ĐỀ SỐ 035

(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề khảo sát chất lượng Toán 12, 2017 - 2018 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam)

Mã đề thi 035

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-4y+3z-2=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1 = (0;-4;3)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1;4;3)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-1;4;-3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-4;3;-2)$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3+2i$.

A. $\bar{z} = 3-2i$. **B.** $\bar{z} = -3-2i$. **C.** $\bar{z} = 2-3i$. **D.** $\bar{z} = -2-3i$.

Câu 4. Tìm $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

A. $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{x}+C$. **B.** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{x}+C$. **C.** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2x}+C$. **D.** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = \ln x^2+C$.

Câu 5. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b} = -11$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = -13$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = 5$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b} = -10$.

Câu 7. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \displaystyle\int_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \displaystyle\int_a^b [g(x)-f(x)]\,\mathrm{d}x$.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

C. $S=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$. **D.** $\left|S=\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V=60$. **B.** $V=180$. **C.** $V=50$. **D.** $V=150$.

Câu 10. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3\dfrac{3}{a^2}=3-\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **B.** $\log_3\dfrac{3}{a^2}=3-2\log_3 a$.

C. $\log_3\dfrac{3}{a^2}=1-2\log_3 a$. **D.** $\log_3\dfrac{3}{a^2}=1+2\log_3 a$.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{3-x}$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 12. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=108\pi$. **B.** $V=54\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Câu 13. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

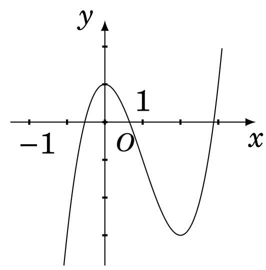
A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 14. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$.

C. $y=x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.



Câu 15. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\geq\log_{\frac{1}{2}}4$.

A. $S=(3;7]$. **B.** $S=[3;7]$. **C.** $=(-\infty;7]$. **D.** $S=[7;+\infty)$.

Câu 16. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

A. $\begin{cases} x = 4+3t \\ y = 5-t \\ z = -7+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -4+3t \\ y = -5-t \\ z = 7+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = -1+5t \\ z = 2-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -3+4t \\ y = 1+5t \\ z = -2-7t \end{cases}$.

Câu 17. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 18. Parabol (P): $y = x^2$ và đường cong (C): $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu giao điểm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

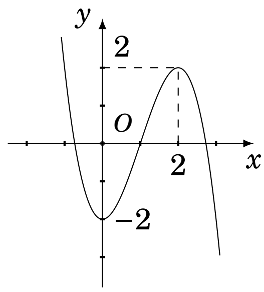
Câu 19. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x \, dx$ bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.



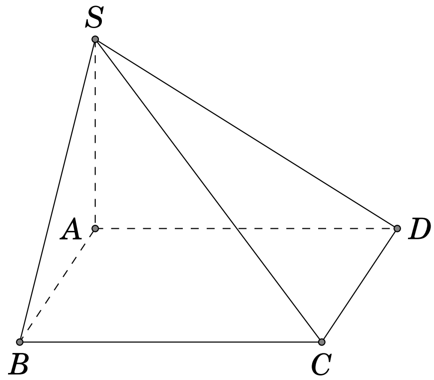
Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 22.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{SDA}$. **B.** $\widehat{SCA}$. **C.** $\widehat{SCB}$. **D.** $\widehat{ASD}$.



Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3-4i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(3;-4)$, $R = \sqrt{5}$. **B.** $I(-3;4)$, $R = \sqrt{5}$. **C.** $I(3;-4)$, $R = 5$. **D.** $I(-3;4)$, $R = 5$.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3\ln x$ trên đoạn $[1;e]$ bằng

A. 1. **B.** $3 - 3\ln 3$. **C.** e. **D.** $e - 3$.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 25. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz+(1-i)\overline{z}=-2i$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. (P_1): $x+2y-2z+8=0$. **B.** (P_2): $x+2y-2z-8=0$.

C. (P_3): $x+2y-2z-2=0$. **D.** (P_4): $x+2y-2z-4=0$.

Câu 27. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1-C_n^2=5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n$.

A. $a=11520$. **B.** $a=256$. **C.** $a=45$. **D.** $a=3360$.

Câu 28. Một tổ có 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác xuất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{17}{42}$. **B.** $\dfrac{5}{42}$. **C.** $\dfrac{25}{42}$. **D.** $\dfrac{10}{21}$.

Câu 29. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50000000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 43593000 đồng. **B.** 43833000 đồng. **C.** 44074000 đồng. **D.** 44316000 đồng.

Câu 30. Biết $\int x\cos 2x\,dx = ax\sin 2x + b\cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab.

A. $ab=\dfrac{1}{8}$. **B.** $ab=\dfrac{1}{4}$. **C.** $ab=-\dfrac{1}{8}$. **D.** $ab=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 31. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Câu 32. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{64\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $V=\dfrac{20\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4\pi}{3}$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(2m+3)x^2+(m^2+3m-4)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-3$ hoặc $m=2$. **D.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2(m+1)3^x+6m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m<1$. **B.** $m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}<m<1$.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) lần lượt tại hai điểm A, B và $AB=2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng

A. $-\sqrt{2}$. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm O, A và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A. $\vec{n}_1=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;-1;-5)$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 38. Cho hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=9\sqrt{3}\pi$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

A. $\dfrac{3a}{\sqrt{37}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{37}}{74}$. **D.** $\dfrac{a}{4}$.

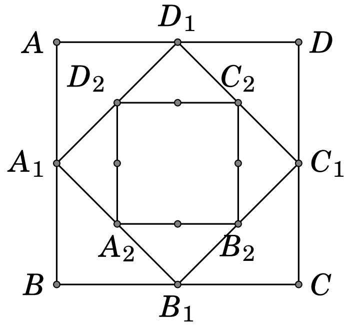
Câu 40. Cho hàm số chẵn $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{f(2x)}{1+2^x}\,dx=8$. Tính $\displaystyle\int_{0}^{2}f(x)\,dx$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2y-z+3=0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\dfrac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B,C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

Câu 42. Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a, và có diện tích S_1. Nối bốn trung điểm A_1,B_1,C_1,D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB,BC,CD,DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm quá trình trên ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3,\ldots$ và cứ tiếp tục làm như thế ta được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4,S_5,\ldots,S_{100}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tổng $S=S_1+S_2+\cdots+S_{100}$.



A. $S=\dfrac{a^2(2^{200}-1)}{2^{100}}$. **B.** $S=\dfrac{a^2(2^{200}-1)}{2^{99}}$. **C.** $S=\dfrac{a^2}{2^{200}}$. **D.** $S=\dfrac{a^2(2^{99}-1)}{2^{98}}$.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2+2x+m-4|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9;9)$ của tham số m để bất phương trình $3\log x \le 2\log\left(m\sqrt{x-x^2}-(1-x)\sqrt{1-x}\right)$ có nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc CD sao cho $BM \perp SA$. Tính thể tích V của $S.BDM$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, $f(x), f'(x)$ đều nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=2$, $\int\limits_0^1 [f'(x)\cdot[f(x)]^2+1]\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^1 \sqrt{f'(x)}\cdot f(x)\,\mathrm{d}x$. Tính $\int\limits_0^1 [f(x)]^3\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{15}{4}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** $\dfrac{17}{2}$. **D.** $\dfrac{19}{2}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x+y-4z=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc (P). Gọi Δ là đường thẳng qua A, nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;b;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+2b=4$. **D.** $a+2b=7$.

Câu 49. Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kì thi THPT Quốc gia và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi bằng

A. $\dfrac{32}{235}$. **B.** $\dfrac{46}{2209}$. **C.** $\dfrac{23}{288}$. **D.** $\dfrac{23}{576}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \le 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2|z+1|+2|z-1|+|z-\overline{z}-4i|$ bằng

A. $4+2\sqrt{3}$. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** $4+\dfrac{14}{\sqrt{15}}$. **D.** $2+\dfrac{7}{\sqrt{15}}$.

— HẾT —

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** D	**11** A	**16** C	**21** B	**26** A	**31** B	**36** D	**41** C	**46** D
2 C	**7** C	**12** D	**17** B	**22** A	**27** A	**32** A	**37** B	**42** B	**47** B
3 A	**8** C	**13** C	**18** C	**23** D	**28** C	**33** B	**38** C	**43** B	**48** A
4 B	**9** B	**14** D	**19** D	**24** D	**29** B	**34** D	**39** A	**44** B	**49** C
5 A	**10** C	**15** A	**20** C	**25** C	**30** A	**35** D	**40** D	**45** D	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số tăng trên khoảng $(-1;2)$.
Chọn đáp án D

Câu 2. Ta có một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (-1;4;-3)$.
Chọn đáp án C

Câu 3. Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 3+2i$ là $\overline{z} = 3-2i$.
Chọn đáp án A

Câu 4. Ta có $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{x} + C$.
Chọn đáp án B

Câu 5. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3.
Chọn đáp án A

Câu 6. Ta có $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$ nên $\vec{b} = (1;0;-3)$. Suy ra $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot1 - 1\cdot0 + 4\cdot(-3) = -10$.
Chọn đáp án D

Câu 7. Ta có: diện tích hình phẳng theo yêu cầu bài toán được tính theo công thức $S = \displaystyle\int_a^b |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$.
Chọn đáp án C

Câu 8. Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên có 2 điểm cực trị.
Chọn đáp án C

Câu 9. Thể tích cần tìm là $V = 6\cdot6\cdot5 = 180$.
Chọn đáp án B

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 10. $\log_3 \dfrac{3}{a^2} = \log_3 3 - \log_3 a^2 = 1 - 2\log_3 a$.

Chọn đáp án C

Câu 11. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{3-x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{3}{x}-1} = -2$.

Chọn đáp án A

Câu 12. $V = \dfrac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h = \dfrac{1}{3}\cdot 3^2\cdot\pi\cdot 6 = 18\pi$.

Chọn đáp án D

Câu 13. $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Chọn đáp án C

Câu 14. Dựa vào đồ thị ta có hệ số $a>0$ và đồ thị đi qua các điểm $(0;1)$ và $(1;-1)$ nên chọn $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án D

Câu 15. $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \ge \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x-3\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \le 7$.

Chọn đáp án A

Câu 16. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (4;5;-7)$ là $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = -1+5t \\ z = 2-7t \end{cases}$.

Chọn đáp án C

Câu 17. Ta có: $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} \dfrac{2x-3}{2x+1} = +\infty$ nên $x = -\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án B

Câu 18. $x^4 - 3x^2 - 2 = x^2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2+\sqrt{6} > 0 \\ x^2 = 2-\sqrt{6} < 0 \end{array}\right. \Rightarrow x = \pm\sqrt{2+\sqrt{6}}$. Vậy hai đồ thị có 2 giao điểm.

Chọn đáp án C

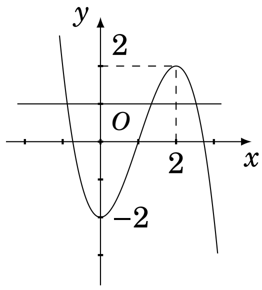
Câu 19. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 20.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt và có đúng hai giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.



Chọn đáp án C

Câu 21. $2^{x^2+2x}=8^{2-x}\Leftrightarrow x^2+2x=3(2-x)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-6\end{array}\right.$. Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng -5.

Chọn đáp án B

Câu 22. Ta có: $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}$ nên $CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$ nên góc của (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SDA}$.

Chọn đáp án A

Câu 23. Gọi $z=x+iy,(x,y\in\mathbb{R})$ thì $|z+3-4i|=5\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-4)^2=25$. Vậy tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R=5$.

Chọn đáp án D

Câu 24. Ta có $y'=1-\dfrac{3}{x}=\dfrac{x-3}{x}<0,\ \forall x\in[1;\mathrm{e}]$. Suy ra hàm số đã cho giảm trên $[1;\mathrm{e}]$. Vậy $\min\limits_{[1;\mathrm{e}]}y=y(\mathrm{e})=\mathrm{e}-3$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Gọi $z=x+iy,(x,y\in\mathbb{R})$.

$$\begin{aligned}iz+(1-i)\bar{z}=-2i &\Leftrightarrow i(x+iy)+(1-i)(x-iy)=-2i\\ &\Leftrightarrow (x-2y)+(2-y)i=0\\ &\Leftrightarrow \begin{cases}x-2y=0\\2-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $x+y=6$.

Cách 2: Cách trắc nghiệm

Nhập máy tính $iz+(1-i)\bar{z}$

CALC $z=1$ ta được $1+0i$; CALC $z=i$ ta được $-2-i$.

Giải hệ $\begin{cases}1x-2y=0\\0x-1y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$.

Vậy $x+y=6$.

Chọn đáp án C

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 26. (S) có tâm $I(-3;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$. Ta có (P) là mặt phẳng cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=3 \Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{10-9}=1$. Mà $\mathrm{d}(I,(P_1))=\dfrac{|-3+2\cdot 0-2\cdot 1+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$. Suy ra (P_1) thỏa mãn.

Chọn đáp án A

Câu 27. Điều kiện: $\begin{cases} n\ge 2 \\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned} 5\mathrm{C}_n^1-\mathrm{C}_n^2=5 &\Leftrightarrow 5n-\frac{n!}{2!(n-2)!}=5 \\ &\Leftrightarrow 5n-\frac{n(n-1)}{2}=5 \\ &\Leftrightarrow n^2-11n+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} n=10 & \text{(Nhận)} \\ n=1 & \text{(Loại).}\end{array}\right. \end{aligned}$$

Khi đó khai triển $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^{10}$ có số hạng tổng quát là

$$\mathrm{C}_{10}^k(2x)^{10-k}\left(\frac{1}{x^2}\right)^k=\mathrm{C}_{10}^k2^{10-k}x^{10-k}x^{-2k}=\mathrm{C}_{10}^k2^{10-k}x^{10-3k}.$$

Ta có $10-3k=4 \Leftrightarrow k=2$. Suy ra $a=\mathrm{C}_{10}^2 2^8=11520$.

Chọn đáp án A

Câu 28. Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_9^3=84$. Gọi A là biến cố "Số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ". Ta có:

Chọn 3 nam, 0 nữ có C_5^3 cách.

Chọn 2 nam, 1 nữ có $\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_4^1$ cách.

Suy ra $n(A)=\mathrm{C}_5^3+\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_4^1=50$. Khi đó $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{25}{42}$.

Chọn đáp án C

Câu 29. Gọi A là số tiền phải gửi vào ngân hàng. Thời gian gửi là $N=23$ tháng. Số tiền (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau 23 tháng là $A(1+0{,}55\%)^{23}$. Ta cần

$$A(1+0{,}55\%)^{23}=50000000 \Leftrightarrow A=\frac{50000000}{(1+0{,}55\%)^{23}}\approx 44074000.$$

Chọn đáp án B

Câu 30. Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=\cos 2x\,\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=\dfrac{\sin 2x}{2}\end{cases}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \int x\cos 2x\,\mathrm{d}x &= \frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\int \sin 2x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C. \end{aligned}$$

Suy ra $a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{1}{4} \Rightarrow ab=\dfrac{1}{8}$.

Chọn đáp án A

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 31. Mặt phẳng (α) chứa trục $Ox \Rightarrow (\alpha)\colon by + cz = 0 \quad (b^2 + c^2 \neq 0)$. Mà $A(1;-1;2) \in (\alpha)$ nên $-b + 2c = 0$. Chọn $c = 1 \Rightarrow b = 2$. Khi đó $(\alpha)\colon 2y + z = 0$. Ta có $2 \cdot 2 - 4 = 0 \Rightarrow N(2;2;-4) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án B

Câu 32. Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta có $x^2 \cdot 2x \geq 0$, $\forall x \in [0;2]$. Khi đó

$$V = \pi \int_0^2 |x^4 - 4x^2|\,\mathrm{d}x = \pi \int_0^2 (-x^4 + 4x^2)\,\mathrm{d}x = \pi\left(-\frac{x^5}{5} + \frac{4x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn đáp án A

Câu 33. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - (2m+3)x + m^2 + 3m - 4$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

$$\Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -3. \end{array}\right.$$

- Với $m = 2$, hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên $m = 2$ không thỏa mãn.
- Với $m = -3$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $m = -3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án B

Câu 34. Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 2(m+1)3^x + 6m - 3 = 0 &\Leftrightarrow (3^x + 1 - 2m)(3^x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 3 \\ 3^x = 2m - 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 3^x = 2m - 1 \quad (*). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 > 0 \\ x = \log_3(2m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{2} \\ 2m - 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

Chọn đáp án D

Câu 35. Ta có $y = \dfrac{2x-3}{x-2} = 2 + \dfrac{1}{x-2}$, $y' = -\dfrac{1}{(x-2)^2}$. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 2$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm, $x_0 \neq 2$. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tại M có phương trình

$$y = -\frac{1}{(x_0-2)^2}(x - x_0) + 2 + \frac{1}{x_0 - 2}.$$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C). Khi đó $A\left(2;\dfrac{2}{x_0-2}+2\right)$, $B(2x_0-2;2)$. Ta có

$$\begin{aligned} AB=2\sqrt{2} \quad &\Leftrightarrow \quad \sqrt{(2x_0-4)^2+\frac{4}{(x_0-2)^2}}=2\sqrt{2}\\ &\Leftrightarrow \quad (x_0-2)^4-2(x_0-2)^2+1=0\\ &\Leftrightarrow \quad (x_0-2)^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=3\\ x_0=1.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Ta có $y'(3)=-1=y'(1)$. Suy ra hệ số góc của Δ bằng -1.

Chọn đáp án D

Câu 36. Gọi (P) là mặt phẳng chứa AO, $\mathrm{d}(B;(P))=\sqrt{3}$. Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Vì $O\in(P)$ nên $(P)\colon ax+by+cz=0$. Ta có

$$\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=0\Leftrightarrow a+b=0\Leftrightarrow a=-b.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(B;(P))=\sqrt{3} \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{|-b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{3}\\ &\Leftrightarrow \quad (-b+2c)^2=3(a^2+b^2+c^2)\\ &\Rightarrow \quad b^2-4bc+4c^2=3(b^2+b^2+c^2)\\ &\Leftrightarrow \quad 5b^2+4bc-c^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-c\\ b=\frac{1}{5}c.\end{array}\right.\end{aligned}$$

- Trường hợp $b=-c$, chọn $c=1\Rightarrow b=-1\Rightarrow a=1\Rightarrow \vec{n}=(1;-1;1)$.
- Trường hợp $b=\dfrac{1}{5}c$, chọn $c=-5\Rightarrow b=-1\Rightarrow a=1\Rightarrow \vec{n}=(1;-1;-5)$.

Chọn đáp án D

Câu 37. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y'\leq 0,\quad \forall x\in(0;1) \quad &\Leftrightarrow \quad 3x^2-6(m+2)x+3(m^2+4m)\leq 0,\quad \forall x\in(0;1)\\ &\Leftrightarrow \quad (x-m)(3x-3m-12)\leq 0,\quad \forall x\in(0;1)\\ &\Leftrightarrow \quad m\leq x\leq m+4,\quad \forall x\in(0;1)\\ &\Leftrightarrow \quad \begin{cases} m\leq 0\\ 1\leq m+4\end{cases} \Leftrightarrow -3\leq m\leq 0.\end{aligned}$$

Suy ra có 4 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án B

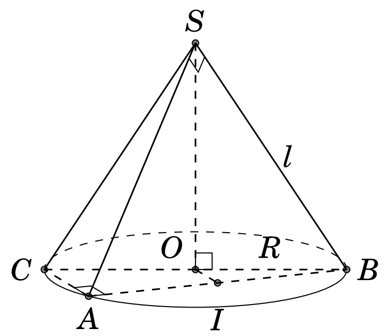
Câu 38.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Góc ở đỉnh là $\widehat{BSC} = 120°$.

Vì $\triangle SAB$ cân tại S nên vuông tại S.

Gọi R là bán kính đáy, l là đường sinh, ta có $S_{\text{xq}} = \pi R l$.



Gọi I là trung điểm của AB. Ta có $\begin{cases} OI \perp AB \\ OI \perp SO \end{cases}$ nên $\mathrm{d}(SO;AB) = OI = 3 \Rightarrow CA = 6$. Xét $\triangle SCB$ có $CB^2 = SC^2 + SB^2 - 2SC \cdot SB \cos 120° \Leftrightarrow 4R^2 = 3l^2 \Leftrightarrow R = \dfrac{\sqrt{3}}{2} l$. Xét $\triangle ABC$ có

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Leftrightarrow 4R^2 = 36 + 2l^2 \Leftrightarrow 3l^2 = 36 + 2l^2 \Leftrightarrow l = 6 \Rightarrow R = 3\sqrt{3}.$$

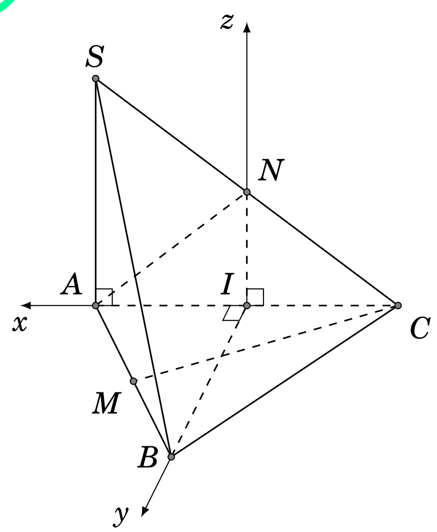
Vậy $S_{\text{xq}} = 18\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án C

Câu 39.

Gọi I là trung điểm AC. Ta có $IA = IC = \dfrac{a}{2}$, $BI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $NI = \dfrac{3a}{2}$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv I$, tia Ox trùng tia IA, tia Oy trùng tia IB, tia Oz trùng tia IN. Khi đó $A\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(-\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $N\left(0;0;\dfrac{3a}{2}\right)$. Vì M là trung điểm AB nên $M\left(\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Ta có $\mathrm{d}(CM, AN) = \dfrac{\left|[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}]\cdot \overrightarrow{CA}\right|}{\left|[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}]\right|}$.



Tính $\overrightarrow{CM} = \left(\dfrac{3a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right) \Rightarrow \vec{u}_{CM} = (3;\sqrt{3};0)$; $\overrightarrow{AN} = \left(-\dfrac{a}{2};0;\dfrac{3a}{2}\right) \Rightarrow \vec{u}_{AN} = (-1;0;3)$.

Suy ra $[\vec{u}_{CM};\vec{u}_{AN}] = (3\sqrt{3};-9;\sqrt{3})$. Ta có $\overrightarrow{CA} = (a;0;0)$.

Vậy $\mathrm{d}(CM, AN) = \dfrac{|3\sqrt{3}a|}{\sqrt{27+81+3}} = \dfrac{3a}{\sqrt{37}}$.

Chọn đáp án A

Câu 40. • Đặt $t = 2x \Rightarrow \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$. Với $x = -1 \Rightarrow t = -2$, $x = 1 \Rightarrow t = 2$. Suy ra

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(2x)}{1+2^x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} \frac{f(t)}{1+\sqrt{2}^t}\,\mathrm{d}t = 8 \Rightarrow \int_{-2}^{2} \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^x}\,\mathrm{d}x = 16.$$

• Xét $\displaystyle\int_{-2}^{2} \frac{f(-x)}{1+(\sqrt{2})^{-x}}\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = -x \Rightarrow \mathrm{d}x = -\mathrm{d}u$. Với $x = -2 \Rightarrow u = 2$, $x = 2 \Rightarrow u = -2$.

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Suy ra
$$\int_{-2}^{2} \frac{f(-x)}{1+(\sqrt{2})^{-x}}\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{2} \frac{f(u)}{1+\sqrt{2}^{u}}\,\mathrm{d}u = 16.$$

• Ta có $y = f(x)$ là hàm chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f(-x) = f(x)\ \forall x \in [-2;2]$.

Suy ra $\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó
$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2} \frac{f(-x)}{1+(\sqrt{2})^{-x}}\,\mathrm{d}x &= \int_{-2}^{2} \frac{f(x)\cdot\sqrt{2}^{x}}{1+\sqrt{2}^{x}}\,\mathrm{d}x\\ &= \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-2}^{2} \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^{x}}\,\mathrm{d}x\\ &= 2\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-2}^{2} \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^{x}}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Suy ra $16 = 2\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x - 16 \Rightarrow \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 16$.

Chọn đáp án D

Câu 41. Gọi $B(0;b;0), C(0;0;c)$ là giao điểm của (α) với các tia Oy, Oz, trong đó $b, c > 0$. Khi đó ta có (α): $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$. Mà $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$. Mặt khác
$$\mathrm{d}(O;(\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 16\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right) = 9$$
$$\Rightarrow 16\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4c^2}+\frac{1}{c^2}\right) = 9 \Leftrightarrow c = 2 \Rightarrow b = 4.$$

Khi đó $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Giả sử hình vuông thứ k là $A_{k-1}B_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$ ($k \geq 1$, $A_0B_0C_0D_0 \equiv ABCD$) có cạnh là x, suy ra diện tích $S_k = x^2$. Khi đó hình vuông thứ $k+1$ có độ dài là $\frac{x}{\sqrt{2}}$, suy ra $S_{k+1} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}S_k$. Như vậy $S_1, S_2, \ldots, S_{100}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$, số hạng đầu $S_1 = a^2$. Khi đó
$$S = S_1 + S_2 + \cdots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{100}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{a^2(2^{200}-1)}{2^{99}}.$$

Chọn đáp án B

Câu 43. Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ trên $[-2;1]$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Mà $f(-2) = m-4, f(-1) = m-5, f(1) = m-1$. Suy ra GTLN, GTNN của $f(x)$ trên $[-2;1]$ lần lượt là $m-1, m-5$. Suy ra GTLN của $y = |x^2+2x+m-4|$ là $\max\{|m-1|, |m-5|\}$. Xét hai trường hợp sau:

TH1: $|m-1| = 4$, suy ra $m \in \{5;-3\}$. Thử lại ta có $m = 5$ thỏa mãn.

TH2: $|m-5| = 4$ suy ra $m \in \{9;1\}$. Thử lại ta có $m = 1$ thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án B

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Câu 44. Điều kiện: $0<x<1$. Khi đó

$$3\log x \le 2\log\left(m\sqrt{x-x^2}-(1-x)\sqrt{1-x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{x^3}\le m\sqrt{x-x^2}-(1-x)\sqrt{1-x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{x^3}+\sqrt{(1-x)^3}\le m\sqrt{x-x^2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}\le m.$$

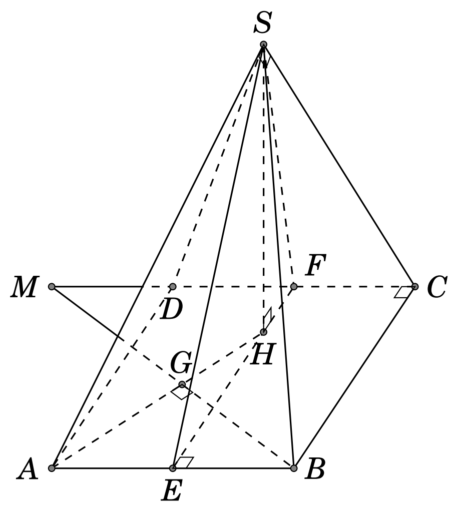
Đặt $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^3}+\sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$ với $0<x<1$. Bất phương trình có nghiệm thực $\Leftrightarrow m\ge \min\limits_{(0;1)} f(x)$. Ta có

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{1-x})(x-\sqrt{x}\sqrt{1-x}+1-x)}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}\\
&\ge \frac{2\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}(1-\sqrt{x}\sqrt{1-x})=2\left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}}-\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}\right)\\
&\ge 2\left(\frac{1}{\sqrt{\dfrac{x+1-x}{2}}}-\sqrt{\dfrac{x+1-x}{2}}\right)=\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x}=\sqrt{1-x}\\ x=1-x\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\sqrt{2}$. Suy ra $m\ge\sqrt{2}$. Vậy có 7 có giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án B

Câu 45.



Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB,CD.

Khi đó $SF\perp CD$, $SE\perp AB$ nên $SE\perp CD$

$\Rightarrow CD\perp(SEF)\Rightarrow(SEF)\perp(ABCD)$.

Kẻ $SH\perp EF\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Do $BM\perp SA$ nên $BM\perp(SAH)$. Suy ra $BM\perp AH$.

Đặt $G=BM\cap AH$. Ta có $SE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SF=\dfrac{DC}{2}=\dfrac{a}{2}$,

$EF=a\Rightarrow\Delta SEF$ vuông tại S. Ta có

$\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{1}{SE^2}+\dfrac{1}{SF^2}$, $EH\cdot EF=SE^2$

$\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$, $EH=\dfrac{3a}{4}$. Mà $\triangle AEH\sim\triangle BCM$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{AE}{BC}=\dfrac{EH}{CM}\Rightarrow CM=\dfrac{3a}{2}\Rightarrow MD=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}SH\cdot S_{BDM}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Chọn đáp án D

Câu 46. Ta có $\displaystyle\int_0^1[f'(x)\cdot[f(x)]^2+1]\,\mathrm{d}x=2\int_0^1\sqrt{f'(x)}\cdot f(x)\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^1\left(\sqrt{f'(x)}\cdot f(x)-1\right)^2\mathrm{d}x=0$

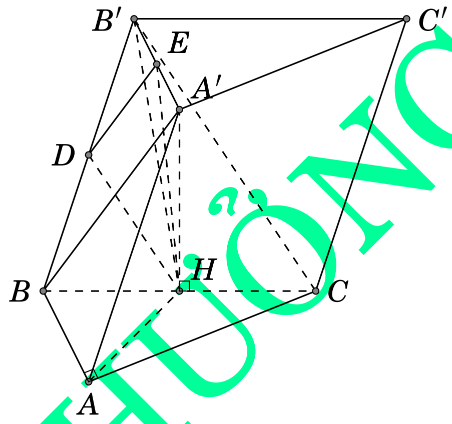
NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

$\Rightarrow \sqrt{f'(x)}\cdot f(x)=1 \Rightarrow f'(x)\cdot[f(x)]^2=1$. Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\dfrac{[f(x)]^3}{3}=x+C$.

Mà $f(0)=2 \Rightarrow C=\dfrac{8}{3} \Rightarrow [f(x)]^3=3\left(x+\dfrac{8}{3}\right)$. Suy ra $\displaystyle\int_0^1 [f(x)]^3\,\mathrm{d}x=\dfrac{19}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 47.



Gọi D, E lần lượt là trung điểm của $BB', A'B'$.

Ta có $DH \parallel B'C, DE \parallel A'B \Rightarrow \varphi=(DH,DE)$.

Xét $\triangle A'BH$ vuông tại H có $A'B=2a \Rightarrow DE=a$.

Xét $\triangle HA'E$ vuông tại A' có $HE=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại H có $AA'=2a=BB'$.

Xét $\triangle B'BC$ có $B'H^2=\dfrac{BB'^2+B'C^2}{2}-\dfrac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow B'C=a\sqrt{6} \Rightarrow DH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Suy ra

$\cos\varphi=|\cos(HDE)|=\left|\dfrac{DE^2+DH^2-EH^2}{2DE\cdot DH}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{8}$.

Chọn đáp án B

Câu 48. Ta có $\Delta\subset(P) \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{n}_{(P)}=0 \Leftrightarrow a+b-4=0 \Leftrightarrow a=4-b$.

Ta có Δ đi qua $A(1;3;1), \vec{u}=(4-b;b;1)$; d đi qua $M(1;-1;3), \overrightarrow{u_d}=(2;-1;1)$.

Khi đó: $[\vec{u};\vec{u}_d]=(b+1;b-2;-b-4)$, $\overrightarrow{AM}=(0;-4;2)$ và

$$\mathrm{d}(d;\Delta)=\frac{\left|[\vec{u};\overrightarrow{u_d}]\cdot\overrightarrow{AM}\right|}{|[\vec{u};\overrightarrow{u_d}]|}=\frac{|6b|}{\sqrt{3b^2+6b+21}}=\frac{6}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\frac{b^2}{b^2+2b+7}}.$$

Mà $\dfrac{b^2}{b^2+2b+7}=\dfrac{7}{6}-\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{(b+7)^2}{b^2+2b+7}\le\dfrac{7}{6}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow b=-7$.

Vậy $\mathrm{d}(d;\Delta)$ lớn nhất khi $b=-7 \Rightarrow a=11 \Rightarrow a+2b=-3$.

Chọn đáp án A

Câu 49. Số cách phát đề môn Tiếng Anh, Toán cho thí sinh hai phòng là: $n(\Omega)=24!\cdot 24!\cdot 24!\cdot 24!=(24!)^4$.

Gọi biến cố A: "Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi".

Có hai khả năng xảy ra là Bình và Lan chung đề Toán hoặc Bình và Lan chung đề Tiếng Anh.

Suy ra $n(A)=2\cdot 24!\cdot 1\cdot 23!\cdot 24!\cdot 23\cdot 23!=2\cdot 23\cdot(23!)^2(24!)^2$. Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{23}{288}$.

Chọn đáp án C

Câu 50. Giả sử $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Ta có $|z|\le 2 \Leftrightarrow x^2+y^2\le 4$. Suy ra $x,y\in[-2;2]$.

Khi đó

$$P=2\sqrt{(x+1)^2+y^2}+2\sqrt{(x-1)^2+y^2}+2|y-2|=2\left(\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(1-x)^2+y^2}\right)+2|y-2|.$$

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

Bằng phép biến đổi tương đương với chú ý $|x| \geq x$, ta có: Với mọi số thực a, b, c, d,

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2};$$

dấu "=" xảy ra khi $ad = bc \geq 0$. Áp dụng bất đẳng thức này với $a = x+1$, $c = 1-x$, $b = d = y$ và tính chất của giá trị tuyệt đối ta có

$$P \geq 2\sqrt{(x+1+1-x)^2+(y+y)^2}+2(2-y) = 4\sqrt{1+y^2}-2y+4.$$

Xét hàm số $f(y) = 4\sqrt{1+y^2}-2y+4$ liên tục trên $[-2;2]$. Ta có $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \in [-2;2]$. Ta có $f(2) = 4\sqrt{5}$, $f(-2) = 4\sqrt{5}+8$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4+2\sqrt{3}$, $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4+\frac{10}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\min\limits_{[-2;2]} f(y) = 4+2\sqrt{3} = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Khi đó $P \geq f(y) \geq 4+2\sqrt{3}, \quad \forall y \in [-2;2]$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)y = y(1-x) \geq 0 \\ 2-y \geq 0 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $4+2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A

NGUYỄN KHẮC HƯỞNG