GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 037

(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề Thi thử Sở giáo dục Bà Rịa Vũng tàu - Lần 2 - 2018)

Mã đề thi 037

Họ và tên thí sinh:................................

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=1$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+4}$ là

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(0;16)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 3. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_a \sqrt[3]{a}$.

A. $I=\dfrac{1}{3}$. **B.** $I=3$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-3$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn cho số phức nào sau đây?

A. $z=2-3i$. **B.** $z=2+3i$. **C.** $z=3-2i$. **D.** $z=-3+2i$.

Câu 5. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(3;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;-1)$ và $B(1;-1;9)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $I(3;1;4)$. **B.** $I(2;2;-5)$. **C.** $I(2;6;-10)$. **D.** $I(-1;-3;-5)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(1;3;1)$, đường thẳng nào dưới đây nhận $\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương?

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+3t \\ z=1-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=2-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+3t \\ z=-4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+5t \\ z=-4-3t \end{cases}$.

Câu 8. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA=SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 10. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 50$ cm và có chiều cao $h = 50$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2500\pi\,\text{cm}^2$. **B.** $5000\pi\pi\,\text{cm}^2$. **C.** $2500\pi\,\text{cm}^2$. **D.** $5000\pi\,\text{cm}^2$.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n).

A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n+1}$. **C.** $u_n = 3^{n-1}$. **D.** $u_n = n^{n+1}$.

Câu 12. Hàm số $F(x) = x^2 + \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + \cos x$. **B.** $f(x) = 2x + \cos x$. **C.** $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \cos x$. **D.** $f(x) = 2x - \cos x$.

Câu 13. Tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right) \mathrm{d}x$ bằng

A. $I = \ln 2 + 2$. **B.** $I = \ln 2 + 1$. **C.** $I = \ln 2 - 1$. **D.** $I = \ln 2 + 3$.

Câu 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(3;4;2)$, $B(5;-1;0)$ và $C(2;5;1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $7x + 4y - 3z - 31 = 0$. **B.** $x + y + z - 9 = 0$.

C. $7x + 4y - 3z + 31 = 0$. **D.** $x + y + z - 8 = 0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 12 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $d: \dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y+10}{4} = \dfrac{z-4}{-2}$. Toạ độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là

A. $M(2;2;-2)$. **B.** $M(-7;-10;4)$. **C.** $M(1;2;-3)$. **D.** $M(2;-1;-3)$.

Câu 16. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là

A. $2\pi a^3$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $\dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = 1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = \mathrm{e}^{x^2-x}$ là

A. $(2x-1)\mathrm{e}^{x^2-x}$. **B.** $(x^2-x)\mathrm{e}^{2x-1}$. **C.** $(2x-1)\mathrm{e}^{2x-1}$. **D.** $(2x-1)\mathrm{e}^{x}$.

Câu 19. Số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ là nghiệm của phương trình $(1+2i)z - 8 - i = 0$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -1$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = -5$. **D.** $S = 5$.

Câu 20. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay hình (H) quanh trục hoành ta được vật thể có thể tích bằng

A. $\dfrac{9\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{7\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{5\pi}{31}$. **D.** $\dfrac{31\pi}{5}$.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{4x}{x+1} - x$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 22. Tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m+6)x - m$ có điểm cực trị là

A. $(-\infty;-3)\cup(6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-6)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3]\cup[6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-6]\cup[3;+\infty)$.

Câu 23. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{1-x^2}}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24. Phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 3 = 0$ (m là tham số) có đúng bốn nghiệm khi và chỉ khi

A. $m < 7$. **B.** $m \leqslant 7$. **C.** $m < 3$. **D.** $3 < m < 7$.

Câu 25. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $(2-3x)^{15}$.

A. $-\mathrm{C}_{15}^{8}\cdot 2^8\cdot 3^7\cdot x^7$. **B.** $\mathrm{C}_{15}^{7}\cdot 2^8\cdot 3^7$. **C.** $-\mathrm{C}_{15}^{7}\cdot 2^8\cdot 3^7$. **D.** $-\mathrm{C}_{15}^{8}\cdot 2^8\cdot 3$.

Câu 26. Cho tập hợp $X = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập hợp A. Xác suất để số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau là

A. $\dfrac{1}{72}$. **B.** $\dfrac{1}{36}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P)\colon x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P)\colon x+5y+8z+16=0$.

C. $(P)\colon x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P)\colon 2x+y-6=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-12=0$ và hai điểm $A(5;10;21)$, $B(1;3;16)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P). Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 13. **D.** 9.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z-1}{2}$ và điểm $I(1;-2;5)$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

A. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2=40$. **B.** $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2=49$.

C. $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2=69$. **D.** $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2=64$.

Câu 30. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = AC = 6$, $BC = 8$. Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (ABC) bằng 2. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. $\dfrac{404\pi\sqrt{505}}{75}$. **B.** $\dfrac{2196\pi}{75}$. **C.** $\dfrac{404\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{324\pi}{5}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a\sqrt{5}$, $BC = 3a$. Cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{10}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2023)$ của phương trình lượng giác $\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8=4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. $\dfrac{310408}{3}\pi$. **B.** 102827π. **C.** $\dfrac{312341}{3}\pi$. **D.** 104760π.

Câu 33. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)+\log_4(x-5)^2+\log_{\frac{1}{2}}8=0$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 34. Giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-3\log_3 x+3m-5=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3)=72$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\dfrac{5}{3};0\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{10}{3};5\right)$.

Câu 35. Cho số phức $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2-i-|z|(1-i)=0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Hỏi M thuộc đường thẳng nào sau đây?

A. $x-y+5=0$. **B.** $x-y+2=0$. **C.** $x+y-2=0$. **D.** $x+y+1=0$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=\sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $P=|z+i|^2-|z-2|^2$. Tính $A=m+M$.

A. $A=-3$. **B.** $A=-2$. **C.** $A=5$. **D.** $A=10$.

Câu 37. Cho biết $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=2$, $\displaystyle\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x=-3$. Giá trị của $M=\displaystyle\int_a^b [5f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $M=6$. **B.** $M=1$. **C.** $M=5$. **D.** $M=9$.

Câu 38. Gọi (H) là hình giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$ và trục hoành. Diện tích của hình (H) bằng

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $2-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và thỏa $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x=10$, $3f(1)-f(0)=12$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=-2$.

Câu 40. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2^x+1}\,\mathrm{d}x$.

A. $I=10$. **B.** $I=\dfrac{10}{3}$. **C.** $I=20$. **D.** $I=5$.

Câu 41. Cho 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là

A. $P = \frac{5}{6}$. **B.** $P = \frac{1}{2}$. **C.** $P = \frac{5}{7}$. **D.** $P = \frac{3}{4}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^9 + 3x^3 - 9x = m + 3\sqrt[3]{9x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tích tất cả phần tử của tập S là

A. -1. **B.** -64. **C.** -81. **D.** -121.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị nhận hai điểm $A(1;3)$ và $B(3;-1)$ làm hai điểm cực trị. Khi đó số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|ax^2|x| + bx^2 + c|x| + d\right|$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, G là trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa mặt bên với đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AC và BB'. Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi = \frac{1}{4}$. **B.** $\cos\varphi = \frac{1}{3}$. **C.** $\cos\varphi = \frac{2}{5}$. **D.** $\cos\varphi = \frac{2}{3}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(3;7;1)$, $B(8;3;8)$ và $C(-2;5;6)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3 và (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng 6. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đi qua C và tiếp xúc đồng thời cả hai mặt cầu (S_1), (S_2)?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là khoảng $(a;b)$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -5$. **B.** $S = -\frac{29}{6}$. **C.** $S = -\frac{11}{6}$. **D.** $S = \frac{3}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C), điểm M thay đổi thuộc đường thẳng $d: y = 1 - 2x$ sao cho qua M có hai tiếp tuyến của (C) với hai tiếp điểm tương ứng là A, B. Biết rằng đường thẳng AB luôn đi qua điểm cố định là K. Độ dài đoạn thẳng OK là

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{58}$.

Câu 49. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1$; $u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng $\lim(u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2 - 2n) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50. Xét ba số thực a, b, c thay đổi thuộc đoạn $[0;3]$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=4|(a-b)(b-c)(c-a)|+(ab+bc+ca)-(a^2+b^2+c^2)$ là

A. 0. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{41}{2}$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** A	**11** A	**16** A	**21** B	**26** C	**31** C	**36** B	**41** B	**46** D
2 B	**7** C	**12** B	**17** B	**22** A	**27** A	**32** A	**37** B	**42** B	**47** A
3 A	**8** D	**13** A	**18** A	**23** A	**28** A	**33** C	**38** A	**43** D	**48** D
4 C	**9** A	**14** A	**19** A	**24** D	**29** A	**34** C	**39** B	**44** B	**49** A
5 A	**10** B	**15** A	**20** D	**25** C	**30** C	**35** D	**40** A	**45** A	**50** C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x-1}{x+1} = 2$, suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang.
Chọn đáp án B

Câu 2. Ta có $2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4$.
Chọn đáp án B

Câu 3. Ta có $I = \log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án A

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3-2i$.
Chọn đáp án C

Câu 5. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là $(0;1)$.
Chọn đáp án A

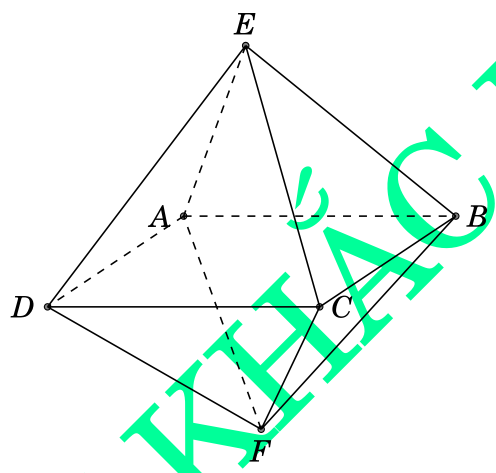
Câu 6. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $\begin{cases} x_I = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ y_I = \dfrac{3-1}{2} = 1 \\ z_I = \dfrac{-1+9}{2} = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

Câu 7. Đường thẳng $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+3t \\ z = -4+t \end{cases}$ nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án (C)

Câu 8. Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án (D)

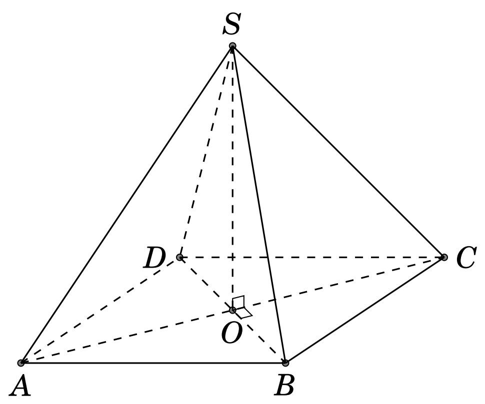
Câu 9.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án (A)

Câu 10. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 50 \cdot 50 = 5000\pi\pi\,\text{cm}^2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 11. Ta có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 3$.

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Vậy số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Chọn đáp án A

Câu 12. $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$.

Ta có $F'(x) = 2x + \cos x$.

Vậy hàm số $F(x) = x^2 + \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \cos x$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Ta có $I = \displaystyle\int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right) \mathrm{d}x = \left(\ln|x| + 2x\right)\Big|_1^2 = \ln 2 + 4 - 2 = \ln 2 + 2$.

Chọn đáp án A

Câu 14. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-5;-2)$; $\overrightarrow{AC} = (-1;1;-1)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận véc-tơ $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (7;4;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $7x + 4y - 3z - 31 = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 15. Toạ của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -7 + 3t & (1) \\ y = -10 + 4t & (2) \\ z = 4 - 2t & (3) \\ x + 2y - 3z - 12 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được $t = 3$.

Vậy $M(2;2;-2)$ là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P).

Chọn đáp án A

Câu 16. Ta có $R = a$, $h = 2a$ nên thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án A

Câu 17. Ta có $2^{2x^2-5x+3} = 1 = 2^0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B

Câu 18. Ta có $\left(\mathrm{e}^{x^2-x}\right)' = (x^2 - x)' \cdot \mathrm{e}^{x^2-x} = (2x-1)\mathrm{e}^{x^2-x}$.

Chọn đáp án A

Câu 19. Vì $(1+2i)z-8-i=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{8+i}{1+2i}=\dfrac{(8+i)(1-2i)}{1+4}=\dfrac{10-15i}{5}=2-3i$ nên $\begin{cases} a=2 \\ b=-3. \end{cases}$.

Vậy $S=a+b=-1$.

Chọn đáp án A

Câu 20. Ta có thể tích cần tính là $V=\pi\displaystyle\int_1^2 (x^2)^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_1^2 x^4\,\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_1^2=\frac{\pi}{5}(32-1)=\frac{31\pi}{5}$.

Chọn đáp án D

Câu 21. Ta có $f'(x)=\dfrac{4}{(x+1)^2}-1$; $\dfrac{4}{(x+1)^2}-1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;4] \\ x=-3\notin[0;4]. \end{array}\right.$.

$f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(4)=-\dfrac{4}{5}$. Vậy $\max\limits_{[0;4]} f(x)=f(1)=1$.

Chọn đáp án B

Câu 22. Ta có $y'=3x^2-2mx+m+6=0$.

Hàm số $y=x^3-mx^2+(m+6)x-m$ có điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m^2-3(m+6)>0 \Leftrightarrow m^2-3m-18>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>6. \end{array}\right.$

Chọn đáp án A

Câu 23. Điều kiện $1-x^2>0 \Leftrightarrow -1<x<1$. Do vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Xét $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{1-x^2}}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{(1-x)(1+x)}}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x}}=+\infty$. Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Xét $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{1-x^2}}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{(1-x)(1+x)}}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x}}=0$. Suy ra đường thẳng $x=-1$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án A

Câu 24. Ta có $x^4-4x^2+m-3=0 \Leftrightarrow x^4-4x^2-3=-m$.

Số nghiệm của phương trình $x^4-4x^2-3=-m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2-3$ và đường thẳng $y=-m$.

Xét hàm số $y=x^4-4x^2-3$ có $y'=4x^3-8x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2}. \end{array}\right.$.

Có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-7	↗	-3	↘	-7	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có 4 nghiệm thì $-7 < -m < -3 \Leftrightarrow 3 < m < 7$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Ta có $(2-3x)^{15} = \sum\limits_{k=0}^{15} C_{15}^{k} \cdot 2^{15-k} \cdot (-3x)^{k} = \sum\limits_{k=0}^{15} C_{15}^{k} \cdot 2^{15-k} \cdot (-3)^{k} \cdot x^{k}$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $k = 7$ nên hệ số cần tìm là $-C_{15}^{7} \cdot 2^{8} \cdot 3^{7}$.

Chọn đáp án C

Câu 26. Số các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X là $9! \Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi B : "Số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau".

Ta ghép hai số 1 và 2 thành một cặp, do vai trò của hai số như nhau nên ta có 2 cách ghép là 12 và 21.

Số các số tự nhiên có có 9 chữ số đôi một khác nhau mà hai số 1 và 2 đứng cạnh nhau là $2 \cdot 8! \Rightarrow n(B) = 2 \cdot 8!$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \dfrac{2 \cdot 8!}{9!} = \dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án C

Câu 27. Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;5;8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 28. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;2;1)$.

Vì đường thẳng Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;2;1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 10 + 2t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 21 + t. \end{cases}$

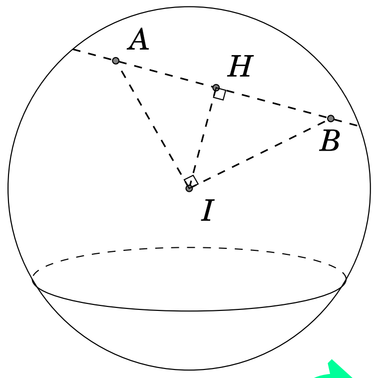
Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ là $d(B,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$,với $\overrightarrow{AB} = (-4;-7;-5)$, $\vec{u} = (2;2;1)$.

Vậy $d(B,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = 3$.

Chọn đáp án A

Câu 29.

Đường thẳng d đi qua $M(2;0;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;6;2)$.



Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d ta có $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$, với $\overrightarrow{IM}=(1;2;-4)$, $\vec{u}=(3;6;2)$.

Suy ra $IH = \mathrm{d}(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \sqrt{20}$.

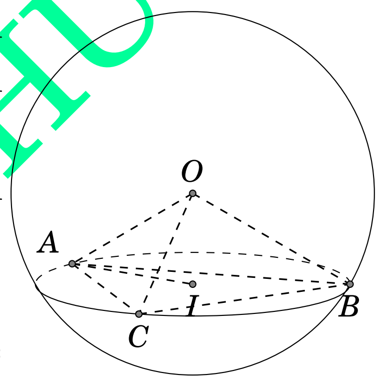
Theo đề bài ta có tam giác IAB vuông cân tại I nên $IA = IH\sqrt{2} = \sqrt{40}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(x-5)^2=40$.

Chọn đáp án A

Câu 30.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, do A, B, C nằm trên mặt cầu (S) nên $OI \perp (ABC)$. Theo đề bài ta có khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (ABC) bằng 2 hay $OI = 2$.



Gọi M là trung điểm của BC, do tam giác ABC cân tại A nên $AM \perp BC \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2-BM^2} = \sqrt{20}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}AM\cdot BC = \dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{20}\cdot 8 = 8\sqrt{5}$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có $r = \dfrac{AB\cdot BC\cdot CA}{4S_{\triangle ABC}} = \dfrac{6\cdot 6\cdot 8}{4\cdot 8\sqrt{5}} = \dfrac{9}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông OIA ta có $OA^2 = OI^2+IA^2 = 4+\dfrac{81}{5} = \dfrac{101}{5}$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot OA^2 = 4\pi\cdot\dfrac{101}{5} = \dfrac{404\pi}{5}$.

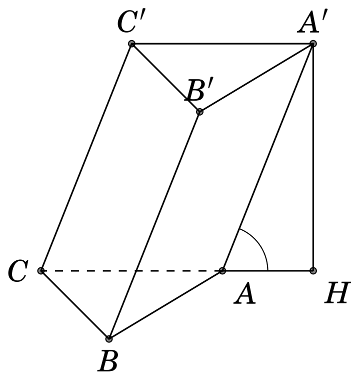
Chọn đáp án C

Câu 31.

Kẻ $A'H \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow \widehat{(A'A;(ABC))} = \widehat{A'AH} = 60^\circ$

$\Rightarrow \sin 60^\circ = \dfrac{A'H}{A'A} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \dfrac{\sqrt{3}}{2}A'A = \dfrac{3a}{2}$.

Cạnh $AC = \sqrt{BC^2-AB^2} = 2a \Rightarrow V = A'H\cdot S_{ABC} = A'H.\dfrac{1}{2}AB\cdot AC = \dfrac{3a}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot a\sqrt{5}\cdot 2a = \dfrac{3a^3\sqrt{5}}{2}$.



Chọn đáp án C

Câu 32. Ta có $\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8 = 4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin^2 x+2\sin x\cos x-4\cos x+8 = 4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x(\sin x-2)+2\cos x(\sin x-2)=4(\sin x-2)$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x+2\cos x=4$ (vì $\sin x\leqslant 1<2$)

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x+\cos x=2\Leftrightarrow \sin x\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos x\sin\dfrac{\pi}{6}=1$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Theo đề bài $x\in(0;2023)\Rightarrow \dfrac{\pi}{3}+k2\pi\in(0;2023)\Rightarrow 2k+\dfrac{1}{3}\in\left(0;\dfrac{2023}{\pi}\right)\Rightarrow k\in\{0;1;\ldots;321\}$.

Tổng tất cả các phần tử của S là

$322\cdot\dfrac{\pi}{3}+(0+1+2+\cdots+321)2\pi=322\cdot\dfrac{\pi}{3}+51681\cdot 2\pi=\dfrac{310408}{3}\pi$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Điều kiện $\begin{cases} x>-2 \\ x\neq 5 \end{cases}(*)$.

Ta có $\log_2(x+2)+\log_2|x-5|-\log_2 8=0\Leftrightarrow \log_2\left[(x+2)|x-5|\right]=\log_2 8$

$\Leftrightarrow (x+2)|x-5|=8\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x\geqslant 5 \\ (x+2)(x-5)=8\end{cases} \\ \begin{cases} -2<x<5 \\ (x+2)(5-x)=8\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}\end{array}\right.$ thỏa mãn $(*)$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $6+\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}+\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}=9$.

Chọn đáp án C

Câu 34. Ta có $\log_3^2 x-3\log_3 x+3m-5=0\Rightarrow\left(\log_3 x-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{29}{4}-3m$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x-\dfrac{3}{2}=\sqrt{\dfrac{29}{4}-3m} \\ \log_3 x-\dfrac{3}{2}=-\sqrt{\dfrac{29}{4}-3m}\end{array}\right.\left(\dfrac{29}{4}-3m\geqslant 0\right)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}} \\ x=3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}}\end{array}\right.$.

Theo đề bài $(x_1+3)(x_2+3)=72\Rightarrow\left(3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}}+3\right)\left(3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}}+3\right)=72$

$\Rightarrow 3^3+3\left(3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}}+3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}}\right)+9=72\Rightarrow 3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}}+3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}}=12$.

Đặt $t=\dfrac{3+\sqrt{29-12m}}{2}\geqslant\dfrac{3}{2}\Rightarrow\dfrac{3-\sqrt{29-12m}}{2}=3-t$

$\Rightarrow 3^t+3^{3-t}=12\Rightarrow(3^t)^2+3^3=12\cdot 3^t\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3^t=9 \\ 3^t=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=2 \\ t=1\end{array}\right.\Rightarrow t=2$ vì $t\geqslant\dfrac{3}{2}$.

Với $t=2\Rightarrow\dfrac{3+\sqrt{29-12m}}{2}=2\Leftrightarrow\sqrt{29-12m}=1\Leftrightarrow m=\dfrac{7}{3}$.

Thử lại ta thấy thỏa mãn, do đó $m=\dfrac{7}{3}\in\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Chọn đáp án C

Câu 35. Ta có $z+2-i-|z|(1-i)=0\Leftrightarrow x+yi+2-i-(1-i)\sqrt{x^2+y^2}=0$

$\Leftrightarrow x+2-\sqrt{x^2+y^2}+\left(y-1+\sqrt{x^2+y^2}\right)i=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2-\sqrt{x^2+y^2}=0 \\ y-1+\sqrt{x^2+y^2}=0 \end{cases} \Rightarrow x+2-\sqrt{x^2+y^2}+y-1+\sqrt{x^2+y^2}=0 \Leftrightarrow x+y+1=0.$$

Do đó M thuộc đường thẳng $x+y+1=0$.

Chọn đáp án D

Câu 36. Đặt $z=x+iy$ ($x,\ y\in\mathbb{R}$) thì $|z-2+3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|x+iy-2+3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

$P=|z+i|^2-|z-2|^2=|x+iy+i|^2-|x+iy-2|^2=x^2+(y+1)^2-(x-2)^2-y^2=4x+2y-3$.

Đặt $x=2+\sqrt{5}\sin t,\ y=-3+\sqrt{5}\cos t,\ t\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow P=4\left(2+\sqrt{5}\sin t\right)+2\left(-3+\sqrt{5}\cos t\right)-3=4\sqrt{5}\sin t+2\sqrt{5}\cos t-1$.

$(P+1)^2=\left(4\sqrt{5}\sin t+2\sqrt{5}\cos t\right)^2\leqslant(80+20).1\Rightarrow-10\leqslant P+1\leqslant10\Rightarrow-11\leqslant P\leqslant9$.

Vậy $A=-11+9=-2$.

Chọn đáp án B

Câu 37. $M=\displaystyle\int_a^b[5f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x=5\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+3\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x=5\cdot2-3\cdot3=1.$

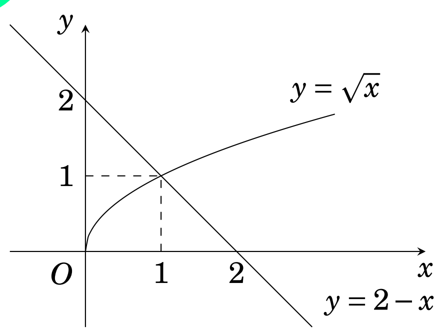
Chọn đáp án B

Câu 38.

Phương trình hoành độ giao điểm

$\sqrt{x}=2-x\Leftrightarrow\begin{cases}0\leqslant x\leqslant2\\ x=4-4x+x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Vậy $S=\displaystyle\int_0^1\sqrt{x}\,\mathrm{d}x+\int_1^2(2-x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^1+\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{7}{6}.$



Chọn đáp án A

Câu 39. Đặt $u=2x+1\Rightarrow\mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x\Rightarrow v=f(x)$.

Ta có $10=\displaystyle\int_0^1(2x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x=[(2x+1)f(x)]\Big|_0^1-2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3f(1)-f(0)-2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x.$

$\Rightarrow I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{12-10}{2}=1.$

Chọn đáp án B

Câu 40. Đặt $t=-x\Rightarrow\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=-2\Rightarrow t=2,\ x=2\Rightarrow t=-2$.

$I=\displaystyle\int_{-2}^{2}\frac{f(t)}{2^{-t}+1}\,\mathrm{d}t=\int_{-2}^{2}\frac{2^t}{2^t+1}f(t)\,\mathrm{d}t=\int_{-2}^{2}\frac{2^x}{2^x+1}f(x)\,\mathrm{d}x$

$\Rightarrow2I=\displaystyle\int_{-2}^{2}\frac{f(x)}{2^x+1}\,\mathrm{d}x+\int_{-2}^{2}\frac{2^x}{2^x+1}f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}f(x)\,\mathrm{d}x+10$

Mặt khác do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-x)=f(x)$.

Xét $J=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

$$\Rightarrow J=\int\limits_{0}^{2} f(-t)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2} f(-x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x=10 \Rightarrow 2I=20 \Rightarrow I=10.$$

Chọn đáp án (A)

Câu 41. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ từ 100 tấm thẻ có C_{100}^{3} (cách chọn).

Để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 thì có thể xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 tấm thẻ được chọn đều ghi số chẵn, có C_{50}^{3} (cách chọn).

TH2: Chọn được 2 tấm thẻ ghi số lẻ và 1 tấm thẻ ghi số chẵn, có $\mathrm{C}_{50}^{2}\cdot\mathrm{C}_{50}^{1}$ (cách chọn).

Do đó có tất cả $\mathrm{C}_{50}^{3}+\mathrm{C}_{50}^{2}\cdot\mathrm{C}_{50}^{1}$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.

Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}=\dfrac{\mathrm{C}_{50}^{3}+\mathrm{C}_{50}^{2}\cdot\mathrm{C}_{50}^{1}}{\mathrm{C}_{100}^{3}}=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 42. Ta có $x^9+3x^3-9x=m+3\sqrt[3]{9x+m} \Leftrightarrow (x^3)^3+3x^3=\left(\sqrt[3]{9x+m}\right)^3+3\sqrt[3]{9x+m}$ (1).

Hàm số $f(t)=t^3+3t$ có $f'(t)=3t^2+3>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, theo (1) ta có $f(x^3)=f\left(\sqrt[3]{9x+m}\right) \Leftrightarrow x^3=\sqrt[3]{9x+m}$ hay $m=x^9-9x\,(*)$.

Đặt $g(x)=x^9-9x$, ta có $g'(x)=9x^8-9$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	8	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

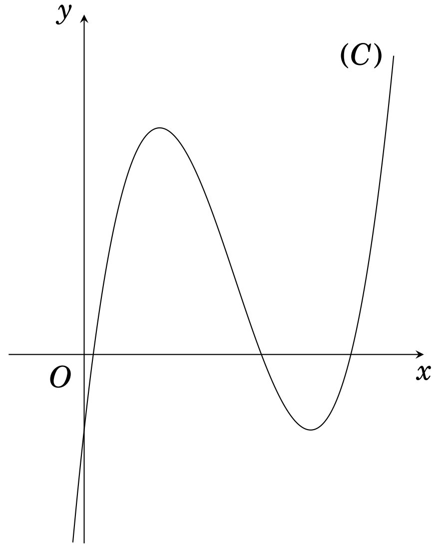
Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có đúng hai nghiệm thực $\Leftrightarrow m=-8$ hoặc $m=8$. Do đó $S=\{-8;8\}$. Tích các phần tử của S bằng -64.

Chọn đáp án (B)

Câu 43. Xét hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Theo giả thiết, ta có hệ phương trình $\begin{cases} y(1)=3\\ y'(1)=0\\ y(3)=-1\\ y'(3)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=3\\ 3a+2b+c=0\\ 27a+9b+3c+d=-1\\ 27a+6b+c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\\ b=-6\\ c=9\\ d=-1.\end{cases}$.

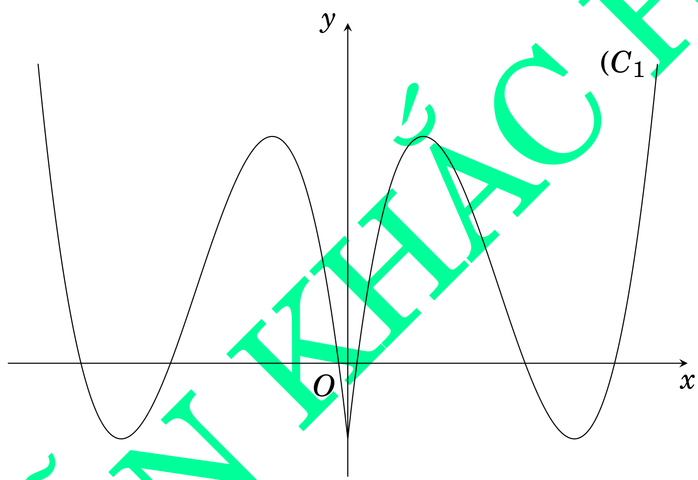
Vậy hàm số đã cho là $y=f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ có đồ thị (C) như sau:



Từ đồ thị (C), ta suy ra đồ thị (C_1) của hàm số $y=|x|^3-6x^2+9|x|-1$ gồm có hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C) bên phải trục tung.

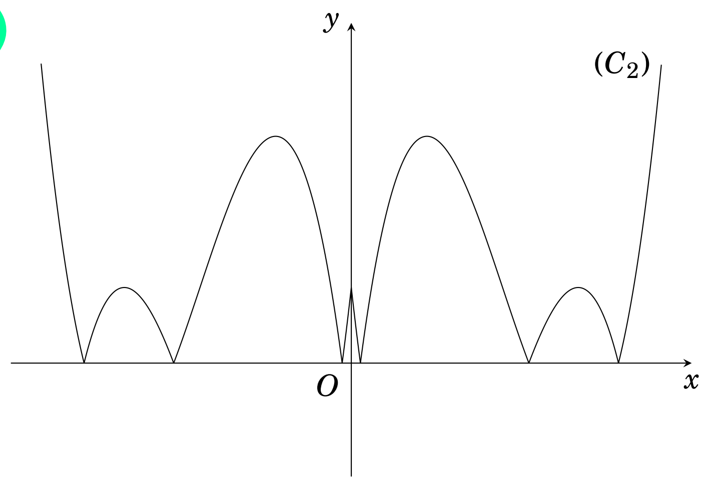
+ Phần 2: Lấy đối xứng của phần 1 qua trục tung



Từ đó suy ra đồ thị (C_2) của hàm số $y=\left||x|^3-6x^2+9|x|-1\right|$ gồm có hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C_1) phía trên trục hoành.

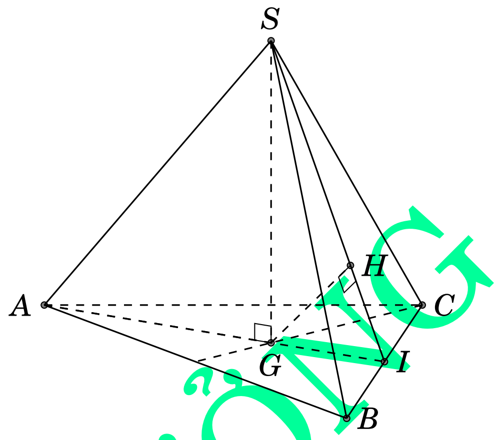
+ Phần 2: Lấy đối xứng của phần đồ thị (C_1) phía dưới trục hoành qua trục hoành.



Do đó, đồ thị (C_2) có 11 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D)

Câu 44.



Gọi I là trung điểm BC.

Trong mặt phẳng (SAI), kẻ $GH \perp SI$ (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp GH$ (2).

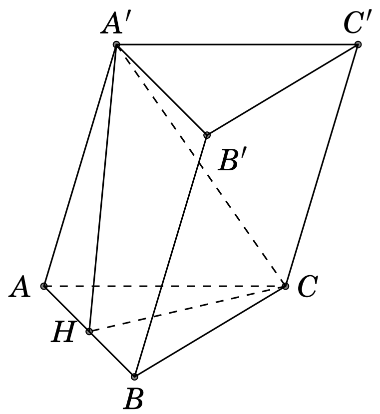
Từ (1), (2) $\Rightarrow GH \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}(G;(SBC)) = GH$.

Có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC);(ABC)) = (SI;AI) = \widehat{SIA} = \widehat{SIG} = 60^\circ$.

Ta có $GI = \dfrac{1}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow GH = GI\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{4}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 45.



Ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow AH$ là hình chiếu của AA' lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow (AA';(ABC)) = (AA';AH) = \widehat{A'AH} = 60^\circ$.

Ta có: $AA' \parallel BB' \Rightarrow (AC;BB') = (AC;AA') = \widehat{A'AC} = \varphi$.

Có $AH = a \Rightarrow A'H = AH\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; $AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = 2a$; $CH = a\sqrt{3} \Rightarrow A'C = a\sqrt{6}$.

Xét $\Delta A'AC$, ta có: $\cos\widehat{A'AC} = \dfrac{AA'^2 + AC^2 - A'C^2}{2AA' \cdot AC} = \dfrac{4a^2 + 4a^2 - 6a^2}{2 \cdot 2a \cdot 2a} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án (A)

Câu 46. Ta có $AB = 3\sqrt{10}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $C(-2;5;6) \Rightarrow (P)$: $A(x+2) + B(y-5) + C(z-6) = 0$ $(A^2 + B^2 + C^2 > 0)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2) nên ta có hệ

$$\begin{cases} \mathrm{d}(A,(P)) = 3 \\ \mathrm{d}(B,(P)) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|5A + 2B - 5C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 3 \\ \dfrac{|10A - 2B + 2C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |5A + 2B - 5C| = 3\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \ (1) \\ |10A - 2B + 2C| = 6\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |5A + 2B - 5C| = |5A - B + C| \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &5A + 2B - 5C = 5A - B + C \\ &5A + 2B - 5C = -5A + B - C \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &B = 2C \\ &B = -10A + 4C. \end{aligned}\right.$$

Với $B = 2C$, thay vào (1): $|5A - C| = 3\sqrt{A^2 + 5C^2} \Leftrightarrow 16A^2 - 10AC - 44C^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &A = 2C \\ &A = -\dfrac{11}{8}C \end{aligned}\right.$

- Với $A = 2C$, chọn $C = 1$, $A = B = 2 \Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 12 = 0$.

• Với $A=-\dfrac{11}{8}C$, chọn $C=-8$, $A=11$, $B=-16 \Rightarrow (P): 11x-16y-8z+150=0$.

Với $B=-10A+4C$, thay vào (1) ta được

$$\left|-5A+C\right|=\sqrt{101A^2-80AC+17C^2} \Leftrightarrow -76A^2+70AC-16C^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=\dfrac{1}{2}C \\ A=\dfrac{8}{19}C. \end{array}\right.$$

• Với $A=\dfrac{1}{2}C$, chọn $C=2$, $A=1$, $B=-2 \Rightarrow (P): x-2y+2z=0$.

• Với $A=\dfrac{8}{19}C$, chọn $C=19$, $A=8$, $B=-4 \Rightarrow (P): 8x-4y+19z-78=0$.

Vậy có 4 mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D

Câu 47. Đặt $t=4^x (t>0)$. Khi đó

$(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0 \Leftrightarrow (m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5=0$.

Để phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu thì phương trình $(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0<t_1<1<t_2$.

Ta có $(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{t^2+6t+5}{t^2-4t+6}$.

Xét hàm số $f(t)=-\dfrac{t^2+6t+5}{t^2-4t+6}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có

$f'(t)=\dfrac{10t^2-2t-56}{(t^2-4t+6)^2}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1+\sqrt{561}}{10}>1$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		1		$\frac{1+\sqrt{561}}{10}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{5}{6}$		-1		-4		-1

Từ đó ta chọn $-4<m<-1$. Suy ra $\begin{cases} a=-4 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=-5$.

Chọn đáp án A

Câu 48. Vì $M \in d$ nên $M(m;1-2m)$.

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến Δ. Tiếp tuyến Δ đi qua M có dạng $y=k(x-m)+1-2m$.

Vì Δ tiếp xúc với (C) nên hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x+3}{x-1}=k(x-m)+1-2m & (1) \\ \dfrac{-4}{(x-1)^2}=k & (2) \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

Thay (2) vào (1) ta được

$\dfrac{x+3}{x-1}=\dfrac{-4}{(x-1)^2}(x-m)+1-2m \Leftrightarrow \dfrac{x+3}{x-1}=\dfrac{-4}{(x-1)^2}(x-1+1-m)+1-2m.$

$\Leftrightarrow x+3=-4+(m-1)\cdot\dfrac{4}{x-1}+(1-2m)(x-1)(3).$

Mặt khác $y=\dfrac{x+3}{x-1}\Leftrightarrow\dfrac{4}{x-1}=y-1$, thay vào (3) ta được $x+3=-4+(m-1)(y-1)+(1-2m)(x-1)\Leftrightarrow$ $2mx-(m-1)y-m+7=0$.

Vậy phương trình đường thẳng AB là: $2mx-(m-1)y-m+7=0$.

Gọi $K(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng AB đi qua.

Ta có $2mx_0-(m-1)y_0-m+7=0$

$\Leftrightarrow (2x_0-y_0-1)m+y_0+7=0$.

Vì đẳng thức luôn đúng với mọi m nên ta có $\begin{cases}2x_0-y_0-1=0\\ y_0+7=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-3\\ y_0=-7\end{cases}\Rightarrow K(-3;-7)$.

Vậy $OK=\sqrt{58}$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta có $\forall n\in\mathbb{N}^*$,

$u_{n+1}=\sqrt{\dfrac{2}{3}u_n^2+a}\Rightarrow u_{n+1}^2-3a=\dfrac{2}{3}(u_n^2-3a)$.

Đặt $v_n=u_n^2-3a$ thì (v_n) là cấp số nhân với $v_1=1-3a$ và công bội $q=\dfrac{2}{3}$.

Do đó $v_n=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}(1-3a)\Rightarrow u_n^2=v_n+3a=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}(1-3a)+3a$.

Suy ra $u_1^2+u_2^2+\cdots+u_n^2-2n=(1-3a)\dfrac{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n}{1-\dfrac{2}{3}}-2n+3na=3(1-3a)\left[1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right]-n(3a-2)$.

Vì $\lim(u_1^2+u_2^2+\cdots+u_n^2-2n)=b$ nên

$\lim\left[3(1-3a)\left(1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right)-n(3a-2)\right]=b\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2=0\\ b=3(1-3a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\ b=-3.\end{cases}$

Suy ra $T=ab=-2$.

Chọn đáp án A

Câu 50. Đặt $x=a-b$, $y=b-c$, $z=c-a$, không mất tổng quát giả sử $a\geqslant b\geqslant c$.

Do $a,b,c\in[0;3]$ nên $x+y=a-c\leqslant 3$.

Ta có

$$\begin{aligned}T&=-4xyz-\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)\\&=-4xy(-x-y)-\frac{1}{2}\left[x^2+y^2+(x+y)^2\right]\\&=4xy(x+y)-x^2-y^2-xy\leqslant 11xy-x^2-y^2\leqslant 9xy\leqslant 9\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\leqslant\frac{81}{4}.\end{aligned}$$

Khi $\begin{cases}a=3\\ b=\dfrac{3}{2}\\ c=0\end{cases}$ thì $T=\dfrac{81}{4}$ nên giá trị lớn nhất của T bằng $\dfrac{81}{4}$.

Chọn đáp án C