ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút.

(*Đề thi có 7 trang*)

(Đề thi thử Sở GD & ĐT Hưng Yên 2018)

Mã đề thi 038

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số các mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2.

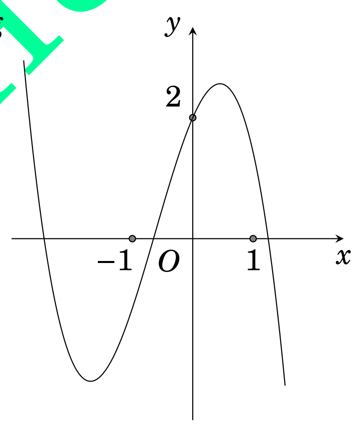
Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị.



Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)\,dx = 7$, $\int_2^6 f(x)\,dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\,dx + \int_6^{10} f(x)\,dx$.

A. $P=4$. **B.** $P=5$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Câu 4. Giới hạn $\lim \dfrac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \dfrac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T=a+b$.

A. $T=7$. **B.** $T=21$. **C.** $T=9$. **D.** $T=11$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $2\vec{a}+\vec{x}=\vec{b}$ là

A. $(-4;2;3)$. **B.** $(-4;2;-7)$. **C.** $(-4;12;-3)$. **D.** $(-4;12;-7)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x+y+5z-8=0$. **B.** $x+2y+5z+5=0$. **C.** $2x-y+5z-5=0$. **D.** $x+2y+5z-5=0$.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

D. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

Câu 9. Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(2;0)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 10. Phương trình $9^x-3\cdot 3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1<x_2$. Giá trị $A=2x_1+3x_2$ là

A. 8. **B.** $2\log_3 2$. **C.** $2\log_2 3$. **D.** $3\log_3 2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Phát biểu nào sao đây là **sai**?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ là 0.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận .

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ là -1.

Câu 12. Cho số phức z thoả mãn $\bar{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $w=z-i\bar{z}$.

A. $8\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $\triangle ABC$ vuông cân tại B, $AC=2a$ và $SA=a$. Gọi M là trung điểm cạnh SB. Tính thể tích khối chóp $S.AMC$.

A. $\dfrac{a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 14. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\displaystyle\int \ln|x|\,\mathrm{d}x = \frac{1}{x} + C.$ **B.** $\displaystyle\int (x+1)^{-3}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(x+1)^{-2} + C.$

C. $\displaystyle\int (x+1)^3\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(x+1)^4 + C.$ **D.** $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{2x+1} = \ln|2x+1| + C.$

Câu 15. Bất phương trình $3^{x+2} > 9^{x-1008}$ có nghiệm là

A. $x \geq 2018$. **B.** $x > 2018$. **C.** $x < 2018$. **D.** $x > 1010$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi;\ x = \dfrac{7\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi;\ x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2};\ x = \dfrac{7\pi}{24} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{8} + k2\pi;\ x = \dfrac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 17. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = (x-2)^2, y = 0, x = 0, x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \dfrac{32}{5}$. **B.** $V = 32\pi$. **C.** $V = \dfrac{32\pi}{5}$. **D.** $V = \dfrac{32}{5\pi}$.

Câu 18. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị biểu thức $5M + m$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{24}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{5}$.

Câu 20. Cho tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2\sin t, t \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thì

A. $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \mathrm{d}t$. **B.** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} t\,\mathrm{d}t$. **C.** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\mathrm{d}t}{t}$. **D.** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \mathrm{d}t$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m \geq 0$. **B.** $m > \sqrt{5}$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm m để hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A. $m = -2$ và $m = 0$. **B.** $m = -5$ và $m = 0$. **C.** $m = 3$ và $m = -2$. **D.** $m = -5$ và $m = 3$.

Câu 23. Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là

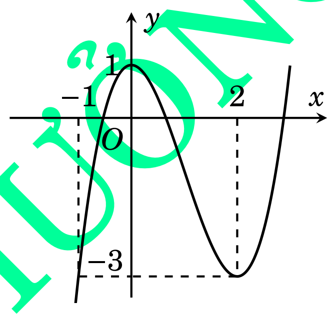
A. C_7^3. **B.** A_7^3. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7!}{3!}$.

Câu 24. Hình bát diện đều có số cạnh là

A. 20. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 25.

Đường cong như hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 26. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $y' = x^2 + x$. **B.** $y' = x^2$. **C.** $y' = \dfrac{1}{3}x^2$. **D.** $y' = \dfrac{1}{12}x^4 + x$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (1;-2;0)$. **B.** $\vec{u} = (3;1;2)$. **C.** $\vec{u} = (1;-2;2)$. **D.** $\vec{u} = (-1;2;2)$.

Câu 28. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Câu 29. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\log_a b > 1$. **B.** $\log_b a < 0$. **C.** $\log_a b > \log_b a$. **D.** $\log_b a > \log_a b$.

Câu 30. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 23ab$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_5(a+b) = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b$. **B.** $\ln\dfrac{a+b}{5} = \dfrac{\ln a + \ln b}{2}$.

C. $2\log\dfrac{a+b}{5} = \log a + \log b$. **D.** $2\log_5(a+b) = 1 + \log_5 a + \log_5 b$.

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[-1;0]$, $F(-1) = -1$, $F(0) = 0$ và $\displaystyle\int_{-1}^{0} 2^{3x} F(x)\,\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} 2^{3x} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{1}{8} - 3\ln 2$. **B.** $I = \dfrac{1}{8} + \ln 2$. **C.** $I = \dfrac{1}{8} + 3\ln 2$. **D.** $I = \dfrac{1}{8} + 3\ln 2$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(1;8;0)$, $C(0;0;3)$ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất, với G là trọng tâm tam giác ABC. Biết $G(a;b;c)$, hãy tính $T = a+b+c$.

A. $T = 7$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 12$. **D.** $T = 6$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x+3}$ có đồ thị là đường cong $(\mathscr{C})$. Đường thẳng có phương trình $y = ax+b$ là tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ cắt trục hoành tại A, cắt trục tung tại B sao cho tam giác OAB là tam giác vuông cân tại O, với O là gốc tọa độ. Khi đó $S = a+b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -2$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = -3$.

Câu 34. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 10$ cm, $AB = 6$ cm. Quay tam giác ABC quanh AB ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \dfrac{4216\pi}{27}$ cm^3. **B.** $V = \dfrac{325\pi}{2}$ cm^3. **C.** $V = \dfrac{550\pi}{9}$ cm^3. **D.** $V = 200\pi$ cm^3.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 1$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = a+b+c$.

A. $S = 0$. **B.** $S = \dfrac{14}{5}$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = \dfrac{12}{5}$.

Câu 36. Từ phương trình $(1+\sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Một người gởi vào ngân hàng 200 triệu với lãi suất ban đầu 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng thêm 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 239,5 triệu. **B.** 238 triệu. **C.** 238,5 triệu. **D.** 239 triệu.

Câu 38. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz+1-i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r = 20$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = 22$. **D.** $r = 4$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\dfrac{1}{2};2\right]$. Tính $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \dfrac{f(x)}{x}\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{3}{2}$. **B.** $I = -\dfrac{3}{2}$. **C.** $I = \dfrac{9}{2}$. **D.** $I = -\dfrac{9}{2}$.

Câu 40. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2018;2018)$ để hàm số $y = (2m-1)x - (3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 4. **B.** 4014. **C.** 218. **D.** 3.

Câu 41. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được phát 2 suất quà khác loại (ví dụ: 1 chiếc áo và 1 thùng sữa). Trong số các em nhận quà có hai em Việt và Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 42. Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M'. Số phức $z(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N'. Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|$.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{5}{\sqrt{34}}$. **D.** $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=\frac{x}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-1;1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y = mx-m-1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho AM^2+AN^2 nhỏ nhất.

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Câu 44. Cho hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2a+4b-3$ là

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

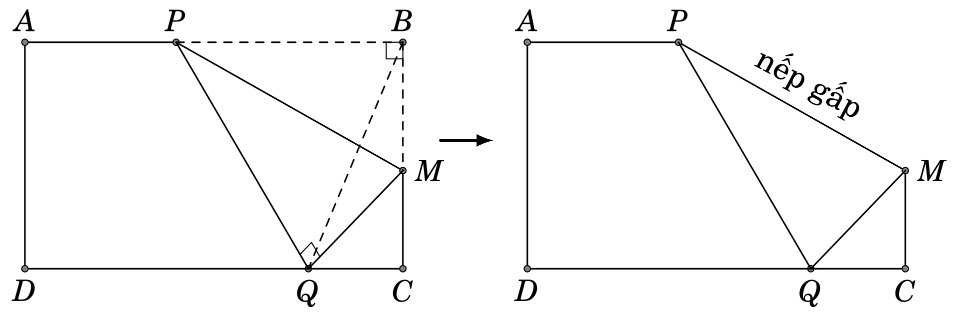
Câu 45. Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy $A4$ trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ $A4$ thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được lãi nhiều nhất?

A. 7 máy. **B.** 6 máy. **C.** 5 máy. **D.** 4 máy.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC.

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

Câu 47. Cho một tờ giấy hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AB=9$(cm) và chiều rộng $BC=6$(cm). Gấp tờ giấy một lần sao cho khi gấp ta được đỉnh B nằm trên cạnh CD (xem hình sau).



Để độ dài nếp gấp PM là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?

A. $PM = \dfrac{9}{2}$(cm). **B.** $PM = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$(cm).

C. $PM = \dfrac{9(\sqrt{15}-\sqrt{3})}{2}$(cm). **D.** $PM = \dfrac{27-9\sqrt{5}}{2}$(cm).

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $AB = 2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120°. Hai mặt phẳng SAB và SAD cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính khoảng cách h từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $h = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $h = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $h = 3a$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(0)=0$, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{4}$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{4}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{\pi}{4}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm $M(1;6;4)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C (khác gốc tọa độ) sao cho $OA = OB = OC$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** C	**11** D	**16** C	**21** D	**26** B	**31** C	**36** C	**41** C	**46** A
2 A	**7** D	**12** A	**17** C	**22** D	**27** A	**32** D	**37** B	**42** B	**47** B
3 A	**8** D	**13** C	**18** D	**23** A	**28** A	**33** D	**38** B	**43** B	**48** B
4 D	**9** D	**14** C	**19** B	**24** D	**29** D	**34** C	**39** A	**44** A	**49** A
5 D	**10** D	**15** C	**20** A	**25** D	**30** D	**35** B	**40** D	**45** C	**50** D

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

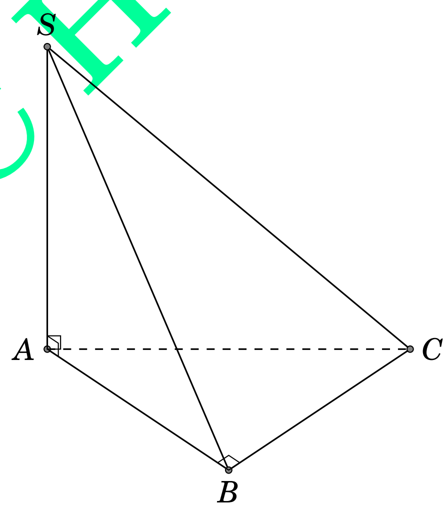
Câu 1.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC$ và $\triangle SAB$ vuông tại A.

Mặt khác $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B.

Theo giả thiết $\triangle ABC$ là tam giác vuông tại B.

Vậy hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.



Chọn đáp án B

Câu 2. Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm và đổi dấu 3 lần.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án A

Câu 3. Ta có $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^{6} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Suy ra $\displaystyle\int_0^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = 4$.

Chọn đáp án A

Câu 4. $\lim \dfrac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \lim \dfrac{n\left(5\sqrt{3+\dfrac{1}{n}}\right)}{n\left(6+\dfrac{4}{n}\right)} = \dfrac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6. \end{cases}$

Vậy $T = a + b = 11$.

Chọn đáp án (D)

Câu 5. Ta có $2\vec{a} = (4;-10;6) \Rightarrow \vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a} = (-4;12;-7)$.

Chọn đáp án (D)

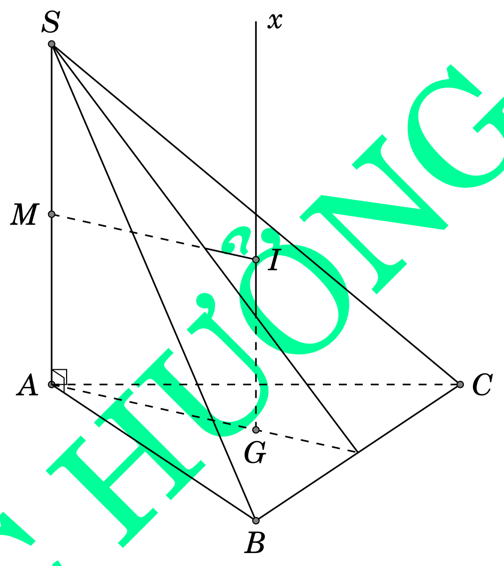
Câu 6.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC, dựng trục Gx của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó $Gx \parallel SA$. Trong mặt phẳng (SAG) dựng đường trung trực cạnh SA, cắt Gx tại I.

Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và bán kính là $R = \sqrt{SM^2 + MI^2}$.

Mà $MI = AG = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $SM = \dfrac{1}{2}SA = \dfrac{a}{2}$.

Nên $R = \sqrt{\dfrac{3a^2}{9} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.



Chọn đáp án (C)

Câu 7. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC nhận $\overrightarrow{CB} = (1;2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó (α) có phương trình là $x - 2 + 2(y+1) + 5(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án (D)

Câu 8. Mệnh đề " Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai " là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (D)

Câu 9. Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$, nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Chọn đáp án (D)

Câu 10. Ta có $9^x - 3\cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \log_3 2$.

Vậy $A = 2x_1 + 3x_2 = 3\log_3 2$.

Chọn đáp án (D)

Câu 11. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = -1$.
- Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án D

Câu 12. Ta có $\overline{z} = \dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i} = -4-4i$.

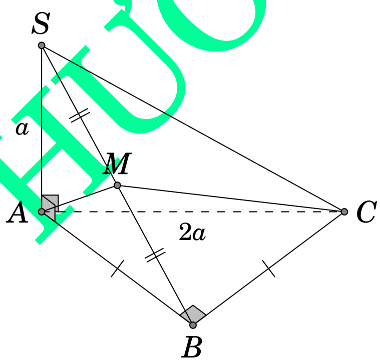
Suy ra $z = -4+4i$; do đó $w = z - i\overline{z} = -8+8i$.

Vậy $|w| = |z - i\overline{z}| = \sqrt{(-8)^2+8^2} = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 13.

Đặt $BA = BC = x > 0$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông BAC ta có



$$x^2 + x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot SA = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot a\sqrt{2}\cdot a\sqrt{2}\cdot a = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt).}$$

Ta có $\dfrac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMC} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABC} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a^3}{3} = \dfrac{a^3}{6}$ (đvtt).

Chọn đáp án C

Câu 14. Ta có $\displaystyle\int (x+1)^3\,\mathrm{d}x = \int (x+1)^3\,\mathrm{d}(x+1) = \frac{1}{4}(x+1)^4 + C$.

Chọn đáp án C

Câu 15. Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x+2} > 9^{x-1008} &\Leftrightarrow 3^{x+2} > 3^{2x-2016} \\ &\Leftrightarrow x+2 > 2x-2016 \\ &\Leftrightarrow x < 2018. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C

Câu 16. Ta có

$$\begin{aligned} 2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right) = 1 &\Leftrightarrow \sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ 4x-\dfrac{\pi}{3} = \pi-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{7\pi}{24}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)

Câu 17. Ta có thể tích V được tính bởi

$$V=\pi\int_0^2 (x-2)^4\,\mathrm{d}x=\pi\cdot\frac{(x-2)^5}{5}\Big|_0^2=\pi\left[\frac{(2-2)^5}{5}-\frac{(0-2)^5}{5}\right]=\frac{32\pi}{5}.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 18. Ta có $R=\mathrm{d}(O,(P))=\dfrac{|-6|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=2$.

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2=4$.

Chọn đáp án (D)

Câu 19. Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0, \forall x\neq\dfrac{1}{2}$ nên $M=y(-2)=\dfrac{1}{5}$ và $m=y(0)=-1$.

Do đó $5M+m=0$.

Chọn đáp án (B)

Câu 20. Ta có $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t$.

Với $x=0\Rightarrow t=0, x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

Do đó $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,\mathrm{d}t}{2\sqrt{\cos^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,\mathrm{d}t}{2\cos t}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t$.

Chọn đáp án (A)

Câu 21. Ta có: đồ thị có hai tiệm cận ngang nếu hai giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y$ cùng tồn tại.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2+5}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+3}{|x|\sqrt{m-\dfrac{1}{x^2}}}=\sqrt{m}$ tồn tại nếu $m>0$.

Tương tự, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\sqrt{m}$ tồn tại nếu $m>0$.

Chọn đáp án (D)

Câu 22. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $m=-5$ hoặc $m=3$ thì đồ thị cắt đường thẳng $y=m$ tại hai điểm nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục Oy.

Chọn đáp án (D)

Câu 23. Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là C_7^3.

Chọn đáp án (A)

Câu 24. Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Chọn đáp án (D)

Câu 25. Nhận thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số $a>0$ nên đồ thị đã cho là của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

Chọn đáp án (D)

Câu 26. Ta có: $y = \frac{1}{3}x^3 + 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 0 = x^2$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

Chọn đáp án A

Câu 28. Ta có $\overline{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i$.

Từ đó suy ra phần thực của z bằng 3, phần ảo của z bằng 2.

Chọn đáp án A

Câu 29. Với $a, b \in (0;1)$, ta có $\log_a b < \log_a a = 1$; $\log_b a > \log_b b = 1$.

Do đó ta có $\log_a b < \log_b a$.

Chọn đáp án D

Câu 30. Ta có $a^2 + b^2 = 23ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 25ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{5}\right)^2 = ab$ (*)

- Lấy lôgarit thập phân hai vế của (*), ta có
  $2\log\frac{a+b}{5} = \log a + \log b$.
- Lấy lôgarit tự nhiên hai vế của (*), ta được
  $2\ln\frac{a+b}{5} = \ln(ab) = \ln a + \ln b \Rightarrow \ln\frac{a+b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.
- Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của (*) ta được
  $2\left[\log_5(a+b) - \log_5 5\right] = \log_5(ab) \Leftrightarrow 2\left[\log_5(a+b) - 1\right] = \log_5 a + \log_5 b$
  $\Leftrightarrow \log_5(a+b) = \frac{1}{2}\left(\log_5 a + \log_5 b\right) + 1 = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b$.
- Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của (*), ta được
  $2\left[\log_5(a+b) - \log_5 5\right] = \log_5(ab) \Leftrightarrow 2\log_5(a+b) = 2 + \log_5 a + \log_5 b$.

Chọn đáp án D

Câu 31. $I = \int\limits_{-1}^{0} 2^{3x} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{0} 2^{3x}\,\mathrm{d}(F(x)) = 2^{3x}F(x)\Big|_{-1}^{0} - 3\ln 2 \int\limits_{-1}^{0} 2^{3x}F(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{8} + 3\ln 2$.

Chọn đáp án C

Câu 32. Gọi $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$ với $m, n > 0$.

Khi đó phương trình của (ABC): $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{3} = 1$.

Vì $M \in (ABC)$ nên $\frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1$. Kết hợp với điều kiện $m > 0$, $n > 0$ suy ra $m > 1$ và $n > 8$.

Cũng từ trên ta có $m = \frac{n}{n-8}$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $\left(\frac{m}{3}; \frac{n}{3}; 1\right)$.

$OG^2 = \left|\overrightarrow{OG}\right|^2 = \left(\frac{m}{3}\right)^2 + \left(\frac{n}{3}\right)^2 + 1^2 = \frac{1}{9}\left[\left(\frac{n}{n-8}\right)^2 + n^2\right] + 1$.

Xét hàm số $f(n)=\left(\dfrac{n}{n-8}\right)^2+n^2$ với $n>8$.

Ta có $f'(n)=2\cdot\dfrac{n}{n-8}\cdot\dfrac{-8}{(n-8)^2}+2n=2n\left[\dfrac{-8}{(n-8)^3}+1\right]$.

$f'(n)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=0\\n=10\end{array}\right.\Leftrightarrow n=10.$

Bảng biến thiên

n	8		10		$+\infty$
$f'(n)$		$-$	0	$+$	
$f(n)$	$+\infty$	$\searrow$	125	$\nearrow$	$+\infty$

OG đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(n)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Điều này xảy ra khi $n=10$; lúc đó $m=5$ và $G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3};1\right)$.

Vậy $T=a+b+c=6$.

Chọn đáp án D

Câu 33. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm, $x_0\neq-\dfrac{3}{2}$.

$y'(x)=\dfrac{-1}{(2x+3)^2}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$.

Kết hợp với giả thiết tam giác OAB vuông cân, ta được $y'(x_0)=-1$.

Điều này tương đương với $\dfrac{-1}{(2x_0+3)^2}=-1$. Từ đó ta giải được $\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\x_0=-2.\end{array}\right.$

Với $x_0=-1\Rightarrow y_0=1$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y=-1(x+1)+1\Leftrightarrow y=-x$ (loại vì tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ).

Với $x_0=-2\Rightarrow y_0=0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y=-1(x+2)+0\Leftrightarrow y=-x-2$.

Vậy $S=-3$.

Chọn đáp án D

Câu 34.

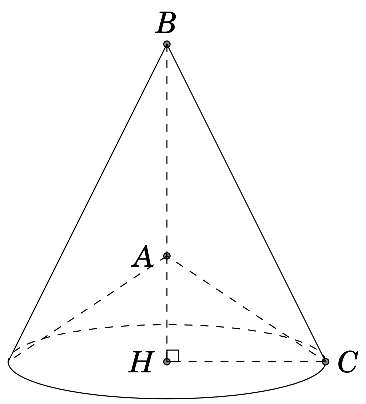
Gọi H là chân đường cao kẻ từ C.

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{\triangle ABC}=5\sqrt{11}$.

Suy ra $HC=\dfrac{2S_{\triangle ABC}}{AB}=\dfrac{5\sqrt{11}}{3}; AH=\sqrt{AC^2-HC^2}=\dfrac{7}{3}$;

$HB=AB+AH=\dfrac{25}{3}$.

Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón có các đường cao là BH,AH và chung đáy có tâm là H, bán kính HC.



Ta có

$$V=V_1-V_2=\frac{1}{3}BH\cdot\pi HC^2-\frac{1}{3}AH\cdot\pi HC^2=\frac{1}{3}AB\cdot HC^2=\frac{550}{9}\pi\ \text{cm}^3.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 35. Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=(-6x+6;-6y+24;-6z-18)$.

$$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=4\\z=-3\end{cases}\Rightarrow I(1;4;-3).$$

Gọi K là tâm của mặt cầu (S). Suy ra $K(1;1;1)$.

IK là đường thẳng qua K và nhận $\overrightarrow{IK}$ làm véc-tơ chỉ phương, IK có phương trình $\begin{cases}x=1\\y=1+3t\\z=1-4t\end{cases}$.

Gọi P, Q là giao điểm của IK và (S). Từ hệ $\begin{cases}x=1\\y=1+3t\\z=1-4t\\(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\end{cases}$ ta tìm được $P\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right)$

và $Q\left(1;\frac{2}{5};\frac{9}{5}\right)$. Suy ra $IP=\left|\overrightarrow{IP}\right|=4$, $IQ=\left|\overrightarrow{IQ}\right|=6$.

Ta có $T=3MA^2+2MB^2+MC^2$

$$=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=6MI^2+2\overrightarrow{MI}\cdot\left(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+3IA^2+2IB^2+IC^2$$

$$=6MI^2+3IA^2+2IB^2+IC^2.$$

Do đó, T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất, lúc đó $MI=\min\{IP;IQ\}=IP$.

Tức $M\equiv P$. Vậy $S=1+\frac{8}{5}+\frac{1}{5}=\frac{14}{5}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 36.

Ta có $(1+\sqrt{5})(\sin x-\cos x)+\sin 2x-1-\sqrt{5}=0$

$$\Leftrightarrow-(\sin x-\cos x)^2+(1+\sqrt{5})(\sin x-\cos x)-\sqrt{5}=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x-\cos x=1\\\sin x-\cos x=\sqrt{5}\text{(vô nghiệm vì }\sqrt{5}>\sqrt{2})\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\sin x-\cos x=1$$

$$\Leftrightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 37. Đặt $a=200$, $b=1+\frac{4}{100}$, $m=\frac{0{,}3}{100}$. Số tiền người đó nhận được

- sau năm thứ nhất: $a+a\frac{4}{100}=ab$.

- sau năm thứ hai: $ab + ab\left(\frac{4}{100} + \frac{0,3}{100}\right) = ab(b+m)$. Lập luận tương tự, số tiền nhận được
- sau năm thứ ba: $ab(b+m)(b+2m)$.
- sau năm thứ tư: $ab(b+m)(b+2m)(b+3m) \approx 238,04$ triệu.

Chọn đáp án B

Câu 38. Ta có $w = iz + 1 - i \Leftrightarrow w + i = i(z - i)$. Suy ra $|w + i| = |i||z - i| = 5$.
Vậy tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $r = 5$.
Chọn đáp án B

Câu 39. Ta có $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ và $f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = 3 \cdot \frac{1}{x}$. Suy ra $f(x) = \frac{2}{x} - x$.
$I = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{f(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}$.
Chọn đáp án A

Câu 40. Ta có $y' = (2m-1) + (3m+2)\sin x$.
Vì m nguyên nên $3m + 2 \neq 0$. Ta xét hai trường hợp sau:

- TH1: $3m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$.
  Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
  Điều này tương đương với $\sin x \leq \frac{1-2m}{3m+2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hay $\frac{1-2m}{3m+2} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{5}$.
  Trong trường hợp này không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

- TH2: $3m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$.
  Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
  Điều này tương đương với $\sin x \geq \frac{1-2m}{3m+2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hay $\frac{1-2m}{3m+2} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -3$.
  Vậy trong trường hợp này có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -3$, $m = -2$, $m = -1$.

Chọn đáp án D

Câu 41. Từ đề bài, mỗi em học sinh được nhận quà có thể nhận được một trong ba trường hợp sau:

- Loại I: 1 chiếc áo, 1 thùng sữa.
- Loại II: 1 chiếc áo, 1 cặp sách.
- Loại III: 1 thùng sữa, 1 cặp sách.

Gọi x,y,z lần lượt là số lượng của từng phần quà loại I, loại II, loại III.

Khi đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=7 \\ x+z=9 \\ y+z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=3. \end{cases}$

Số cách chọn 2 phần quà trong 10 phần quà $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^2$.

Gọi A là biến cố hai em Việt và Nam nhận được quà giống nhau.

Số cách chọn 2 phần quà giống nhau trong 10 phần quà là $\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_3^2=n(A)$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Đặt $z=a+bi$. Khi đó, các điểm M,M',N,N' lần lượt có tọa độ $M(a,b),M'(a,-b),N(4a-3b,3a+4b),N'(4a-3b,-3a-4b)$. Vì M,M',N,N' lần lượt là 4 đỉnh của một hình chữ nhật nên có 2 trường hợp xảy ra.

- Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.
- Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

Ta có $P=|z+4i-5|=|z-(5-4i)|$. Đặt $K(5;-4)$. Khi đó $P=|MK|$.

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo của hình chữ nhật.

Vì M đối xứng với M' qua trục Ox, N đối xứng với N' qua trục Ox nên I thuộc trục Ox hay điểm I có tung độ bằng 0.

Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.

Tung độ của điểm I bằng 0 nên $-3a-3b=0 \Leftrightarrow a+b=0$.

Do đó điểm M thuộc đường thẳng $d_1: x+y=0$.

Đoạn MK ngắn nhất có độ dài bằng khoảng cách từ điểm K đến đường thẳng d_1 và bằng

$$\frac{|5\cdot 1-4\cdot 1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

.

Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

Tương tự trường hợp 1, ta được điểm M thuộc đường thẳng $d_2: 3x+5y=0$. Đoạn thẳng MK ngắn nhất có độ dài là $\dfrac{|3\cdot 5+5\cdot(-4)|}{\sqrt{3^2+5^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{34}}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án B

Câu 43. Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và d là

$$\frac{x}{1-x}=mx-m-1 \Leftrightarrow mx^2-2mx+m+1=0. \qquad (*)$$

Để (C) cắt đường thẳng d tại 2 điểm phân biệt thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Delta' = -m$. Để $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thì $m < 0$.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $(*)$. Khi đó $x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = 1 + \dfrac{1}{m}$.

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ lần lượt là giao điểm của (C) và d. Ta có $\overrightarrow{AM} = (x_1 + 1; y_1 - 1), \overrightarrow{AN} = (x_2 + 1; y_2 - 1)$.

$$\begin{aligned}P = AM^2 + AN^2 &= (x_1+1)^2 + (y_1-1)^2 + (x_2+1)^2 + (y_2-1)^2 \\ &= (x_1^2 + x_2^2) + 2(x_1+x_2) + 2 + (y_1^2 + y_2^2) - 2(y_1 - y_2) + 2 \\ &= (x_1+x_2)^2 + (y_1 + y_2^2) + +2(x_1+x_2) - 2(y_1-y_2) + 2 - 2(x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2) \\ &= (x_1 + x_2 + 1)^2 + (y_1 + y_2 - 1)^2 + 2 - 2(x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2).\end{aligned}$$

Thay

$$x_1 + x_2 = 2; y_1 + y_2 = -2; x_1 \cdot x_2 = 1 + \frac{1}{m}; y_1 \cdot y_2 = \frac{x_1 \cdot x_2}{(1-x_1)(1-x_2)}.$$

Ta được

$$\begin{aligned}P &= (2+1)^2 + (-2-1)^2 - 2x_1x_2\left(1 + \frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)}\right) \\ &= 20 - 2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\left(1 + \frac{1}{1 - 2 + 1 + \frac{1}{m}}\right) \\ &= 20 - 2\left(1 + \frac{1}{m}\right)(1+m) \\ &= 20 - 2\left(m + \frac{1}{m} + 2\right) = 16 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right).\end{aligned}$$

Đặt

$$f(m) = 16 - 2 \cdot \left(m + \frac{1}{m}\right) \Rightarrow f'(m) = -2 + \frac{2}{m^2}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Xét $f(m)$ trên $(-\infty; 0)$.

Bảng biến thiên:

m	$-\infty$		-1		0
$f'(m)$		$-$	0	$+$	
$f(m)$	$+\infty$	$\searrow$	16	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, $f(m)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -1$.

Chọn đáp án B

Câu 44. Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a + b \geq a^2 + b^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}.$$

Gọi
$$(C)\colon \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}.$$
Ta có
$$P=2a+4b-3\Leftrightarrow 2a+4b-3-P=0.$$
Đặt $\Delta_P: 2x+4y-3-P=0$. Để P đạt giá trị lớn nhất thì Δ_P tiếp xúc với (C).

Ta có
$$d(I,\Delta_P)=\frac{|2x_0+4y_0-3-P|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow|-P|=\sqrt{10}.$$
Vậy P lớn nhất bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án A

Câu 45. Gọi n là số máy mà xưởng sử dụng với $1\le n\le 8$. Chi phí bảo trì, vận hành n máy là $50n$ (nghìn đồng).

Số giờ mà n máy phải chạy để in được 50000 bản là $\dfrac{50000}{4000n}$.

Chi phí in ấn của n máy để in hết 50000 bản là $20\cdot(3n+5)\cdot\dfrac{50000}{4000n}$ (nghìn đồng).

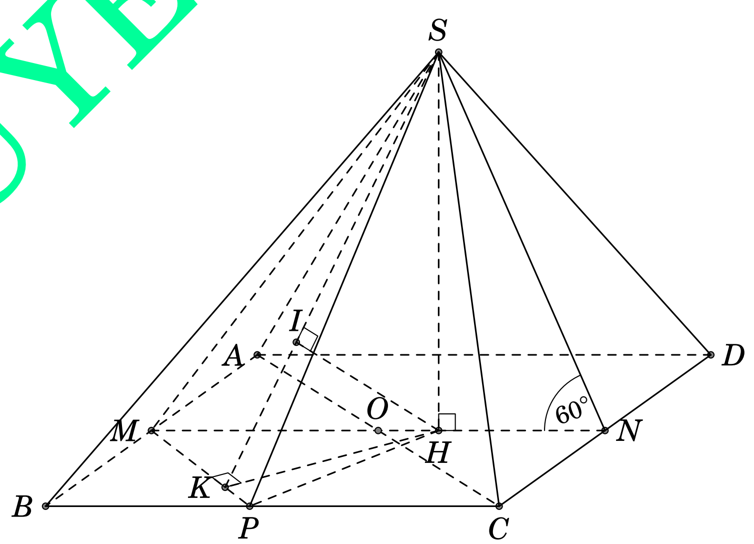
Tổng chi phí mà xưởng sử dụng để in hết 50000 bản là
$$f(n)=50n+20\cdot(3n+5)\cdot\frac{50000}{4000n}=50n+750+\frac{1250}{n}.$$
Ta có $f'(n)=50-\dfrac{1250}{n^2}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow n=\pm5$.

Ta có $f(1)=2050; f(5)=1250; f(8)=1306,25$.

Vậy chi phí nhỏ nhất để in 50000 khổ $A4$ là khi xưởng sử dụng 5 máy.

Chọn đáp án C

Câu 46.



Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, vì $SA=SB$ nên $HA=HB$. Do đó H nằm trên đường trung trực của AB, mà M là trung điểm AB suy ra MH là trung trực của AB. Gọi $N=$

$MH \cap CD$ suy ra N là trung điểm của CD.

Xét ΔSMN ta có $SM = a\sqrt{3}, MN = 2a, \widehat{SNM} = 60^\circ$. Áp dụng định lí sin ta được

$$\frac{MN}{\sin(\widehat{MSN})} = \frac{SM}{\sin(\widehat{SNM})} \Rightarrow \sin(\widehat{MSN}) = 1 \Rightarrow \widehat{MSN} = 90^\circ.$$

Vậy ΔSMH vuông tại S và SH là đường cao. Suy ra

$$MH \cdot MN = MS^2 \Rightarrow MH = \frac{MS^2}{MN} = \frac{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2a} = \frac{3}{4} \cdot 2a \Rightarrow MH = \frac{3}{4} \cdot MN. \quad (1)$$

Gọi P là trung điểm của BC, suy ra $MP \perp BD$. (2)

Gọi K là điểm thuộc MP sao cho $MK = \frac{3}{4} \cdot MP$. (3)

Từ (1) và (3), áp dụng định lí Talet cho tam giác MNP, suy ra $HK \parallel PN \parallel BD$. (4)

Từ (2) và (4), suy ra $HK \perp MP$.

Gọi I là hình chiếu của H lên SK, suy ra $IH \perp (SMP)$. Ta lại có

$$SH = HN \tan 60^\circ = \frac{1}{4} MN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } HK = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} BD = \frac{3a}{2\sqrt{5}}.$$

Vì $AC \parallel MP \Rightarrow AC \parallel (SMP)$ nên

$$d(AC, SM) = d(AC, (SMP)) = d(O, (SMP)) = \frac{2}{3} d(H, (SMP)) = \frac{2}{3} IH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án A

Câu 47. Đặt $PB = x, BM = MQ = y$ với $0 < x < 9$ và $0 < y < 6$. Suy ra

$$MC = 6 - y, QC = \sqrt{12y - 36}, QB = \sqrt{12y}.$$

Ta chứng minh được $PM \perp BQ$ nên suy ra

$$PM = \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \cdot \frac{xy}{\sqrt{12y}} = \frac{xy}{\sqrt{3y}} \Rightarrow x^2 = \frac{3y^2}{y - 3}.$$

Khi đó

$$PM = \sqrt{\frac{3y^2}{y-3} + y^2} = \sqrt{\frac{y^3}{y-3}} = \sqrt{f(y)}.$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{y^3}{y-3}$ với $3 < y < 6$. Ta có

$$f'(y) = \frac{y^2(2y-9)}{(y-3)^2} \Rightarrow f'(y) = 0 \Rightarrow y = \frac{9}{2} \in (3;6).$$

Bảng biến thiên

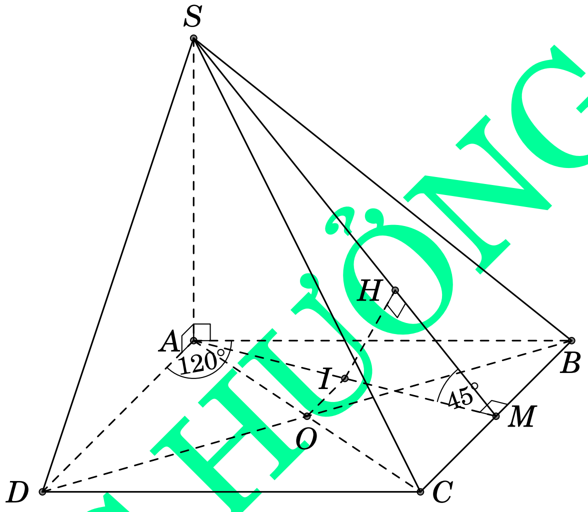
y	3		$\frac{9}{2}$		6
$f'(y)$		$-$	0	$+$	
$f(y)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{243}{4}$	$\nearrow$	72

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(y)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{243}{4}$ khi $y=\frac{9}{2}$.

Do đó PM đạt giá trị nhỏ nhất $\sqrt{\frac{243}{4}}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 48.



Vì $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$. Từ giả thiết ta suy ra ΔABC đều và ΔSBC cân tại S. Gọi M là trung điểm của BC. Ta có $AM\perp BC$ và $SM\perp BC$ do đó $((SBC),(ABCD))=\widehat{SMA}=45°$.

Gọi I là trung điểm của AM suy ra $OI\parallel BC\Rightarrow OI\parallel(SBC)$. Do đó $d(O,(SBC))=d(I,(SBC))$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SM, ta có $d(I,(SBC))=IH$.

Vì ΔABC đều và ΔSAM vuông cân nên

$AM=SA=\frac{2a\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=3a\Rightarrow SM=3a\sqrt{2}$.

Vì $\Delta HIM\sim\Delta SAM$ nên $IH=\frac{IM\cdot SA}{SM}=\frac{\frac{1}{2}3a\cdot 3a}{3a\sqrt{2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án B

Câu 49. Xét $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cdot f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$, đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=\sin x\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\,\mathrm{d}x\\ v=-\cos x\end{cases}$.

Ta có $I=-f(x)\cdot\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\cdot f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\cdot f'(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$.

Suy ra $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}-2\cos x\cdot f'(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{2}$, theo giả thiết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$, mặt khác $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$.

Do đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}[f'(x)-\cos x]^2\,\mathrm{d}x=0\Rightarrow f'(x)=\cos x\Rightarrow f(x)=\sin x+C$ vì $f(0)=0\Rightarrow f(x)=\sin x$.

Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$.

Chọn đáp án A

Câu 50. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại $A(a;0;0),B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Khi đó phương trình (α): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $OA = OB = OC$ nên $|a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = -b \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} b = c \\ b = -c \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = -c \\ a = -b = c \end{array}\right.$.

- Với $a = b = c$ ta có (α): $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{a} + \dfrac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - a = 0$. Vì (α) đi qua $M(1;6;4)$ nên $1 + 6 + 4 - a = 0 \Rightarrow a = 11$.

  Vậy (α): $x + y + z - 11 = 0$.

  Tương tự ba trường hợp còn lại.

- Với $a = b = -c$ ta có (α): $x + y - z - 3 = 0$

- Với $a = -b = -c$ ta có (α): $x - y - z + 9 = 0$

- Với $a = -b = c$ ta có (α): $x - y + z + 1 = 0$

  Vậy có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án D