất lớn hơn 2 thì

$$y > 2 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 + 4mx > 2 & \forall x \in \mathbb{R} \setminus (1;3) \\ -x^2 + 4x - 3 + 4mx > 2 & \forall x \in [1;3]. \end{cases}$$

TH 1. Với $x \in \mathbb{R} \setminus (1;3)$ thì $y > 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 + 4mx > 2 \Leftrightarrow x^2 + 4(m-1)x + 1 > 0$ (1).

Xét parabol $y = x^2 + 4(m-1)x + 1$ với bề lõm hướng lên trên và đỉnh là $x_1 = -2(m-1)$.

Do m nguyên dương nên $-2(m-1) \le 0$ hay $x_1 \in \mathbb{R} \setminus (1;3)$, khi đó để (1) xảy ra thì

$$y(x_1) > 0 \Leftrightarrow 1 - 4(m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m - 1 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}.$$

Mà m nguyên dương nên $m = 1$.

TH 2. Với $x \in [1;3]$ thì $y > 2 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 + 4mx > 2 \Leftrightarrow x^2 - 4(m+1)x + 5 < 0$ (2).

Xét parabol $y = x^2 - 4(m+1)x + 5$ có bề lõm hướng lên trên và đỉnh là $x_1 = 2(m+1)$.

Do m nguyên dương nên $2(m+1) \ge 4$ hay $x_2 \notin [1;3]$, khi đó để (2) xảy ra thì

$$\max\{y(1); y(3)\} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y(1) < 0 \\ y(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 4(m+1) < 0 \\ 9 - 12(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{-1}{4}.$$

Mà m nguyên dương nên với mọi m luôn thỏa mãn.

Từ hai trường hợp ta chỉ có duy nhất một giá trị $m = 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án C

Câu 50.

Gọi H là trung điểm AM. Khi đó: $OM \perp AM$.

Mà $SO \perp AM$ nên $SH \perp AM$. Do đó: $S_{SAM} = \dfrac{SH \cdot AM}{2}$.

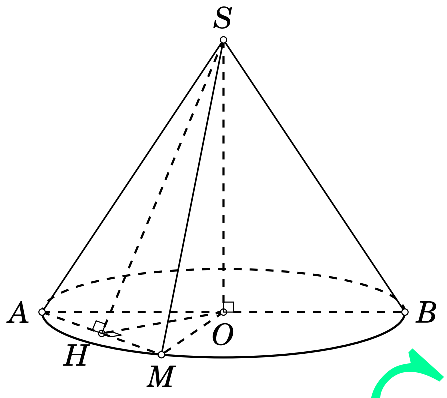
Kẻ đường kính AB của đường tròn đáy. Đặt $AB = 2a$.

Do góc ở đỉnh của hình nón là 120° nên $\widehat{ASB} = 120^\circ$.

Tam giác SAB cân ở S có $SO \perp AB$ nên $\widehat{ASO} = \dfrac{\widehat{ASB}}{2} = 60^\circ$

Nên $SO = \dfrac{OA}{\tan 60} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Đặt $OH = x$ với $x \geq 0$. Khi đó:



$$S_{SAM} = \frac{SH \cdot AB}{2} = SH \cdot AH = \sqrt{SO^2 + OH^2} \cdot \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{a^2}{3} + x^2\right)(a^2 - x^2)}.$$

Do $(\dfrac{a^2}{3} + x^2)(a^2 - x^2) = -x^4 + \dfrac{2a^2x^2}{3} + \dfrac{a^4}{3} \leq -\left(x^2 - \dfrac{a^2}{3}\right)^2 + \dfrac{2a^4}{9} \leq \dfrac{2a^4}{9}$ nên tam giác SAM có diện tích lớn nhất khi $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Khi đó có hai vị trí M thỏa mãn.

Chọn đáp án D