ĐỀ SỐ 039

(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề KSCL 2017 - 2018 Sở giáo dục và đào tạo Yên Bái)

Mã đề thi 039

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Hàm số $F(x) = x + \cos(2x - 3) + 10$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số được cho ở các phương án sau?

A. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\sin(2x-3) + 10x + C$. **B.** $f(x) = 2\sin(2x-3) + 1$.

C. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\sin(2x-3) + 10x + C$. **D.** $f(x) = -2\sin(2x-3) + 1$.

Câu 2. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{x+2}$ có phương trình là

A. $y = 2$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Câu 3. Tính mô-đun của số phức $z = 2 - 3i$.

A. $|z| = 13$. **B.** $|z| = \sqrt{13}$. **C.** $|z| = -3$. **D.** $|z| = 2$.

Câu 4. Biết $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x = 5$. Tính tích phân $I = \int\limits_a^b [3f(x) - 5g(x)]\,\mathrm{d}x$.

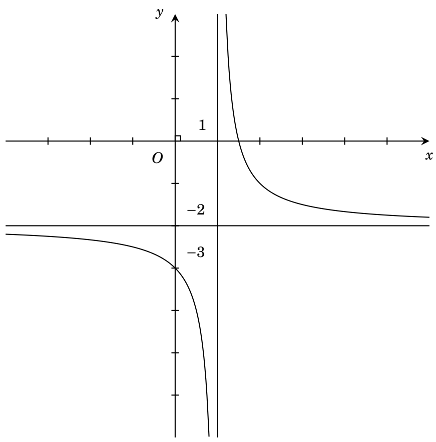
A. $I = 5$. **B.** $I = -5$. **C.** $I = 15$. **D.** $I = 10$.

Câu 5. Cho đường thẳng a, d và mặt phẳng (α), (β) thỏa mãn $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a \parallel d$. **B.** a cắt d. **C.** a trùng d. **D.** a và d chéo nhau.

Câu 6.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{-2x-5}{x-1}$.

C. $y = \dfrac{2x-3}{-x-1}$. **D.** $y = \dfrac{-2x+3}{x-1}$.

Câu 7. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 8. Mười hai đường thẳng phân biệt có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 12. **B.** 144. **C.** 132. **D.** 66.

Câu 9. Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 1$, $0 < b < 1$. **B.** $a > 1$, $b > 1$. **C.** $0 < a < 1$, $0 < b < 1$. **D.** $0 < a < 1$, $b > 1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-1;-3)$. **B.** $Q(3;-1;2)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $N(2;-1;-2)$.

Câu 11. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \ln(x-2)^2 + \log(x+1)$.

A. $\mathscr{D} = (-1;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D} = (2;+\infty)$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$. **D.** $\mathscr{D} = (-1;2) \cup (2;+\infty)$.

Câu 12. Trên tập số phức, biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ $(a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính giá trị của $T = a - b$.

A. $T = 4$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 9$. **D.** $T = 1$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$ và $C(-1;3;2)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(1;3;4)$. **B.** $D(1;1;4)$. **C.** $D(-3;1;0)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

Câu 14. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$.

A. $(1;4)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(4;1)$.

Câu 15. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 16. Cho hai số phức: $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

A. $w = -3 + 8i$. **B.** $w = -5 + i$. **C.** $w = -3 - 8i$. **D.** $w = -3 + i$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \dfrac{3x+4}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-3}{3x-1}$. **C.** $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi I là hình chiếu song song của G lên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AD. Chọn khẳng định đúng.

A. I là điểm bất kì trong tam giác BCD. **B.** I là trực tâm tam giác BCD.

C. I là trọng tâm tam giác BCD. **D.** $IG \perp (BCD)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(1;-1;2)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-1;1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=-x^2+2x$ và $y=-3x$.

A. $\dfrac{125}{2}$. **B.** $\dfrac{125}{3}$. **C.** $\dfrac{125}{6}$. **D.** $\dfrac{125}{8}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ và $B(m;m-1;-4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để độ dài đoạn $AB=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=1$ hoặc $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=4$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. $\min\limits_{[-1;1]} y=-2$. **B.** $\min\limits_{[-1;1]} y=4$. **C.** $\min\limits_{[-1;1]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{[-1;1]} y=0$.

Câu 24. Cho mặt cầu (S) có đường kính 10 cm và mặt phẳng (P) cách tâm mặt cầu một khoảng 4 cm. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. (P) cắt (S).

B. (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính 3 cm.

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) và (S) có vô số điểm chung.

Câu 25. Cho hình nón đỉnh S, có trục $SO=a\sqrt{3}$. Thiết diện qua trục của hình nón tạo thành tam giác SAB đều. Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón và V là thể tích của khối nón tương ứng. Tính tỉ số $\dfrac{S_{xq}}{V}$ theo a

A. $\dfrac{S_{xq}}{V}=\dfrac{2\sqrt{3}}{a}$. **B.** $\dfrac{S_{xq}}{V}=\dfrac{\sqrt{3}}{a}$. **C.** $\dfrac{S_{xq}}{V}=\dfrac{4\sqrt{3}}{a}$. **D.** $\dfrac{S_{xq}}{V}=\dfrac{3\sqrt{3}}{a}$.

Câu 26. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^{13}$, (với $x\neq 0$).

A. 78. **B.** 286. **C.** -286. **D.** -78.

Câu 27. Cho biết $1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{4}+\left(-\dfrac{1}{8}\right)+\cdots+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}+\cdots=\dfrac{a}{b}$, trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $T=a+b$.

A. $T=2$. **B.** $T=5$. **C.** $T=4$. **D.** $T=3$.

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1;3)$?

A. $m = \frac{7}{9}$. **B.** $m = -\frac{7}{9}$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Câu 29. Tính tổng tất cả T các nghiệm thuộc đoạn $[0;200\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0$.

A. $T = 10000\pi$. **B.** $T = 5100\pi$. **C.** $T = 10100\pi$. **D.** $T = 5151\pi$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{\cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $0 < m < 1$.

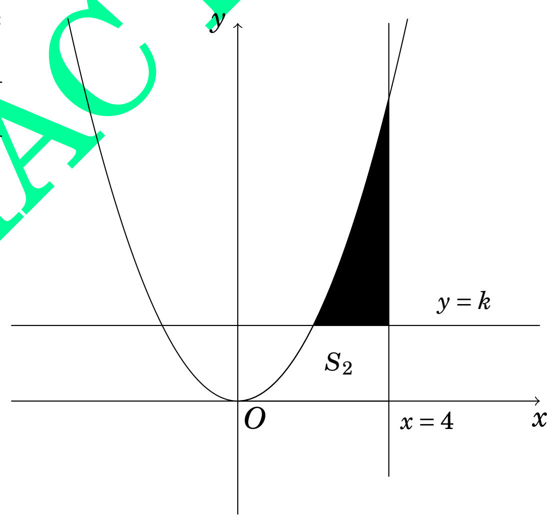
Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}; d_2\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x - y - 2z + 3 = 0$. Biết đường thẳng Δ nằm trong (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Viết phương trình đường thẳng Δ.

A. $\Delta\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\Delta\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta\colon \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 32.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 4$. Đường thẳng $y = k (0 < k < 16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.



A. $k = 8$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 5$. **D.** $k = 4$.

Câu 33. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = -3\log_{a^4}\frac{a}{b} + \log_b^2(ab)$.

A. $\min P = 3$. **B.** $\min P = 4$. **C.** $\min P = \frac{5}{2}$. **D.** $\min P = \frac{3}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $2x + y + 2z - 19 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 10 = 0$. **C.** $2x + 2y + z - 18 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Câu 36. Một người gửi 75 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Biết rằng suốt trong một thời gian gửi tiền, lãi suất không đổi và người đó khồn rút tiền ra.

A. 7 năm. **B.** 6 năm. **C.** 5 năm. **D.** 4 năm.

Câu 37. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6$ cm, $BC = BB' = 2$ cm. Điểm E là trung điểm của cạnh BC. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho $C'E$ vuông góc với $B'F$. Tính khoảng cách DF.

A. 1cm. **B.** 2cm. **C.** 3cm. **D.** 6cm.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2) = \frac{313}{15}$. **B.** $f^2(2) = \frac{332}{15}$. **C.** $f^2(2) = \frac{324}{15}$. **D.** $f^2(2) = \frac{323}{15}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2 + 1) - (m+1)x + m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \in (-\infty; 3]$. **B.** $m \in [-3; 3]$. **C.** $m \in [3; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -3)$.

Câu 40. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường (theo đơn vị mét (m)) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (theo đơn vị giây (s)) cho bởi phương trình là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t mà tại đó vận tốc v(m/s) của đoàn tàu đạt giá trị lớn nhất?

A. $t = 6$ s. **B.** $t = 4$ s. **C.** $t = 2$ s. **D.** $t = 1$ s.

Câu 41. Cho khối trụ có chiều cao 20. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10. Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1, nửa dưới có thể tích V_2. Khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần đáy dưới nhất và điểm thuộc thiết diện xa đáy dưới nhất tới đáy dưới lần lượt là 8 và 14. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{9}{11}$. **C.** $\frac{9}{20}$. **D.** $\frac{6}{11}$.

Câu 42. Cho số phức $|z - 1 + 2i| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 20$. **B.** $R = \sqrt{7}$. **C.** $R = 2\sqrt{5}$. **D.** $R = 7$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB. Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45°. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^2}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Câu 44. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu, vừa khác số.

A. $P = \frac{8}{33}$. **B.** $P = \frac{14}{33}$. **C.** $P = \frac{29}{66}$. **D.** $P = \frac{37}{66}$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.

A. $m = -\sqrt[5]{2}$. **B.** $m = \sqrt[5]{2}$. **C.** $m = \pm\sqrt[5]{2}$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 46. Lúc 10 giờ sáng trên sa mạc, một nhà địa chất đang ở tại ví trí A, anh ta muốn đến vị trí B (bằng ô tô) trước 12 giờ trưa, với $AB = 70$ km. Nhưng trong sa mạc thì xe chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30 km/h. Cách vị trí A 10 km có một con đường nhựa chạy song song với đường thẳng nối từ A đến B. Trên đường nhựa thì xe có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h. Tìm thời gian ít nhất để nhà địa chất đến vị trí B.

A. 1 giờ 52 phút. **B.** 1 giờ 54 phút. **C.** 1 giờ 56 phút. **D.** 1 giờ 58 phút.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. Biết rằng mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (10; a; b)$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a > b$. **B.** $a + b = 6$. **C.** $a + b = 10$. **D.** $2a + b = 1$.

Câu 48. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(5 - \frac{x^2\cos 2x}{x^2+1}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 4.
C. 5. **D.** Không tồn tại giới hạn.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) + 2f(x) = 0$. Tính $f(-1)$, biết rằng $f(1) = 1$.

A. 3. **B.** e^{-2}. **C.** e^4. **D.** e^3.

Câu 50. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P = 0{,}452$. **B.** $P = 0{,}435$. **C.** $P = 0{,}4525$. **D.** $P = 0{,}4245$.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** D	**11** D	**16** C	**21** A	**26** C	**31** B	**36** B	**41** B	**46** C
2 C	**7** D	**12** B	**17** A	**22** B	**27** B	**32** D	**37** B	**42** C	**47** B
3 B	**8** D	**13** B	**18** C	**23** C	**28** D	**33** A	**38** B	**43** A	**48** D
4 A	**9** D	**14** B	**19** D	**24** C	**29** A	**34** C	**39** C	**44** D	**49** C
5 A	**10** B	**15** C	**20** C	**25** A	**30** A	**35** A	**40** C	**45** C	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $f(x)=F'(x)=1-2\sin(2x-3)$.

Chọn đáp án D

Câu 2. Ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x+2}$ có phương trình là $x=-2$.

Chọn đáp án C

Câu 3. Ta có $|z|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Chọn đáp án B

Câu 4. Ta có $I=\displaystyle\int_a^b[3f(x)-5g(x)]\mathrm{d}x=3\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-5\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=3\cdot10-5\cdot5=5$.

Chọn đáp án A

Câu 5. Ta có $\begin{cases} a\parallel(\alpha)\\ a\subset(\beta)\\ d=(\alpha)\cap(\beta)\end{cases}\Rightarrow a\parallel d$.

Chọn đáp án A

Câu 6. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và đi qua điểm $(0;-3)$. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{-2x+3}{x-1}$.

Chọn đáp án D

Câu 7. Hình đa diện có tính chất: Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án D

Câu 8. Cứ hai đường thẳng phân biệt cắt nhau tạo ra 1 giao điểm. Vậy mười hai đường thẳng phân biệt có nhiều nhất số giao điểm là $\mathrm{C}_{12}^2=66$.

Chọn đáp án D

Câu 9. Ta có $\begin{cases} \dfrac{3}{4} < \dfrac{4}{5} \\ a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1;\ \begin{cases} \dfrac{1}{2} < \dfrac{2}{3} \\ \log_b \dfrac{1}{2} < \log_b \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$

Chọn đáp án D

Câu 10. Ta có $2 \cdot 3 - (-1) - 2 \cdot 2 - 3 = 0$ nên điểm $Q(3;-1;2) \in (P)$.

Chọn đáp án B

Câu 11. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} (x-2)^2 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -1 \end{cases}.$

Vậy $\mathscr{D} = (-1;2) \cup (2;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 12. $z = -2 + i$ là một nghiệm của phương trình khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} (-2+i)^2 + a(-2+i) + b = 0 \quad &\Leftrightarrow 4 - 4i - 1 - 2a + ai + b = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2a + b = 0 \\ -4 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $T = a - b = -1$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -1 - x_D \\ 2 = 3 - y_D \\ -2 = 2 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \Rightarrow D(1;1;4). \\ z_D = 4 \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 14. Hàm bậc ba có $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;5)$.

Chọn đáp án B

Câu 15.

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(x+7) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1>0 \\ 3x+1<x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{1}{3} \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}<x<3.$$

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án C

Câu 16. Ta có $w = z_1 - 2z_2 = (1-2i) - 2(2+3i) = -3-8i$.

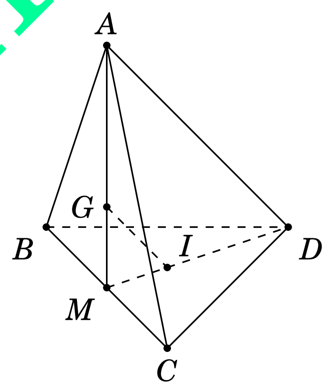
Chọn đáp án C

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0;-4)$. Điểm này có tung độ âm.

Chọn đáp án A

Câu 18.

Gọi M là trung điểm của BC. Xét $\triangle AMD$ có $GI \parallel AD$ nên ta có $\dfrac{MG}{MA} = \dfrac{MI}{MD} = \dfrac{1}{3}$. Suy ra I là trọng tâm tam giác BCD.



Chọn đáp án C

Câu 19. $\vec{u} = (2;-1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án D

Câu 20. Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2+2x = -3x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5. \end{array}\right.$

Khi đó diện tích S của hình phẳng được xác định bởi

$$S = \int_0^5 |-x^2+2x+3x|\,\mathrm{d}x = \int_0^5 |-x^2+5x|\,\mathrm{d}x = \left|\int_0^5 (-x^2+5x)\,\mathrm{d}x\right| = \left|\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}\right)\Big|_0^5\right| = \frac{125}{6}.$$

Chọn đáp án C

Câu 21. Ta có $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0, \quad \forall x \neq 1$.

Từ đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 22. Từ giả thiết ta có $A(3;1;-2)$. Từ đó $\overrightarrow{AB}=(m-3;m-2;-2)$.

Ta có $AB=3 \Leftrightarrow AB^2=9 \Leftrightarrow (m-3)^2+(m-2)^2+(-2)^2=9 \Leftrightarrow 2m^2-10m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4. \end{array}\right.$

Vậy $m=1$ hoặc $m=4$.

Chọn đáp án B

Câu 23. Ta có $y'=6x^2+6x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=-1\in[-1;1]. \end{array}\right.$

Ta có: $y(-1)=0, y(0)=-1, y(1)=4$ suy ra $\min\limits_{[-1;1]} y=y(0)=-1$.

Chọn đáp án C

Câu 24. Bán kính mặt cầu (S) là $R=5$, khoảng cách từ tâm mặt cầu đến (P) là $\mathrm{d}(I;(P))=4$.

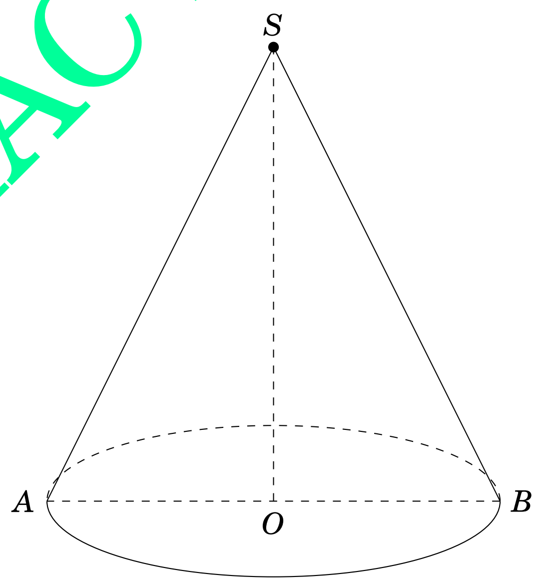
Do $R>\mathrm{d}(I;(P))=4$ nên (P) không tiếp xúc với (S).

Chọn đáp án C

Câu 25.

Trong tam giác SAO vuông tại O, có $l=SA=\dfrac{SO}{\sin 60^\circ}=2a, r=\cot 60^\circ\cdot SO=a$.

Khi đó $\dfrac{S_{\text{xq}}}{V}=\dfrac{\pi r l}{\frac{1}{3}\pi r^2 h}=\dfrac{2\sqrt{3}}{a}$.



Chọn đáp án A

Câu 26. Số hạng tổng quát thứ $k+1$ của khai triển là $T_{k+1}=\mathrm{C}_{13}^k x^{13-k}.\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=\mathrm{C}_{13}^k\cdot(-1)^k x^{13-2k}$.

Số hạng chứa x^7 ứng với $13-2k=7 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số cần tìm là $\mathrm{C}_{13}^3\cdot(-1)^3=-286$.

Chọn đáp án C

Câu 27. Ta có tổng trên là tổng các số hạng của một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=-\dfrac{1}{2}$.

Do đó $T=\dfrac{u_1}{1-q}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 28. Ta có $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$, khi đó $y(-1) = 2m - 1, y'(-1) = -5m + 4$.
Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $x = -1$ là:

$$y = (-5m + 4)(x + 1) + 2m - 1.$$

Do $A(1;3)$ nằm trên tiếp tuyến nên ta có phương trình:

$$3 = (-5m + 4)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$.
Chọn đáp án D

Câu 29. Biến đổi phương trình về:
$$2\cos^2 x - 3\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = -\dfrac{5}{3} (\text{Loại vì } \cos x \in [-1;1]) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$
Do $0 \le \pi + 2k\pi \le 200\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le k \le \frac{199}{2}$, từ đó $k \in \{0, \cdots, 99\}$.
Vậy $T = \sum\limits_{k=0}^{99} (\pi + 2k\pi) = 100\pi + 2\pi(0 + 1 + 2 + \cdots + 99) = 100\pi + 2 \cdot \dfrac{(99 + 0) \cdot 100}{2} \pi = 10000\pi$.
Chọn đáp án A

Câu 30. Ta có $y' = -\sin x \cdot \dfrac{-m + 1}{(\cos x - m)^2}$.
Để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $y' > 0$ với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
Bởi $-\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên:

$$\begin{cases} -m + 1 < 0 \\ \cos x - m \ne 0, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Chọn đáp án A

Câu 31. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với d_1, d_2.
Khi đó $A(2m - 1; -m + 1; m + 1), B(n + 1; n + 2; 2n - 1)$. Do $A, B \in (P)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2m - 1 + m - 1 - 2m - 2 + 3 = 0 \\ n + 1 - n - 2 - 4n + 2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1. \end{cases}$$

Ta được $A(1;0;-2), B(2;3;1)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (1;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương, như vậy phương trình Δ là:

$$\frac{x - 1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z - 2}{-1}.$$

Chọn đáp án B

Câu 32. Ta có hình (H) giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}, x=4, y=0, y=16$, khi đó diện tích hình (H) là: $S=\int\limits_0^{16}(4-\sqrt{y})\,\mathrm{d}x=\dfrac{64}{3}$.

Gọi (H_1) là hình giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}, x=4, y=0, y=k$, khi đó diện tích hình (H_1) là:

$S_1=\int\limits_0^{k}(4-\sqrt{y})=4k-\dfrac{2}{3}\sqrt{k^3}$.

$$S_1=S_2=\frac{S}{2}\Leftrightarrow 4k-\frac{2}{3}\sqrt{k^3}=\frac{32}{3}\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(\sqrt{k}\right)^3+4\left(\sqrt{k}\right)^2-\frac{32}{3}=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{k}=2+2\sqrt{3}\\ \sqrt{k}=2-2\sqrt{3}\\ \sqrt{k}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=16+8\sqrt{3}\\ k=16-8\sqrt{3}\\ k=4.\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $0<k<16$ ta được $k=4$.

Chọn đáp án D

Câu 33. Ta có $P=-\dfrac{3}{4}\left(1-\log_a b\right)+\left(\dfrac{1}{\log_a b}+1\right)^2$.

Đặt $t=\log_a b,(t>1)$, ta được $P=f(t)=\dfrac{-3}{4}(1-t)+\left(\dfrac{1}{t}+1\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}t+\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{2}{t}$.

Có $f'(t)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{t^3}-\dfrac{2}{t^2}=\dfrac{3t^3-8t-8}{4t^3}$.

Ta có $f'(t)=0\Leftrightarrow 3t^3-8t-8=0\Leftrightarrow t=2\in(1;+\infty)$.

Ta có bảng biến thiên:

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên thì $f(t)$ trên $(1;+\infty)$ ta được $\min f(t)=3$ tại $t=2$.

Vậy $\min P=3$.

Chọn đáp án A

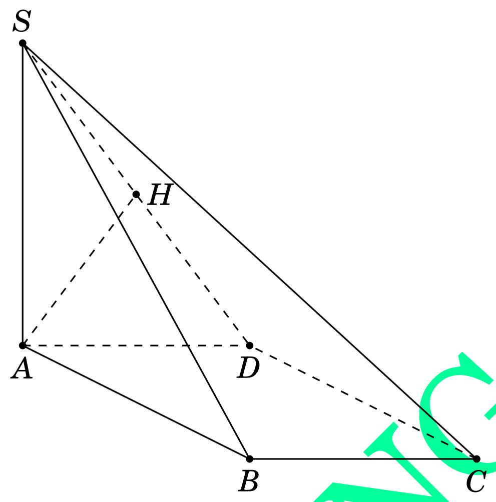
Câu 34.

Kẻ AH vuông góc với SD tại H. Khi đó ta có AH vuông góc với (SCD) suy ra khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $AH = \frac{a}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Giải ra ta được $SA = \frac{2\sqrt{15}}{15}a$, từ đó

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot SA = \frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.



Chọn đáp án C

Câu 35. Ta có Δ đi qua điểm $A(6;2;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta}(-3;2;2)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 3$.

Gọi $\vec{n}_P = (a;b;c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Do $(P) \parallel (\Delta) \Rightarrow \vec{n}_P.\vec{u}_{\Delta} = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}c$.

Phương trình (P) có dạng

$$a(x-4) + b(y-3) + c(z-4) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - 4a - 3b - 4c = 0.$$

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $\mathrm{d}(I;(P)) = R$, hay:

$$\Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 3c - 4a - 3b - 4c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3a - b - c| = 3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Thay $a = \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}c$ vào phương trình trên ta được:

$$2b^2 - 5bc - 2c^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = \frac{c}{2} \\ b = 2c. \end{array}\right.$$

- $b = \frac{c}{2}$. Chọn $c = 2$ suy ra $b = 1, a = 2$, $\vec{n}_P = (2;1;2)$.
  Vậy (P): $2x + y + 2z - 19 = 0$, do $A \notin (P)$ nên (P) tìm được thỏa mãn.
- $b = 2c$. Chọn $c = 1 \Rightarrow b = 2, a = 2$ khi đó (P): $2x + 2y + z - 18 = 0$. Mặt phẳng này lại đi qua $A(6;2;2)$ nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án A

Câu 36. Số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n năm là: $A = 75(1 + 5{,}4\%)^n$ (triệu).

Cho $A > 100 \Leftrightarrow 75(1 + 5{,}4\%)^n > 100 \Leftrightarrow n > \log_{(1+5{,}4\%)} \frac{4}{3} \approx 5{,}4$.

Số năm ít nhất là 6 năm.

Chọn đáp án B

Câu 37.

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho

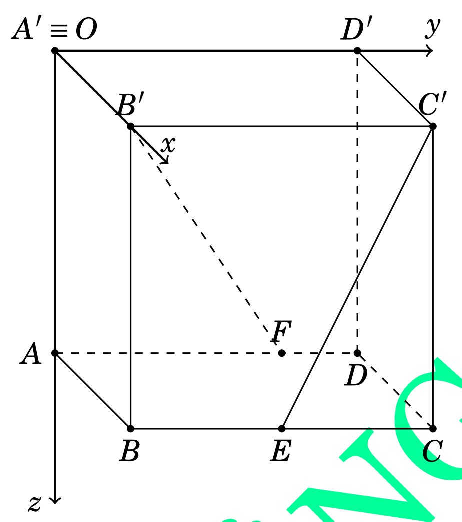
$O \equiv A', Ox \equiv A'B', Oy \equiv A'D', Oz \equiv A'A$.

Ta có $A'(0;0;0), B'(6;0;0), C'(6;2;0), D'(0;2;0)$,

$D(0;2;2), B(6;0;2), C(6;2;2), A(0;0;2)$.

E là trung điểm BC suy ra $E(6;1;2)$, $\overrightarrow{C'E} = (0;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng AD: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2m, m \in \mathbb{R}. \\ z = 2 \end{cases}$



$F \in AD \Rightarrow F(0;2m;2)$ suy ra $\overrightarrow{B'F} = (-6;2m;2)$.

Do $C'E \perp B'F$ nên $\overrightarrow{C'E} \cdot \overrightarrow{B'F} = 0 \Leftrightarrow -2m + 4 = 0$.

Từ đó tìm được $m = 2$ suy ra $DF = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Ta có $\int (f'(x) \cdot f(x))\,\mathrm{d}x = \int (x^4 + x^2)\,\mathrm{d}x$ suy ra $\frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C$.

Thay $x = 0$ vào ta được $\frac{f^2(0)}{2} = 2 = C$ suy ra $f^2(x) = 2\left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + 2\right)$.

Vậy $f(2) = \frac{332}{15}$.

Chọn đáp án B

Câu 39. Ta có $y' = \frac{32x}{16x^2 + 1} - m - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $\frac{32x}{16x^2 + 1} - m - 1 \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hay $f(x) = \frac{32x}{16x^2 + 1} - 1 \leq m$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{32(1 - 16x^2)}{(16x^2 + 1)^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{4} \end{array}\right.$

Ta xét bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Từ bảng biến thiên thì $m \geq 3$. Vậy $m \geq 3$.

Chọn đáp án C

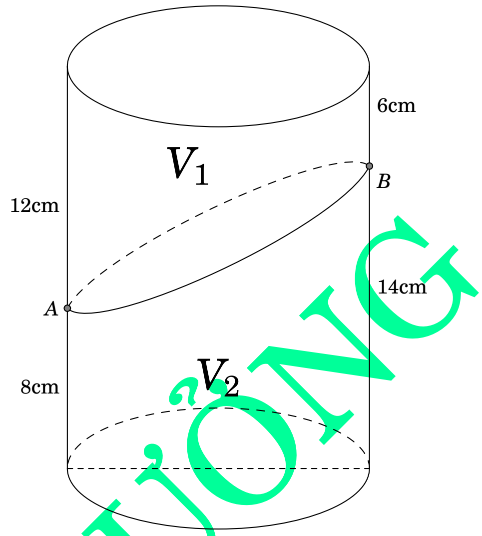
Câu 40. Ta có: $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2 = 12 - 3(t-2)^2 \leq 12$.

Vậy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2$ s.

Chọn đáp án C

Câu 41.

Ta có công thức thể tích hình phiến trụ là $V = \pi R^2 \dfrac{h_1 + h_2}{2}$ do đó



$V_1 = \pi R^2 \dfrac{6+12}{2} = \pi R^2 \cdot 9$; $V_2 = \pi R^2 \dfrac{8+14}{2} = \pi R^2 \cdot 11$

$\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{9}{11}$.

Chọn đáp án B

Câu 42. Ta gọi $w = x + yi$ khi đó $z = \dfrac{w - 3 + 2i}{2 - i} = \dfrac{2x - y - 8}{5} + \dfrac{x + 2y + 1}{5} i$ từ đó

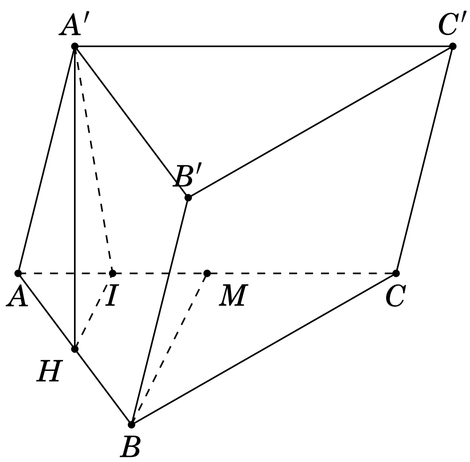
$$\begin{aligned} & |z - 1 + 2i| = 2 \Rightarrow |2x - y - 13 + (x + 2y + 11)i| = 10 \\ \Rightarrow \quad & (2x - y - 13)^2 + (x + 2y + 11)^2 = 100 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 + y^2 - 6x + 14y + 38 = 0. \end{aligned}$$

Đây là phương trình đường tròn có $R = \sqrt{3^2 + 7^2 - 38} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C

Câu 43.

Gọi H là trung điểm của AB, $HI \perp AC (I \in AC)$ và M là trung điểm của AC.



Ta có $BM = \dfrac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow HI = \dfrac{1}{2} BM = \dfrac{\sqrt{3}}{4} a$.

Dễ thấy góc tạo bởi mặt phẳng $(ACC'A')$ và (ABC) là góc $\widehat{A'IH} = 45^\circ$.

Vậy $\Delta A'IH$ là tam giác vuông cân ở H nên $A'H = HI = \dfrac{\sqrt{3}}{4} a$.

Vậy $V_{ABCD} = HI \cdot S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} a \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \dfrac{3}{16} a^3$.

Chọn đáp án A

Câu 44. Không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 viên bi khác màu, vừa khác số. Để đếm $n(A)$ ta thực hiện như sau:

- 1 viên xanh, 1 viên đỏ:
  Lấy 1 viên đỏ: 4 cách, sau đó lấy 1 bi vàng: $5-1=4$ cách $\Rightarrow$ có $4\cdot 4=16$ cách.

- 1 viên xanh, 1 viên vàng: $3\cdot 4=12$ cách.

- 1 viên đỏ, 1 viên vàng: $3\cdot 3=9$ cách.

$\Rightarrow n(A)=16+12+9=37 \Rightarrow \mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{37}{66}$.

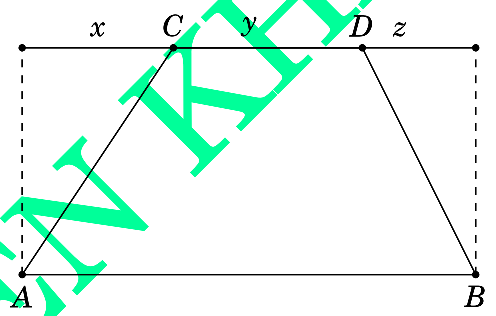
Chọn đáp án D

Câu 45. Có $y'=4x^3-16m^2x=4x(x^2-4m^2)$.

Hàm số có 3 cực trị khi y' có 3 nghiệm phân biệt xảy ra khi $m\neq 0$ khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \\ x=-2m \end{array}\right.$.

Khi đó 3 điểm cực trị là $A(0;1);B(2m;-16m^4+1);C(-2m;-16m^4+1)$.
Khi đó $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AH\cdot BC=\dfrac{1}{2}16m^4\cdot|4m|=32|m^5|$.
Từ đó $S_{ABC}=64 \Leftrightarrow |m^5|=2 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}$.
Chọn đáp án C

Câu 46.



Gọi các giả thiết như trên hình vẽ. Ta có
$AC=\sqrt{x^2+100};DB=\sqrt{z^2+100}$.
Từ đó tổng thời gian đi là $P=\dfrac{AC+DB}{30}+\dfrac{y}{50}$.
Sử dụng bất đẳng thức khoảng cách ta có
$AC+BD=\sqrt{x^2+100}+\sqrt{z^2+100}\geq\sqrt{(x+z)^2+(10+10)^2}=\sqrt{(70-y)^2+400}$.
Từ đó $P\geq\dfrac{\sqrt{(70-y)^2+400}}{30}+\dfrac{y}{50}=f(y)$ với $0\leq y\leq 70$.
Ta có $f'(y)=\dfrac{y-70}{30\sqrt{(70-y)^2+400}}+\dfrac{1}{50}$.

$$\begin{aligned} & f'(y)=0 \Leftrightarrow 50(70-y)=30\sqrt{(70-y)^2+400} \\ \Leftrightarrow\ & 25(70-y)^2=9\left((70-y)^2+400\right) \\ \Leftrightarrow\ & (70-y)^2=225 \Leftrightarrow 70-y=15 \Leftrightarrow y=55 \end{aligned}$$

Ta có $f(0)=\dfrac{10\sqrt{53}}{30}; f(70)=\dfrac{31}{15}; f(55)=\dfrac{29}{15}$. Trong đó $f(55)$ là bé nhất nên $\min\limits_{[0;70]} f(y)=f(55)=\dfrac{29}{15} \Rightarrow \min P=1$ giờ 56 phút.

Chọn đáp án C

Câu 47. Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_1=(2;1;-1)$.

Vì (Q) chứa Δ nên $\vec{n}\perp\vec{u}_1 \Rightarrow 10\cdot 2+1\cdot a+(-1)\cdot b=0 \Rightarrow b-a=20$.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Gọi α là góc tạo với (P) và (Q) thì ta có

$$\cos\alpha=\frac{|20-a+2b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}\cdot\sqrt{10^2+a^2+b^2}}=\frac{|20-a+2b|}{3\sqrt{10^2+a^2+b^2}}.$$

Vì $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ nên α bé nhất khi $\cos\alpha$ là lớn nhất.

Ta có $|20-a+2b|=\left|\dfrac{1}{6}(20+a-b)+\dfrac{5}{3}\cdot 10-\dfrac{7}{6}\cdot a+\dfrac{13}{6}\cdot b\right|=\left|\dfrac{5}{3}\cdot 10-\dfrac{7}{6}\cdot a+\dfrac{13}{6}\cdot b\right|$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có

$$\left|\frac{5}{3}\cdot 10-\frac{7}{6}\cdot a+\frac{13}{6}\cdot b\right|^2\le\left(\left(\frac{5}{3}\right)^2+\left(\frac{-7}{6}\right)^2+\left(\frac{13}{6}\right)^2\right)\left(10^2+a^2+b^2\right)\Rightarrow\cos\alpha\le\frac{\sqrt{318}}{18}$$

xảy ra khi $\dfrac{10}{\frac{5}{3}}=\dfrac{a}{\frac{-7}{6}}=\dfrac{b}{\frac{13}{6}} \Leftrightarrow a=-7; b=13$ tức là $a+b=6$.

Chọn đáp án B

Câu 48.

- Chọn $x_n=n\pi, n\in\mathbb{N}$ thì ta có
$$\lim\left(5-\frac{x_n^2\cos 2x_n}{x_n^2+1}\right)=\lim\left(5-\frac{(n\pi)^2}{(n\pi)^2+1}\right)=\lim\left(5-\frac{1}{1+\frac{1}{(n\pi)^2}}\right)=4.$$

- Chọn $x_m=\dfrac{\pi}{4}+m\pi, m\in\mathbb{N}$ thì ta có
$$\lim\left(5-\frac{x_m^2\cos 2x_m}{x_m^2+1}\right)=5-0=5.$$

Ta chọn được 2 dãy con $x_n; x_m\to+\infty$ mà $\lim\left(5-\dfrac{x_m^2\cos 2x_m}{x_m^2+1}\right)\ne\lim\left(5-\dfrac{x_n^2\cos 2x_n}{x_n^2+1}\right)$ nên giới hạn ban đầu là không tồn tại.

Chọn đáp án D

Câu 49. $f'(x)+2f(x)=0\Rightarrow\dfrac{f'(x)}{f(x)}=-2\Rightarrow(f(x))'=-2$

$\Rightarrow\ln(f(x))=-2x+C\Rightarrow f(x)=\mathrm{e}^{-2x+C}, C\in\mathbb{R}$.

Có $f(1)=1\Rightarrow C=2\Rightarrow f(x)=\mathrm{e}^{-2x+2}$.

Từ đó $f(-1)=\mathrm{e}^4$.

Chọn đáp án C

Câu 50. Xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 $\Rightarrow$ xác suất không cầu thủ nào ghi bàn là $(1-x)(1-y)(1-0{,}6)=1-0{,}976\Rightarrow(1-x)(1-y)=0{,}06$. (1)

xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0{,}336 \Rightarrow x \cdot y \cdot 0{,}6 = 0{,}336 \Rightarrow xy = 0{,}56$. (2)

Từ (1),(2) ta có hệ

$$\begin{cases}(1-x)(1-y) = 0{,}06 \\ xy = 0{,}56\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x + y = 1{,}5 \\ xy = 0{,}56\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 0{,}8 \\ y = 0{,}7\end{cases} (\text{vì } x > y).$$

Đúng hai cầu thủ ghi bàn thì có thể xảy ra các trường hợp sau

- TH1: Người 1, 2 ghi bàn, người 3 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}224$.
- TH2: Người 1, 3 ghi bàn, người 2 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}8 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}144$.
- TH3: Người 2, 3 ghi bàn, người 1 không ghi bàn: $P_1 = 0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}084$.

Vậy xác suất đúng hai cầu thủ ghi bàn là: $P = 0{,}224 + 0{,}144 + 0{,}084 = 0{,}452$

Chọn đáp án A