GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 033

(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(DeKSCL-THPTQuynhLuu1-NgheAn-L2-2018])

Mã đề thi 033

Họ và tên thí sinh:..............................

Câu 1. Số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập hợp $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ là

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 3. Từ một hộp đựng 10 thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 10, người ta rút ngẫu nhiên ra k thẻ. Gọi P là xác suất xuất hiện ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 khi được rút ra. Tìm giá trị nhỏ nhất của k để $P > \dfrac{13}{15}$.

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-4;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;0;0)$. **C.** $M(0;-4;5)$. **D.** $M(0;0;5)$.

Câu 5. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 6. Biết $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}+x}\,\mathrm{d}x = a + \frac{\pi^2}{b} + \frac{\sqrt{3}\pi}{c}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $M = a - b + c$.

A. $M = 35$. **B.** $M = 41$. **C.** $M = -37$. **D.** $M = -35$.

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $M(3;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình

A. $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{1} = -1$. **B.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{1} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{1} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{-1} = 1$.

Câu 8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $2x+y+z-3=0$. **B.** $2x-y-z+3=0$. **C.** $4x-2y-2z+3=0$. **D.** $4x-2y+2z-6=0$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y=\mathrm{e}^x$. **C.** $y=\sqrt{x^2+x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x>2^{x+8}$ là

A. $[8;+\infty)$. **B.** $(-\infty;8)$. **C.** $(0;8)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Câu 11. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đó bằng

A. $2a$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min\limits_{[0;3]} y=-3$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=1$.

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ được xác định bởi công thức

A. $S=\pi\displaystyle\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\displaystyle\int_a^b [g(x)-f(x)]\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 14. Với a là một số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\ln 3a=\ln 3+\ln a$. **B.** $\ln(3+a)=\ln 3+\ln a$.

C. $\ln\dfrac{a}{3}=\dfrac{1}{3}\ln a$. **D.** $\ln a^5=\dfrac{1}{5}\ln a$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^2+x+1$ là

A. $\dfrac{2x^3}{3}+x^2+x+C$. **B.** $4x+1$. **C.** $\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x$. **D.** $\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đáy $ABCD$ là một hình bình hành, tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $6a$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}_1=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(2;-1;0)$.

Câu 18. Tìm số giá trị nguyên trên đoạn $[-2;2018]$ của tham số m để hàm số $y=\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2017.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 20. Cho số phức $z=-2+i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(-2;1)$. **B.** $N(2;1)$. **C.** $Q(1;2)$. **D.** $M(-1;-2)$.

Câu 21. Thầy Châu vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất thầy Châu trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy Châu trả hết số tiền đã vay?

A. 78 tháng. **B.** 76 tháng. **C.** 75 tháng. **D.** 77 tháng.

Câu 22. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}$.

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $g(x)=2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Câu 24. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

A. $V=\pi R^2h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi Rh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}2\pi Rh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$.

Câu 25. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^4+\cdots+C_{2n+1}^{2n}=1024$.

A. 2099529. **B.** -2099520. **C.** -1959552. **D.** 1959552.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(\log_2 x\right)+\log_2\left(\log_4 x\right)=2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f(x) - 2m = 0$ có 3 nghiệm khi và chỉ khi

A. $-1 \leqslant m \leqslant 2$. **B.** $-1 < m < 2$. **C.** $-1 < m \leqslant 2$. **D.** $-2 < m < 4$.

Câu 28. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), đường thẳng nào cách B một khoảng cách nhỏ nhất?

A. $\dfrac{x+3}{26} = \dfrac{y}{11} = \dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{26} = \dfrac{y}{-11} = \dfrac{z-1}{-2}$.

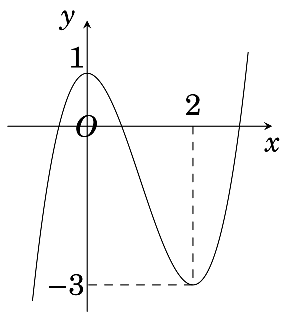
C. $\dfrac{x-3}{26} = \dfrac{y}{11} = \dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{26} = \dfrac{y-1}{11} = \dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 29.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Giá trị tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 31. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 \frac{x\,dx}{x^2+3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\log\dfrac{7}{3}$. **B.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{7}$.

Câu 32. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018^{\frac{S_1}{S_2}}$ bằng

A. 2018. **B.** 1. **C.** 2018^{π}. **D.** $2018^{\sqrt{2}}$.

Câu 33. Cho phương trình $\left(\sqrt{5}-1\right)^{x^2} + m\left(\sqrt{5}+1\right)^{x^2} = 2^{x^2-2}$ (1). Khoảng $(a;b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng bốn nghiệm phân biệt. Tính $b - a$.

A. $\dfrac{1}{16}$. **B.** $\dfrac{49}{64}$. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ, CD) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 35. Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C): $x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=6\pi^3$. **C.** $V=3\pi^2$. **D.** $V=6\pi^2$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, $SA=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính thể tích tứ diện $S.AHK$.

A. $\dfrac{8a^3}{15}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{45}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{15}$. **D.** $\dfrac{4a^3}{5}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên trên đoạn $[-5;5]$ của tham số m để số điểm cực trị của $f(|x|)$ bằng 3.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 38. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|(2+i)|z|z-(1-2i)z\right|=|1+3i|$ và $|z_1-z_2|=1$. Tính $M=|2z_1+3z_2|$.

A. $M=19$. **B.** $M=25$. **C.** $M=19$. **D.** $M=\sqrt{19}$.

Câu 39. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+1|=\left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+3\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức có mô-đun nhỏ nhất. Tính $S=2a+b$.

A. 0. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

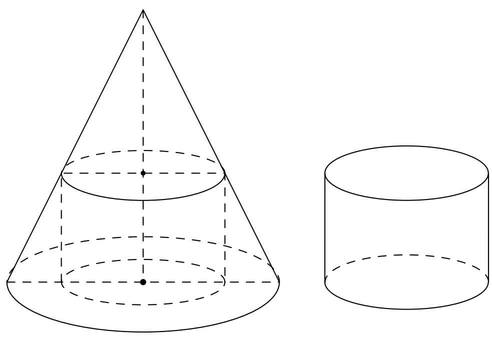
Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O, vuông góc với (ABC) sao cho (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M và N. Khi $OAMN$ có thể tích nhỏ nhất, hãy viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $x+y-2z=0$. **B.** $x+y+2z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 41. Cho phương trình $\left(8\sin^3 x-m\right)^3=162\sin x+27m$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 42.
Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2$m, chiều cao $h=6$m. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.



A. $V=\dfrac{32\pi}{9}\text{m}^3$. **B.** $V=\dfrac{32}{9}\text{m}^3$. **C.** $V=\dfrac{32\pi}{3}\text{m}^3$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{9}\text{m}^3$.

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất là

A. (P): $x+2y+3z+6=0$. **B.** (P): $x+2y+z-2=0$.

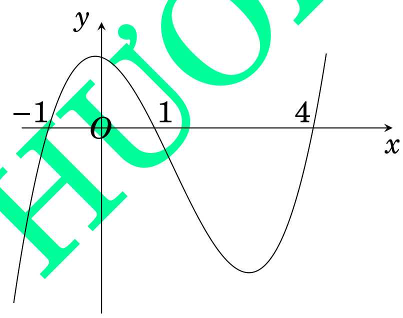
C. (P): $x-2y+z-6=0$. **D.** (P): $3x+2y+2z-4=0$.

Câu 44. Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=\int\limits_{\mathrm{e}^x}^{\mathrm{e}^{2x}} t\ln t\,\mathrm{d}t$. Tính $S=x_1+x_2$

A. $\ln 2\mathrm{e}$. **B.** $\ln 2$. **C.** $-\ln 2$. **D.** 0.

Câu 45.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng bên dưới?



A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$ có đồ thị (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng Δ: $y=3x+2018$.

A. $m=\dfrac{7}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5 ?

A. $1+2\mathrm{A}_{2018}^2+2\left(\mathrm{C}_{2017}^2+\mathrm{A}_{2017}^2\right)+\left(\mathrm{C}_{2017}^3+\mathrm{A}_{2017}^3\right)+\mathrm{C}_{2017}^4$.

B. $1+2\mathrm{C}_{2018}^2+2\mathrm{C}_{2018}^3+\mathrm{C}_{2018}^4+\mathrm{C}_{2018}^5$.

C. $1+2\mathrm{A}_{2018}^2+2\mathrm{A}_{2018}^3+\mathrm{A}_{2018}^4+\mathrm{C}_{2017}^5$.

D. $1+4\mathrm{C}_{2017}^1+2\left(\mathrm{C}_{2017}^2+\mathrm{A}_{2017}^2\right)+\left(\mathrm{C}_{2017}^3+\mathrm{A}_{2016}^2+\mathrm{C}_{2016}^2\right)+\mathrm{C}_{2017}^4$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)\neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x)=(2x+3)f^2(x)$ và $f(0)=-\dfrac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2017)+f(2018)=\dfrac{a}{b}$ với $(a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*)$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{a}{b}<-1$. **B.** $\dfrac{a}{b}>1$. **C.** $a+b=1010$. **D.** $b-a=3029$.

Câu 49. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_1^2+u_2^2+10)=\ln(2u_1+6u_2)$ và $u_{n+2}+u_n=2u_{n+1}+1$ với mọi $n\geqslant 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5050$ là

A. 100. **B.** 99. **C.** 101. **D.** 102.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O,A,B,C,D ?

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 5.

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** A	**11** C	**16** C	**21** D	**26** D	**31** C	**36** B	**41** A	**46** C
2 C	**7** C	**12** C	**17** A	**22** B	**27** B	**32** A	**37** A	**42** D	**47** D
3 C	**8** B	**13** D	**18** C	**23** B	**28** A	**33** C	**38** D	**43** B	**48** D
4 A	**9** A	**14** A	**19** B	**24** D	**29** A	**34** B	**39** B	**44** C	**49** C
5 C	**10** D	**15** D	**20** D	**25** C	**30** A	**35** D	**40** A	**45** A	**50** C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Mỗi cách sắp thứ tự 4 phần tử của M cho ta một số thoả mãn yêu cầu bài toán.
Do đó số các số thoả mãn yêu cầu bài toán là số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.
Chọn đáp án B

Câu 2. Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.
Chọn đáp án C

Câu 3. Số cách rút k thẻ từ 10 thẻ là C_{10}^k $(0<k\le 10, k\in\mathbb{N})$.
Số cách rút k thẻ mà không có thẻ nào ghi số chia hết cho 4 là C_8^k.
Xác suất "có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 4" là $P=1-\dfrac{C_8^k}{C_{10}^k}=1-\dfrac{(10-k)(9-k)}{90}$.
Theo bài ra ta có $P=1-\dfrac{(10-k)(9-k)}{90}>\dfrac{13}{15}\Leftrightarrow 6<k\le 10$ (do $k\le 10$).
Như vậy giá trị nhỏ nhất của k là $\min k=7$.
Chọn đáp án C

Câu 4. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-4;5)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M(3;0;5)$.
Chọn đáp án A

Câu 5. Ta có $z^2+2z+5=0\Leftrightarrow (z+1)^2=4i^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+2i\\ z=-1-2i\end{array}\right.$.
Đặt $A(-1;2), B(-1;-2)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(0;-4)\Rightarrow AB=4$.
Chọn đáp án C

Câu 6. Đặt $x=-t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.
Đổi cận: $x=-\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$ và $x=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6}$.

Từ đó, $I = \int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x = -\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}} \dfrac{-t\cos(-t)}{\sqrt{1+t^2}-t}\mathrm{d}t = -\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}-x}\mathrm{d}x.$

Suy ra $2I = \int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x - \int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}-x}\mathrm{d}x = -\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 2x^2\cos x\,\mathrm{d}x.$

Suy ra $I = -\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} x^2\cos x\,\mathrm{d}x.$

u	v'
x^2	$\cos x$
$2x$	$\sin x$
2	$-\cos x$
0	$-\sin x$

$= -\left(x^2\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} + 2x\cos x\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} - 2\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\right) = 2 - \dfrac{\pi^2}{36} - \dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}.$

Vậy $a = 2$, $b = -36$, $c = -3$ do đó $M = a - b + c = 35$.

Chọn đáp án A

Câu 7. Ta có M, N, P lần lượt là giao điểm của (MNP) với 3 trục tọa độ

$\Rightarrow (MNP)\colon \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{1} = 1.$

Chọn đáp án C

Câu 8. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4;-2;-2)$ và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB với $I(0;2;1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình $2x - y - z + 3 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 9. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x-1}{x} = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x}$.

$y = \mathrm{e}^x$ chỉ có tiệm cận ngang, không có tiệm cận đứng.

$y = \sqrt{x^2+x-2}$ không có tiệm cận nào.

Còn với $y = \dfrac{x^2-x-2}{x+1}$ thì $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-x-2}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1}(x-2) = -3 \neq \pm\infty$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Ta có $4^x > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2^{2x} > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2x > x + 8 \Leftrightarrow x > 8$.

Chọn đáp án D

Câu 11. Với hình trụ, ta có $S_{xq} = 2\pi r l \Leftrightarrow 2\pi a l = 2\pi a^2 \Leftrightarrow l = a$.

Chọn đáp án C

Câu 12. Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ đơn điệu trên đoạn $[0;3]$ và $y(0)=-1$, $y(3)=\dfrac{1}{2}$ nên $\min\limits_{[0;3]} y=-1$.
Chọn đáp án C

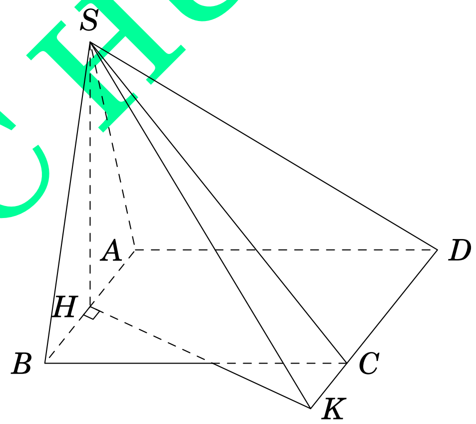
Câu 13. Diện tích cần tìm được tính theo công thức $S=\displaystyle\int_a^b \left|f(x)-g(x)\right| \mathrm{d}x$.

Chọn đáp án D

Câu 14. Theo công thức lôgarit của một tích ta có $\ln 3a=\ln 3+\ln a$.
Chọn đáp án A

Câu 15. Ta có $\displaystyle\int(2x^2+x+1)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x+C$.
Chọn đáp án D

Câu 16.
Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH\perp(ABCD)$.
Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại K
$\Rightarrow KH\perp(SAB)$.
Ta có $AB \parallel CD$ do đó
$\mathrm{d}(CD,SA)=\mathrm{d}(CD,(SAB))=\mathrm{d}(K,(SAB))=KH$.
Theo đề bài
$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot KH\cdot AB\cdot SH \Rightarrow KH=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{a\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=6a$.



Chọn đáp án C

Câu 17. $(P)\colon 2x-z+1=0$ có 1 véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;0;-1)$.
Chọn đáp án A

Câu 18. Với $y=\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$ ta có $y'=(3x^2-2x+m)\mathrm{e}^{x^3-x^2+mx}$.
Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2] \Leftrightarrow y'\geqslant 0, \forall x\in[1;2] \Leftrightarrow m\geqslant -3x^2+2x, \forall x\in[1;2]$
Đặt $g(x)=-3x^2+2x$ thì $g'(x)=-6x+2$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.
Dễ thấy $g'(x)<0, \forall x\in[1;2]$ nên $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.
Từ đó $\max\limits_{[1;2]} g(x)=g(1)=-1$.
Vậy $m\geqslant g(x), \forall x\in[1;2] \Leftrightarrow m\geqslant \max\limits_{[1;2]} g(x) \Leftrightarrow m\geqslant -1$.
Do đó có 2020 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu của bài toán.
Chọn đáp án C

Câu 19. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ bằng với số nghiệm phân biệt của phương trình $f(3-x)=2$.
Dựa trên bảng biến thiên của hàm số ta thấy phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt

nên phương trình $f(3-x)=2$ cũng có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ là 3 đường.

Chọn đáp án B

Câu 20. Có $w=zi=i(-2+i)=-1-2i$ nên điểm biểu diễn của w là điểm $M(-1;-2)$.

Chọn đáp án D

Câu 21. Đặt $T=300$ triệu đồng, $A=5$ triệu đồng, $r=0{,}65\%$.

Gọi P_n là số tiền còn nợ ngân hàng sau lần trả tiền thứ n. Khi đó ta có

$P_1=T(1+r)-A$.

$P_2=P_1(1+r)-A=T(1+r)^2-A\dfrac{(1+r)^2-1}{r}$.

$P_3=P_2(1+r)-A=T(1+r)^3-A\dfrac{(1+r)^3-1}{r}$.

...

$P_n=T(1+r)^n-A\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$.

Thầy Châu trả hết số tiền trên thì $T(1+r)^n-A\dfrac{(1+r)^n-1}{r}=0$.

$\Rightarrow 300(1{,}0065)^n-5\times\dfrac{(1{,}0065)^n-1}{0{,}0065}=0\Rightarrow n\approx 76{,}29$.

Chọn đáp án D

Câu 22. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}=2$.

Chọn đáp án B

Câu 23. Xét hàm số $g(x)=2f(x)+1$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Ta có $g'(x)=2f'(x)$. Do đó dấu của $g'(x)$ cũng chính là dấu của $f'(x)$ (với mọi x).

Vậy $g(x)$ cũng đạt cực tiểu tại $x_{\text{CT}}=0$ và đạt cực đại tại $x_{\text{CĐ}}=2$.

Chọn đáp án B

Câu 24. Thể tích của khối nón: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$.

Chọn đáp án D

Câu 25. Ta có $(1+x)^{2n+1}=\mathrm{C}_{2n+1}^0+\mathrm{C}_{2n+1}^1x+\mathrm{C}_{2n+1}^2x^2+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}x^{2n}+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Cho $x=1$, ta được: $2^{2n+1}=\mathrm{C}_{2n+1}^0+\mathrm{C}_{2n+1}^1+\mathrm{C}_{2n+1}^2+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}$

Cho $x=-1$, ta được: $0=\mathrm{C}_{2n+1}^0-\mathrm{C}_{2n+1}^1+\mathrm{C}_{2n+1}^2-\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}-\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}$

Từ đó $\mathrm{C}_{2n+1}^0+\mathrm{C}_{2n+1}^2+\mathrm{C}_{2n+1}^4+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}=2^{2n}=1024\Leftrightarrow n=5$.

Với $n=5$ ta có $(2-3x)^{2n}=(2-3x)^{10}$ (*)

Vậy hệ số chứa x^5 trong khai triển của (*) là $T_6=-\mathrm{C}_{10}^5 2^5 3^5=-1959552$.

Chọn đáp án C

Câu 26. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \ (*) \\ \log_4 x > 0 \end{cases}$

$\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\dfrac{1}{2}\log_2 x\right) = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\dfrac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\log_2(\log_2 x) = 3$

$\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16$ (thoả mãn điều kiện (*)).

Chọn đáp án D

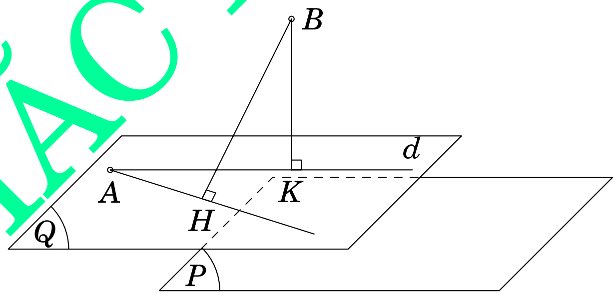
Câu 27. Ta có $f(x) - 2m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$ (1).

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

Dựa vào bảng biến thiên: phương trình có 3 nghiệm khi và chỉ khi $-2 < 2m < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Chọn đáp án B

Câu 28.



Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A(-3;0;1)$ và song song với (P): $x - 2y + 2z - 5 = 0$.

$\Rightarrow (Q)$: $x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $d \subset (Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B lên d và (Q) thì $BH \geqslant BK$.

Do đó $\mathrm{d}(B;d)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$.

Đường thẳng BK đi qua $B(1;-1;3)$ và vuông góc với $(Q) \Rightarrow BK$: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Ta có $K = BK \cap (Q) \Rightarrow K\left(-\dfrac{1}{9}; \dfrac{11}{9}; \dfrac{7}{9}\right)$.

Đường thẳng d qua A và nhận $\overrightarrow{AK} = \left(\dfrac{26}{9}; \dfrac{11}{9}; -\dfrac{2}{9}\right)$ làm véc-tơ chỉ phương

nên d: $\dfrac{x+3}{26} = \dfrac{y}{11} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Chọn đáp án A

Câu 29. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$ nên loại $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

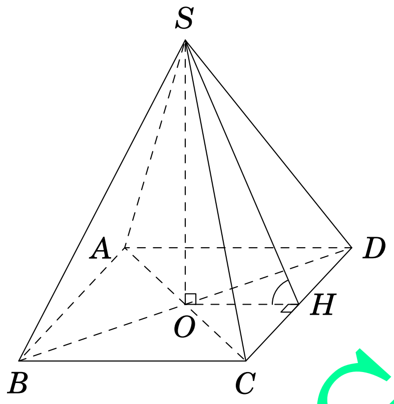
Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$, điểm cực đại là $x = 0$. Do đó $x = 0$, $x = 2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Nên ta loại $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Vậy đó là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án A

Câu 30.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$.



Gọi H là trung điểm của CD.

Tam giác SCD cân tại S nên $SH \perp CD$.

Tam giác OCD cân tại O nên $OH \perp CD$.

Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHO}$.

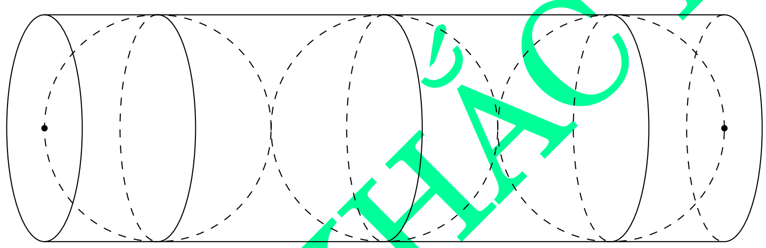
Ta có $OH = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $\tan\widehat{SHO} = \dfrac{SO}{OH} = 1$.

Chọn đáp án A

Câu 31. Ta có $\displaystyle\int_0^2 \frac{x\,\mathrm{d}x}{x^2+3} = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{\mathrm{d}(x^2+3)}{x^2+3} = \frac{1}{2}\ln|x^2+3|\Big|_0^2 = \frac{1}{2}\ln\frac{7}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 32.



Gọi r_1 là bán kính của quả bóng.

Gọi h, r_2 tương ứng là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề bài ta có: $h = 3\cdot(2r_1) = 6r_1$ và $r_1 = r_2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2 = 2\pi r_2 h = 2\pi r_1 \cdot 6r_1 = 12\pi r_1^2$.

Tổng diện tích của ba quả bóng là: $S_1 = 3\cdot 4\pi r_1^2 = 12\pi r_1^2$.

Khi đó $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{12\pi r_1^2}{12\pi r_1^2} = 1$. Từ đó $2018^{\frac{S_1}{S_2}} = 2018$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Phương trình $\left(\sqrt{5}-1\right)^{x^2} + m\left(\sqrt{5}+1\right)^{x^2} = 2^{x^2-2}$ (1) $\Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2} + m\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{x^2} = \dfrac{1}{4}$.

Đặt $t = \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2}$; $0 < t \leqslant 1$

Phương trình (1) trở thành $t + \dfrac{m}{t} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow -t^2 + \dfrac{1}{4}t = m$ (2)

Xét $g(t) = -t^2 + \dfrac{1}{4}t$ trên $(0;1]$

$g'(t) = -2t + \dfrac{1}{4}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{8}$.

Bảng biến thiên

t	0		$\frac{1}{8}$		1
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{64}$	$\searrow$	$-\frac{3}{4}$

Để phương trình (1) có đúng 4 nghiệm thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0;1)$. Từ bảng biến thiên $\rightarrow m \in \left(0;\dfrac{1}{64}\right)$.

Vậy $a = 0; b = \dfrac{1}{64} \Rightarrow b - a = \dfrac{1}{64}$.

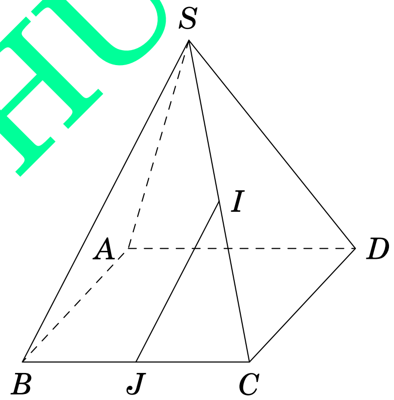
Chọn đáp án C

Câu 34.

$\triangle SBC$ có IJ là đường trung bình $\Rightarrow IJ \parallel SB$

Ta có $AB \parallel CD$

Suy ra $(IJ;CD) = (SB;AB) = \widehat{SBA} = 60°$.



Chọn đáp án B

Câu 35.

Phương trình đường tròn (C): $x^2 + (y-3)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 3 + \sqrt{1-x^2} \\ y = 3 - \sqrt{1-x^2} \end{array}\right.$.

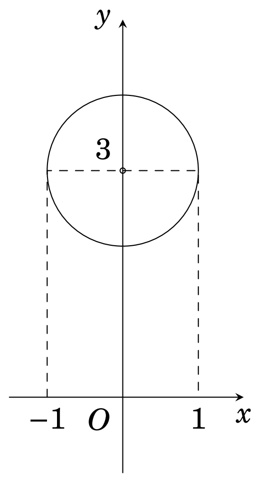
Khi đó hình xuyến cái phao được tạo thành khi quay đường tròn tâm $I(0;3)$ và có bán kính $r = 1$ xung quanh trục Ox.

$\Rightarrow V = \pi \displaystyle\int_{-1}^{1} \left[\left(3+\sqrt{1-x^2}\right)^2 - \left(3-\sqrt{1-x^2}\right)^2\right] \mathrm{d}x = 12\pi \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$

Đặt $x = \sin t \Rightarrow \mathrm{d}x = \cos t\,\mathrm{d}t$.

Khi đó

$V = 12\pi \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\,\mathrm{d}t = 6\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t = 6\pi\left(t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 6\pi^2.$



Chọn đáp án D

Câu 36.

Ta có $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}SA \cdot \dfrac{1}{2}BA \cdot BC = \dfrac{a^3}{3}$.

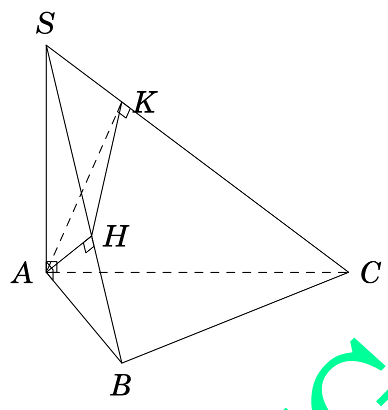
Tính được:

$SB^2 = AB^2 + SA^2 = 5a^2$.

$SC^2 = AB^2 + BC^2 + SA^2 = 6a^2$.

$\dfrac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SH}{SB} \cdot \dfrac{SK}{SC} = \dfrac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2} = \dfrac{8}{15}$.

$\Rightarrow V_{S.AHK} = \dfrac{8}{15}V_{S.ABC} = \dfrac{8}{45}a^3$.



Chọn đáp án B

Câu 37. TH1: Nếu $m = -3$ thì $f'(x)$ không đổi dấu nên $f(x)$ không có điểm cực trị. Do đó $f(|x|)$ có một điểm cực trị (loại).

TH2: Nếu $m \leqslant 0, m \neq -3$ thì hàm số $f(x)$ có các điểm cực trị $x_1 = -3$ và $x_2 = m \leqslant 0$. Do đó hàm số $f(|x|)$ có một điểm cực trị là $x = 0$.

TH3: Nếu $m > 0$, suy ra hàm số $f(x)$ có các điểm cực trị $x_1 = -3$ và $x_2 = m > 0$. Do đó $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị là $x = 0$; $x = m$ và $x = -m$.

Vậy các giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-5;5]$ để số điểm cực trị của $f(|x|)$ bằng 3 là $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Ta có $\left|(2+i)|z|z - (1-2i)z\right| = |1+3i| \Leftrightarrow \left|z[(2+i)|z| - 1 + 2i]\right| = |1+3i|$

$\Leftrightarrow |z|\sqrt{(2|z|-1)^2 + (|z|+2)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |z|^2\left(5|z|^2+5\right) = 10 \Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow |z| = 1$.

Suy ra $|z_1| = |z_2| = 1$.

Mặt khác $|2z_1 + 3z_2|^2 = (2z_1 + 3z_2)(2\overline{z_1} + 3\overline{z_2}) = 13 + 6(z_1.\overline{z_2} + \overline{z_1}.z_2)$

và $|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = 2 - (z_1.\overline{z_2} + \overline{z_1}.z_2)$.

Do đó $M^2 + 6|z_1 - z_2|^2 = 25 \Rightarrow M = \sqrt{19}$.

Chọn đáp án D

Câu 39. Ta có $|z+1| = \left|\dfrac{z+\overline{z}}{2} + 3\right| \Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(a+3)^2} \Leftrightarrow b^2 = 4a + 8$.

Lại có $|z| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{a^2+4a+8}$ nhỏ nhất khi $a = -2 \Rightarrow b = 0$.

Vậy $S = 2a + b = -4$.

Chọn đáp án B

Câu 40. Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;-3;3), \overrightarrow{AC} = (-3;0;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-9;-9;-9)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;1)$.

Phương trình của đường thẳng AB: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$ và của đường thẳng AC: $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

(P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N nên $M(3;3-m;m), N(3-n;3;n)$, với $m,n \in [0;3]$

Ta có $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right] = (3n-3m-mn;3m-3n-mn;3m+3n-mn)$.

Do $(OMN)\perp(ABC)$ nên $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 3m+3n-3mn = 0 \Leftrightarrow mn = n+m$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right] = (2n-4m;2m-4n;2m+2n)$.

Do $\overrightarrow{OA} = (3;3;0)$ nên $V_{OAMN} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\overrightarrow{OA}\right| = \dfrac{1}{6}\left|6n-12m+6m-12n\right| = m+n = V$.

Ta có $m+n \geqslant 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{m+n} \Rightarrow \sqrt{m+n} \geqslant 2 \Rightarrow V = m+n \geqslant 4$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = n = 2$.

Vậy mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right] = (-4;-4;8)$ và đi qua O nên có phương trình $x+y-2z = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 41. Ta có $\left(8\sin^3 x - m\right)^3 = 162\sin x + 27m$ (1) $\Leftrightarrow 8\sin^3 x - m = 3\sqrt[3]{6\sin x + m}$

$\Leftrightarrow 8\sin^3 x + 6\sin x = 6\sin x + m + 3\sqrt[3]{6\sin x + m} \Leftrightarrow 2\sin x = \sqrt[3]{6\sin x + m}$

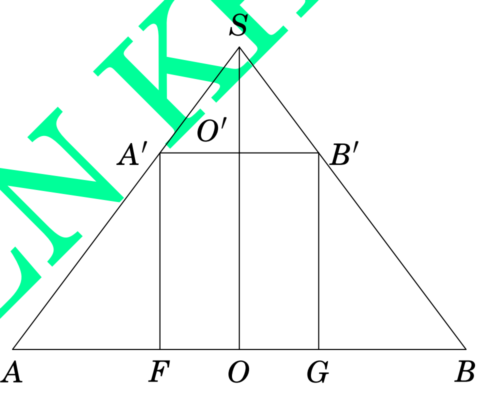
(do hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$)

Như vậy (1) $\Leftrightarrow m = 8\sin^3 x - 6\sin x \Leftrightarrow m = -2\sin 3x$.

Lại có $0 < x < \dfrac{\pi}{3}$ nên $-2 \leqslant -2\sin 3x < 0 \Rightarrow -2 \leqslant m < 0$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1\}$.

Chọn đáp án A

Câu 42. Giả sử cắt nón bởi mặt phẳng đi qua trục nón ta được thiết diện là tam giác như hình vẽ



Đặt $SO' = x$, $(0 < x < 6) \Rightarrow OO' = 6 - x$.

Do $A'B' \parallel AB \Rightarrow \dfrac{A'O'}{AO} = \dfrac{SO'}{SO} \Rightarrow A'O' = \dfrac{SO'\cdot AO}{SO} = \dfrac{x\cdot 2}{6} = \dfrac{x}{3}$.

$V_{\text{trụ}} = \pi\cdot A'O'^2\cdot OO' = \pi(6-x)\left(\dfrac{x}{3}\right)^2 = \dfrac{\pi}{18}(12-2x)\cdot x\cdot x \leqslant \dfrac{\pi}{18}\left(\dfrac{(12-2x)+x+x}{3}\right)^3 = \dfrac{32\pi}{9}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = 4$m.

Chọn đáp án D

Câu 43. Ta có (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3$

$AI = \sqrt{1^2 + 2^2 + (3-2)^2} = \sqrt{6} < R \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S).

Để (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là hình tròn (C) diện tích nhỏ nhất thì đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất, hay $\mathrm{d}(I,(P))$ lớn nhất.

Suy ra (P) đi qua $A(0;0;2)$ và vuông góc với $AI \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (1;2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Vậy $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 44. Đặt $F(t) = \int t \ln t \, dt \Rightarrow F'(t) = t \ln t$.

Khi đó $f(x) = \int\limits_{e^x}^{e^{2x}} t \ln t \, dt = F(e^{2x}) - F(e^x) \Rightarrow f'(x) = 2e^{2x} F'(e^{2x}) - e^x F'(e^x)$.

Suy ra $f'(x) = 2e^{2x} \cdot e^{2x} \ln(e^{2x}) - e^x \cdot e^x \ln(e^x) = 4xe^{4x} - xe^{2x} = xe^{2x}(4e^{2x} - 1)$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ e^{2x} = \dfrac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x = \ln \dfrac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\ln 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $x_1 = -\ln 2$ và $x_2 = 0$.

Vậy $S = x_1 + x_2 = -\ln 2$.

Chọn đáp án C

Câu 45. Đặt $g(x) = f(3-2x) + 2018$ ta có $g'(x) = [f(3-2x) + 2018]' = -2f'(3-2x)$.

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0$.

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $\left[\begin{array}{l} -1 < 3 - 2x < 1 \\ 3 - 2x > 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < x < 2 \\ x < -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y = f(3-2x) + 2018$ nghịch biến trên $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$ và $(1;2)$.

Chọn đáp án A

Câu 46. $\Delta: y = 3x + 2018$ có hệ số góc $k_\Delta = 3$.

$y' = 3x^2 - 4x + m - 1$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số (C_m).

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 + m - 1 = 3\left(x_0 - \dfrac{2}{3}\right)^2 + m - \dfrac{7}{3} \geqslant m - \dfrac{7}{3}$

Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất $k_{tt} = m - \dfrac{7}{3}$.

Theo bài ra ta có $k_{tt} \cdot k_\Delta = -1 \Leftrightarrow \left(m - \dfrac{7}{3}\right) 3 = -1 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 47. Vì $5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số tự nhiên có một chữ số 5 đứng đầu và 2017 số 0 đứng sau: Có 1 số.

Trường hợp 2: Số tự nhiên có một chữ số 4, một chữ số 1 và 2016 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 4 đứng đầu thì số 1 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{1} số.
- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì số 4 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{1} số.

Trường hợp 3: Số tự nhiên có một chữ số 3, một chữ số 2 và 2016 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 3 đứng đầu thì số 2 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{1} số.
- Khả năng 2: Nếu số 2 đứng đầu thì số 3 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{1} số.

Trường hợp 4: Số tự nhiên có hai chữ số 2, một chữ số 1 và 2015 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì số 1 và số 2 còn lại đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có A_{2017}^{2} số.
- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì hai chữ số 2 đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{2} số.

Trường hợp 5: Số tự nhiên có 2 chữ số 1, một chữ số 3 thì tương tự như trường hợp 4 ta có $A_{2017}^{2}+C_{2017}^{2}$ số.

Trường hợp 6: Số tự nhiên có một chữ số 2, ba chữ số 1 và 2014 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì ba chữ số 1 đứng ở ba trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{3} số.
- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà không có số 1 nào khác đứng trước nó thì hai số 1 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có C_{2016}^{2} số.
- Khả năng 3: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà đứng trước nó có hai số 1 thì hai số 1 và 2 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có A_{2016}^{2} số.

Trường hợp 7: Số tự nhiên có năm chữ số 1 và 2013 số 0, vì chữ số 1 đứng đầu nên bốn chữ số 1 còn lại đứng ở bốn trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{4} số.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $1+4C_{2017}^{1}+2\left(C_{2017}^{2}+A_{2017}^{2}\right)+\left(C_{2017}^{3}+A_{2016}^{2}+C_{2016}^{2}\right)+C_{2017}^{4}$ số cần tìm.

Chọn đáp án D

Câu 48. Ta có

$$f'(x)=(2x+3)f^2(x)\Rightarrow\frac{f'(x)}{f^2(x)}=2x+3\Rightarrow\int\frac{f'(x)}{f^2(x)}\,\mathrm{d}x=\int(2x+3)\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow-\frac{1}{f(x)}=x^2+3x+C.$$

Vì $f(0)=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=2$.

Vậy $f(x)=-\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+1}$.

Do đó $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2017)+f(2018)=\dfrac{1}{2020}-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1009}{2020}$.

Vậy $a=-1009$; $b=2020$. Do đó $b-a=3029$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta có $\ln(u_1^2+u_2^2+10)=\ln(2u_1+6u_2)$

$\Leftrightarrow u_1^2+u_2^2+10=2u_1+6u_2 \Leftrightarrow (u_1-1)^2+(u_2-3)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1-1=0 \\ u_2-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=1 \\ u_2=3. \end{cases}$

Mà $u_{n+2}+u_n=2u_{n+1}+1, \forall n \geqslant 1 \Leftrightarrow (u_{n+2}-u_{n+1})=(u_{n+1}-u_n)+1, \forall n \geqslant 1$

Suy ra dãy số $(u_{n+1}-u_n)$ là một cấp số cộng với công sai $d=1$ và số hạng đầu $(u_2-u_1)=2$.

Từ đó với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_{n+1}-u_n=2+(n-1)=n+1 \Rightarrow u_{n+1}=u_n+(n+1)$.

Vậy $u_n=1+2+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

Để $u_n>5050$ thì $\dfrac{n(n+1)}{2}>5050 \Leftrightarrow n>100$ vì $n \in \mathbb{N}^*$. Kết quả chọn $n=101$.

Chọn đáp án C

Câu 50. Ta thấy 3 điểm A,B,C tạo thành mặt phẳng chắn các trục tọa độ có phương trình:
$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1$

Suy ra $D \in (ABC)$. Như vậy 4 điểm A,B,C,D đồng phẳng.

Mà theo lý thuyết: qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được 1 mặt phẳng.

Vậy nên số mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O,A,B,C,D là $\mathrm{C}_5^3-3=7$.

Chọn đáp án C