GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 031

(*Đề thi có 7 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử, trường THPT Hậu Lộc 2, Thanh Hoá, Lần 2, 2018)

Mã đề thi 031

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = -4-5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 2+2i$. **B.** $z = -2-2i$. **C.** $z = 2-2i$. **D.** $z = -2+2i$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

Câu 3. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn ra 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Câu 4. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = 2a$, $AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ đó là

A. $V = a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = 4a^3$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 6. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = (x-2)^{-4} + \log_4(x-1)$ là

A. $\mathscr{D} = (2;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D} = (1;2)$. **C.** $\mathscr{D} = (1;2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D} = (1;+\infty)$.

Câu 7. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

A. $S = \dfrac{7}{3}$. **B.** $S = \dfrac{8}{3}$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Câu 8. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.

D. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Câu 9. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

C. Trong không gian, hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2-x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $y = 2$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}$. **D.** $x = 2$.

Câu 11. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là

A. $S_{tp} = 15\pi$. **B.** $S_{tp} = 20\pi$. **C.** $S_{tp} = 22\pi$. **D.** $S_{tp} = 24\pi$.

Câu 12. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây là một mệnh đề đúng?

A. $y'(1) = \dfrac{9}{\ln 3}$. **B.** $y'(1) = 3\ln 3$. **C.** $y'(1) = 9\ln 3$. **D.** $y'(1) = \dfrac{3}{\ln 3}$.

Câu 13. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π.

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π.

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$ là

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x+1)$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos(2x+1)$.

Câu 15. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là một tam giác cân.

B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là một hình tròn.

C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.

D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Câu 16. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 17. Tính giới hạn $K = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K = -\dfrac{2}{3}$. **B.** $K = \dfrac{2}{3}$. **C.** $K = \dfrac{4}{3}$. **D.** $K = 0$.

Câu 18. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng

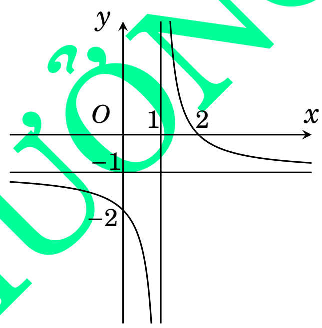
A. $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 19.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với a, b, c là các hệ số thực. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

A. $T = 12$. **B.** $T = 10$.

C. $T = -9$. **D.** $T = -7$.



Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $75°$.

Câu 21. Xét các khẳng định sau đây

(1). Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.

(2). Đồ thị hàm số $y = 2^x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.

(3). Đồ thị các hàm số $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

(4). Hàm số $y = a^x$, $(a > 0, a \neq 1)$ là hàm số chẵn.

(5). Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy.

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Gọi A,B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = 2\sqrt{5}$. **B.** $AB = 5$. **C.** $AB = 4$. **D.** $AB = 5\sqrt{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là

A. $y = 3x - 2$. **B.** $y = x - \dfrac{2}{3}$. **C.** $y = -3x + 2$. **D.** $y = -x + \dfrac{2}{3}$.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng qua M và song song với hai cạnh BC; AD. Thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 8 + i$, $z_3 = 1 - 3i$. Khẳng định nào sau đây là một mệnh đề đúng?

A. Tam giác MNP cân, không vuông. **B.** Tam giác MNP đều.

C. Tam giác MNP vuông, không cân. **D.** Tam giác MNP vuông cân.

Câu 27. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0;\pi]$ là

A. $x = \pi$. **B.** $x = \dfrac{11\pi}{12}$. **C.** $x = \dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x = \dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 28. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là

A. $r = \sqrt{6}$. **B.** $r = 2\sqrt{2}$. **C.** $r = 4$. **D.** $r = 2\sqrt{3}$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \le -1$ là

A. $S = [1;\sqrt{5}]$. **B.** $S = (-\infty;-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5};+\infty)$.

C. $S = [-\sqrt{5};\sqrt{5}]$. **D.** $S = [-\sqrt{5};-1) \cup (1;\sqrt{5}]$.

Câu 30. Chọn công thức đúng trong các công thức dưới đây.

A. $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = 2\ln x + C$. **B.** $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = 2\ln^2 x + C$.

C. $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \ln^2 x + C$. **D.** $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln^2 x + C$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{nếu } x \ne 1 \\ 8 + a^2 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x = 1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 32. Biết rằng $\displaystyle\int_0^1 x\cos 2x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(a\sin 2 + b\cos 2 + c)$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b + c = 1$. **B.** $a - b + c = 0$. **C.** $2a + b + c = -1$. **D.** $a + 2b + c = 1$.

Câu 33. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $x + 2y - 2z - 4 = 0$ và (β): $2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi và chỉ khi

A. $m = 12$. **B.** $m = -12$. **C.** $m = -10$. **D.** $m = 5$.

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x + 3}$ lần lượt là

A. -1 và $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1 và 2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$ và 1. **D.** 1 và 2.

Câu 36. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, trong đó a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6 lấy từ các chữ số $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $p = \dfrac{4}{85}$. **B.** $p = \dfrac{4}{135}$. **C.** $p = \dfrac{3}{20}$. **D.** $p = \dfrac{5}{158}$.

Câu 37. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = (1+2i)z_1 - \dfrac{3}{2}i$?

A. $M(-2;1)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(2;1)$.

Câu 38. Khi xây nhà, anh Tiến cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 6\text{ m}^3$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép, xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 1.000.000 đồng/m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng 2/9 diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà anh Tiến phải trả (làm tròn đến hàng trăm nghìn).

A. 22.000.000 đồng. **B.** 20.970.000 đồng. **C.** 20.965.000 đồng. **D.** 21.000.000 đồng.

Câu 39. Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20$ cm, chiều cao $h = 60$ cm và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V = 3000\pi\text{ cm}^3$. **B.** $V = \dfrac{32000}{9}\pi\text{ cm}^3$. **C.** $V = 3600\pi\text{ cm}^3$. **D.** $V = 4000\pi\text{ cm}^3$.

Câu 40. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất 2,1% một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 79.760.000 đồng. **B.** 74.813.000 đồng. **C.** 65.393.000 đồng. **D.** 70.656.000 đồng.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc $45°$. Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng

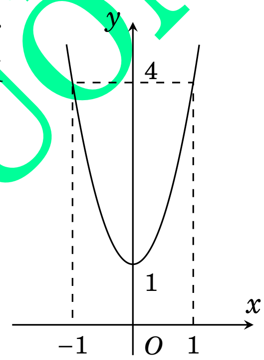
A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng của ba số hạng đầu bằng $\dfrac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \dfrac{101}{27}$. **B.** $T = \dfrac{100}{27}$. **C.** $T = -\dfrac{100}{27}$. **D.** $T = -\dfrac{101}{27}$.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$.



A. $H = 45$. **B.** $H = 64$. **C.** $H = 51$. **D.** $H = 58$.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 4$. **D.** $T = 5$.

Câu 45. Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $f(x)f(a-x) = 1$. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^a \frac{1}{1+f(x)}\mathrm{d}x$.

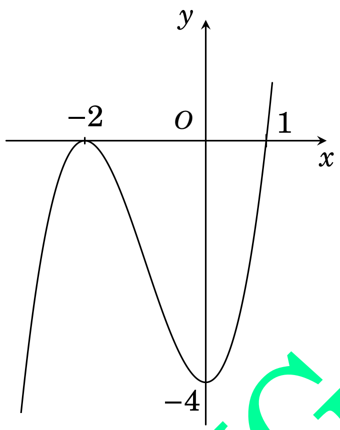
A. $I = \dfrac{2a}{3}$. **B.** $I = \dfrac{a}{2}$. **C.** $I = \dfrac{a}{3}$. **D.** $I = a$.

Câu 46. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)\cdot\left(4-\sqrt{7}\right)^x + \left(4+\sqrt{7}\right)^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m > \dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m \geq \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m \geq -\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ và các mệnh đề sau:



(1). Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

(2). Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

(3). Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.

(4). Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

(5). Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $m = \sqrt{2} - 1$. **B.** $m = 2\sqrt{2}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 2\sqrt{2} - 2$.

Câu 49. Tam giác mà ba đỉnh của nó lần lượt là trung điểm các cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC.

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$,... sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \cdots + S_n + \cdots$.

A. $S = \dfrac{15\pi}{4}$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = \dfrac{9\pi}{2}$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 50. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + \mathrm{d}x + e$, $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0)$ cắt trục hoành Ox tại 4 điểm phân biệt. Khi đó đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành Ox tại bao nhiêu điểm, trong đó $g(x) = (4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d)^2 - 2(6ax^2 + 3bx + c)(ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e)$?

A. 6. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** C	**11** D	**16** A	**21** D	**26** C	**31** D	**36** B	**41** C	**46** A
2 A	**7** A	**12** C	**17** A	**22** A	**27** D	**32** B	**37** C	**42** C	**47** D
3 A	**8** D	**13** C	**18** A	**23** B	**28** C	**33** B	**38** C	**43** D	**48** D
4 C	**9** B	**14** A	**19** C	**24** C	**29** B	**34** D	**39** A	**44** B	**49** B
5 A	**10** B	**15** B	**20** C	**25** D	**30** D	**35** A	**40** B	**45** B	**50** B

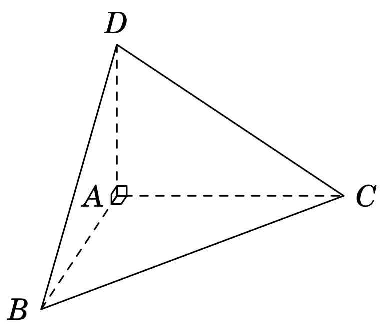
LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $z_1+z_2=(2+3i)+(-4-5i)=-2-2i$.
Chọn đáp án B

Câu 2. Mặt phẳng (Oxz): $y=0 \Rightarrow$ hình chiếu của $A(3;-2;5)$ trên (Oxz) là $M(3;0;5)$.
Chọn đáp án A

Câu 3. Số cách chọn một cái bút và một quyển sách từ 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau là: $\mathrm{C}_{10}^1 \times \mathrm{C}_8^1 = 10\times 8 = 80$.
Chọn đáp án A

Câu 4. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}(2a)^2\cdot 3a = 2a^3$.



Chọn đáp án C

Câu 5. Đường thẳng qua $A(1;-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y-(-2)}{-1}=\frac{z-3}{-2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.
Chọn đáp án A

Câu 6. Hàm số $y=(x-2)^{-4}+\log_4(x-1)$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2\neq 0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x>1. \end{cases}$.
Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=(1;2)\cup(2;+\infty)$.
Chọn đáp án C

Câu 7. Ta có $S=\int\limits_1^2 |x^2|\,dx=\int\limits_1^2 x^2\,dx=\frac{1}{3}x^3\Big|_1^2=\frac{7}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 8. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Chọn đáp án D

Câu 9. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau thì không trùng nhau và cũng không thể song song với nhau, do đó chúng cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án B

Câu 10. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{2-x}=-1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $y=-1$.

Chọn đáp án B

Câu 11. Diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi\times 3\times 5+\pi\times 3^2=24\pi$.

Chọn đáp án D

Câu 12. Ta có $y'=3^{x+1}\ln 3$. Suy ra $y'(1)=3^2\ln 3=9\ln 3$.

Chọn đáp án C

Câu 13. Hàm số $y=\cot x$ không xác định tại các điểm $x=k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ nên tính chất "nghịch biến trên $\mathbb{R}$" không thể xảy ra.

Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$ mới là đúng.

Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T=2\pi$ mới là đúng.

Chọn đáp án C

Câu 14. Ta có $\int f(x)\,dx=\int \sin(2x+1)\,dx=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

Chọn đáp án A

Câu 15. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là đường tròn mới đúng. Chỉ khi nào cắt khối trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục ta mới thu được thiết diện là một hình tròn.

Chọn đáp án B

Câu 16. Hàm số $y=\log_2 x$ có tập xác định là $\mathscr{D}=(0;+\infty)$.

Do đó hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ (chứ không phải trên $\mathbb{R}$).

Chọn đáp án A

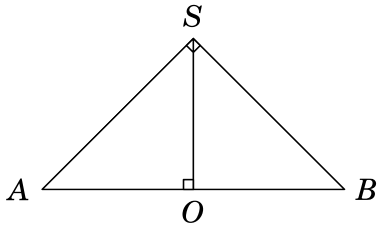
Câu 17. Ta có $K=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x}{x(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{4}{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=-\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 18.

Do thiết diện là một tam giác vuông cân nên ta có $h = r = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{a^3\cdot 6\sqrt{6}}{8} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án A

Câu 19. Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị nhận hai đường thẳng $x = 1$ và $y = -1$ là tiệm cận nên $c = -1$ và $a = -1$. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\dfrac{b}{a} = 2$ nên $b = 2$.

Vậy $T = -1 - 6 - 2 = -9$.

Chọn đáp án C

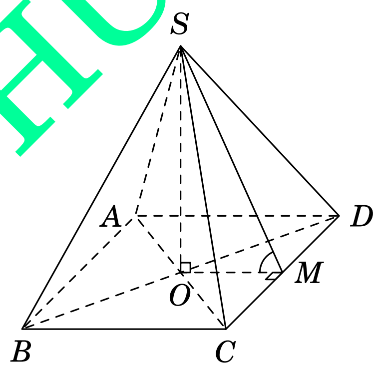
Câu 20.

Gọi M là trung điểm của cạnh CD.

Khi đó góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMO}$.

Ta có $\tan\widehat{SMO} = \dfrac{SO}{OM} = \dfrac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$ nên góc $\widehat{SMO} = 60°$.

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$ bằng $60°$.



Chọn đáp án C

Câu 21. Các khẳng định sai là (2) và (4), cụ thể là:

- (C): $y = 2^x$ không có tiệm cận đứng mà chỉ có tiệm cận ngang là trục hoành.
- $y = a^x$ luôn tăng hoặc luôn giảm trên $\mathbb{R}$ nên không thể nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án D

Câu 22. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;2), B(2;-2)$ nên $AB = 2\sqrt{5}$.

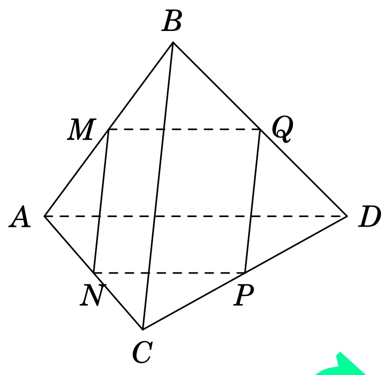
Chọn đáp án A

Câu 23. Ta có $y' = x^2 + 2x - 2 \Rightarrow y'(1) = 1$. Từ đó phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y - \dfrac{1}{3} = 1(x-1) \Rightarrow y = x - \dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 24.

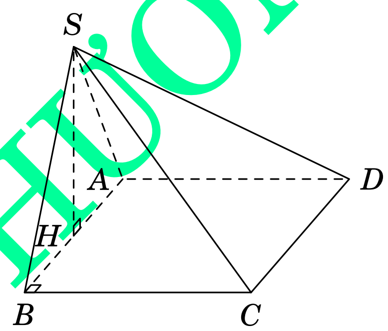
Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, CD, BD.
Khi đó MN và PQ cùng song song với BC và cùng bằng nửa BC.
Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành (đương nhiên lúc đó M, N, P, Q đồng phẳng)
Ngoài ra NP song song với AD nên $(MNPQ)$ là thiết diện qua M và song song với cả BC lẫn AD.



Chọn đáp án C

Câu 25.

Gọi H là trung điểm AB. Khi đó,
do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp và $SH = a\sqrt{3}$.
Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án D

Câu 26. Ta có $M(1;1)$, $N(8;1)$, $P(1;-3)$.
nên $\overrightarrow{MN} = (7;0); \overrightarrow{MP} = (0;-4); \overrightarrow{NP} = (-7;-4)$ và $MN = 7$; $MP = 4$; $NP = \sqrt{65}$.
Ngoài ra $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ nên tam giác MNP vuông tại M nhưng không cân.
Chọn đáp án C

Câu 27. Ta có $2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in [0;\pi]$ nên $x \in \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{5\pi}{6}\right\}$.
Chọn đáp án D

Câu 28. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $R = 5$.
Ta đặt $d = \mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|1 + 2(-2) - 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$.
Khi đó $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.
Chọn đáp án C

Câu 29. Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2(x^2-1)\right) \le -1 \Leftrightarrow \log_2(x^2-1) \ge 2 \Leftrightarrow x^2 - 1 \ge 4 \Leftrightarrow x^2 \ge 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge \sqrt{5} \\ x \le -\sqrt{5}. \end{array}\right.$

Vậy $S = \left(-\infty; -\sqrt{5}\right] \cup \left[\sqrt{5}; +\infty\right)$ là tập nghiệm của bất phương trình.
Chọn đáp án B

Câu 30. Ta có $\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \int \ln x\,\mathrm{d}(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$.

Chọn đáp án D

Câu 31. Ta có $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(x-1)(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\left[(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)\right] = 4a+8$.

Lại có $f(1) = 8 + a^2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4a+8 = 8+a^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=4. \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị của tham số a thoả mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án D

Câu 32. Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \cos 2x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = \frac{1}{2}\sin 2x \end{cases}$. Khi đó

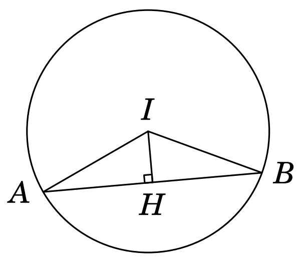
$I = \frac{1}{2}x\sin 2x\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 \sin 2x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2 + \left(\frac{1}{4}\cos 2x\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{4}(2\sin 2 + \cos 2 - 1)$.

Suy ra $a=2, b=1, c=-1 \Rightarrow a-b+c=0$.

Chọn đáp án B

Câu 33.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính $R = \sqrt{13-m}$.



Do $\Delta = (\alpha)\cap(\beta) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = -1+2t \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (2;1;2)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $\Delta \Rightarrow H(2t;1+t;-1+2t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (2t+2;t-2;2t-1)$.

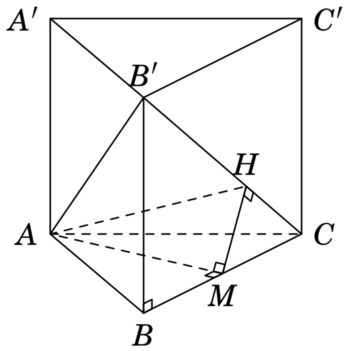
Mà $IH \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t=0$. Suy ra $IH = 3$.

Như vậy $R^2 = IH^2 + \frac{1}{4}AB^2 \Rightarrow m = -12$.

Chọn đáp án B

Câu 34.

Gọi M là trung điểm của BC.



Kẻ $MH \perp B'C$ với $H \in B'C$.

Mà $AM \perp B'C$ nên $B'C \perp (AMH) \Rightarrow AH \perp B'C$.

Từ đó $((AB'C);(BCC'B')) = (MH,AH) = \widehat{AHM} \Rightarrow \widehat{AHM} = 60^\circ$.

Ta có $AB = AC = a\sqrt{3}$; $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; $AH = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = a\sqrt{2}$;

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB'^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6a^2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{6}$;

Suy ra $AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = AA'\cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 35. Ta có $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}\Leftrightarrow(2y-1)\sin x+(-y-1)\cos x=-3y$ (*).

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow(2y-1)^2+(y+1)^2\geq 9y^2\Leftrightarrow 2y^2+y-1\leq 0\Leftrightarrow -1\leq y\leq\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là $\min y=-1$ và $\max y=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 36. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{A}_7^6-\mathrm{A}_6^5=4320$.

Gọi A là biến cố "Số được viết thỏa mãn $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$".

- TH1: $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\in\{1;2;3;4;5;6\}\Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$.
  Số cách sắp xếp là: $3!\times 2!\times 2!\times 2!=48$.
- TH2: $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\in\{1;2;3;4;5;0\}\Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=5$.
  Số cách sắp xếp là: $3!\times 2!\times 2!\times 2!-2!\times 2!\times 2!=40$.
- TH3: $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\in\{1;2;0;4;5;6\}\Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$.
  Số cách sắp xếp là: $3!\times 2!\times 2!\times 2!-2!\times 2!\times 2!=40$.

Như vậy $n(A)=48+40+40=128\Rightarrow \mathrm{P}(A)=\dfrac{128}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Chọn đáp án B

Câu 37. Ta có $z_1=2-\dfrac{1}{2}i\Rightarrow w=(1+2i)\left(2-\dfrac{1}{2}i\right)-\dfrac{3}{2}i=3+2i\Rightarrow M(3;2)$.

Chọn đáp án C

Câu 38. Gọi $3x,x$ (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của đáy bể $(x>0)$.

Gọi y (m) là chiều cao của bể $(y>0)$.

Thể tích bể nước là $V=x\times 3x\times y=6\Rightarrow y=\dfrac{2}{x^2}$ (m^3).

Diện tích toàn phần của bể nước là

$$S_{tp}=3xy+3xy+xy+xy+3x^2+3x^2-\frac{2}{9}\times 3x^2=8xy+\frac{16}{3}x^2=\frac{16}{x}+\frac{16}{3}x^2\ (\mathrm{m}^2)$$

$$=\frac{8}{x}+\frac{8}{x}+\frac{16}{3}x^2\Rightarrow S_{tp}\geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{x}\times\frac{8}{x}\times\frac{16}{3}\times x^2}=24\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\ (\mathrm{m}^2).$$

(dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$ (m))

Vậy chi phí thấp nhất để xây bể là $P=24\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}.1000.000\approx 20.965.000$ đồng.

Chọn đáp án C

Câu 39. Gọi x là bán kính đáy của khối trụ $(0<x<20)$, k là chiều cao khối trụ

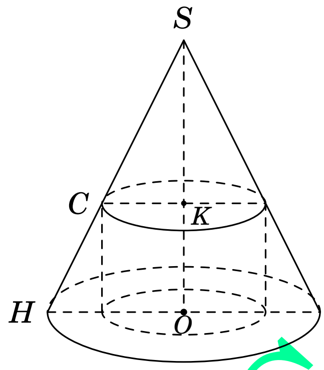
Ta có $\dfrac{CK}{OH}=\dfrac{SK}{SO}\Rightarrow\dfrac{x}{20}=\dfrac{60-k}{60}\Rightarrow 60-k=3x\Rightarrow k=60-3x.$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S_{xq}=2\pi xk=2\pi x(60-3x)=6\pi x(20-x)\le 6\pi\left(\dfrac{x+20-x}{2}\right)^2=600\pi.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=10$ cm, suy ra $k=30$ cm.

Vậy thể tích của hình trụ (T) là $V=\pi x^2k=3000\pi$ cm^3.



Chọn đáp án A

Câu 40. Công thức lãi kép $P_n=A(1+r)^n$

Sau 1 năm gửi tiền, tổng số tiền thu tích luỹ được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý là $Q_1=200(1+2{,}1\%)^4$ triệu đồng.

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng là $T_1=200(1+0{,}73\%)^{12}$

Từ đó vốn gửi cho năm thứ hai được tính như sau

+ Vốn gửi theo quý là $\dfrac{1}{2}Q_1=100(1+2{,}1\%)^4$ triệu đồng.

+ Vốn gửi theo tháng là $\dfrac{1}{2}Q_1+T_1=100(1+2{,}1\%)^4+200(1+0{,}73\%)^{12}$ triệu đồng.

Sau 1 năm gửi nữa (sau tổng cộng 2 năm), số tiền thu được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý (năm sau) là $Q_2=100(1+2{,}1\%)^4(1+2{,}1\%)^4$

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng (năm sau) là

$T_2=\left[100(1+2{,}1\%)^4+200(1+0{,}73\%)^{12}\right](1+0{,}73\%)^{12}$

Vậy tổng số tiền lãi thu được sau 2 năm gửi tiền là $L=(T_2+Q_2-400)10^6\approx 74.813.000$ đồng.

Chọn đáp án B

Câu 41.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và kẻ $AC'\perp SC$ với $C'\in SC$.

Gọi $AC'\cap SO=I$ và qua I vẽ đường thẳng $B'D'\parallel BD$ (với $B'\in SB; D'\in SD$).

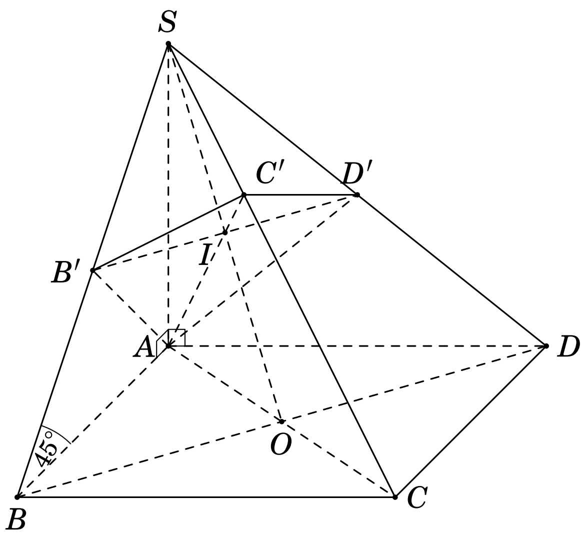
Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tứ giác $AB'C'D'$.

Ta có $BD\perp(SAC)\Rightarrow B'D'\perp(SAC)$

$\Rightarrow B'D'\perp AC'$.

Diện tích thiết diện là $S_{AB'C'D'}=\dfrac{1}{2}AC'\cdot B'D'$.

Góc của SB với đáy là $\widehat{SBA}=45^\circ\Rightarrow SA=AB=a$.



Trong tam giác vuông SAC có $\dfrac{1}{AC'^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AC^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{3}{2a^2}\Rightarrow AC'=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$

Mặt khác, ta có $\begin{cases}AB'\perp BC\\AB'\perp SC\end{cases}\Rightarrow AB'\perp SB.$

Do đó B' là trung điểm SB (do tam giác SAB vuông cân tại A).

Tương tự D' là trung điểm SD (do tam giác SAD vuông cân tại A).

Do đó $B'D' = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{AB'C'D'} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Do a, b, c, d là một cấp số nhân có công bội khác 1 nên chúng khác nhau từng đôi một.

Đặt số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của cấp số cộng (có công sai m) là: u_1, u_4, u_8.

Khi đó $u_1 = a$, $u_4 = b$, $u_8 = c$ và $m \neq 0$ (do $a \neq b$).

Ta có $\begin{cases} ac = b^2 \\ a+b+c = \dfrac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1u_8 = u_4^2 \\ u_1+u_4+u_8 = \dfrac{148}{9} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(u_1+7m) = (u_1+3m)^2 \\ u_1+u_1+3m+u_1+7m = \dfrac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1m = 9m^2 \\ 3u_1+10m = \dfrac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9m \\ 3\cdot 9m+10m = \dfrac{148}{9} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ m = \dfrac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow u_4 = \dfrac{16}{3}, u_8 = \dfrac{64}{9}$. Suy ra: $a = 4$, $b = \dfrac{16}{3}$, $c = \dfrac{64}{9}$, $d = \dfrac{256}{27}$.

Vậy $T = a-b+c-d = -\dfrac{100}{27}$.

Chọn đáp án C

Câu 43. Với $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ ta có $f'(x) = 3ax^2+2bx+c$.

Do đồ thị (P) của $f'(x)$ có đỉnh $I(0;1) \in Oy$ và qua $A(1;4)$ nên $\begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ 3a+c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ a = 1 \end{cases}$.

Ngoài ra do (C): $y = f(x)$ đi qua O nên $f(x) = x^3+x$. Từ đó $H = f(4)-f(2) = 68-10 = 58$.

Chọn đáp án D

Câu 44. Chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất khi tổng $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Do $M \in \Delta$: $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$ nên $M(-1+2t;1-t;2t)$.

Ta có $MA = \sqrt{(2t-2)^2+(t+4)^2+4t^2} = \sqrt{9t^2+20}$;

$MB = \sqrt{(2t-4)^2+(t+2)^2+(2t-6)^2} = \sqrt{9t^2-36t+56}$.

Như vậy $MA+MB = \sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}$.

<u>Cách 1</u>: phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9t-18}{\sqrt{9t^2-36t+56}} = \dfrac{9t}{\sqrt{9t^2+20}}+\dfrac{9(t-2)}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$.

$f'(t)=0 \Leftrightarrow \dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}=-\dfrac{t-2}{\sqrt{9(t-2)^2+20}}$ (1).

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{t}{\sqrt{9t^2+20}}$ có $g'(t)=\dfrac{20}{\left(\sqrt{9t^2+20}\right)^3}>0$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t=1$.

Bảng biến thiên của $f(t)$ là

t	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{29}$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1$.

<u>Cách 2</u>: phương pháp véc-tơ

Ta có $MA+MB=\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}$.

Xét $\begin{cases}\vec{u}=\left(3t;\sqrt{20}\right)\\ \vec{v}=\left(6-3t;\sqrt{20}\right)\end{cases}$. Do $|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|$ nên ta có

$\sqrt{(3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}+\sqrt{(6-3t)^2+\left(\sqrt{20}\right)^2}\geq\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{20}\right)^2}=2\sqrt{29}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}=k\vec{v}$ $(k\geq 0)\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=1\Rightarrow M(1;0;2)\Rightarrow T=3$.

Chọn đáp án B

Câu 45. Đặt $t=a-x\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

$\Rightarrow I=\displaystyle\int_0^a\frac{1}{1+f(a-t)}\,\mathrm{d}t=\int_0^a\frac{1}{1+\frac{1}{f(x)}}\,\mathrm{d}x=\int_0^a\frac{f(x)}{1+f(x)}\,\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow 2I=\displaystyle\int_0^a\mathrm{d}x=a\Rightarrow I=\frac{a}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 46. Xét bất phương trình: $m\cdot 3^{x+1}+(3m+2)\cdot\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$

$\Leftrightarrow 3m+(3m+2)\cdot\left(\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x+\left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x>0$ (1)

Đặt $t=\left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, $(t>0)\Rightarrow\left(\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x=\dfrac{1}{t}$ và $0<t\leq 1$ (do $x\leq 0$).

Bất phương trình (1) trở thành: $t+\dfrac{3m+2}{t}+3m>0\Leftrightarrow m>\dfrac{-t^2-2}{3t+3}$. (2)

Ta có $g'(t)=\dfrac{-3t^2-6t+6}{(3t+3)^2}$; $g'(t)=0\Leftrightarrow -3t^2-6t+6=0\Leftrightarrow t=-1\pm\sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$-1+\sqrt{3}$		1
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$		$\nearrow$	$\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$	$\searrow$	

Như vậy (1) đúng với mọi $x \in (-\infty;0] \Leftrightarrow m > g(t)$ đúng với mọi $t \in (0;1] \Leftrightarrow m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 47. Dựa trên đồ thị của $f'(x)$ ta có $f'(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3=-2 \\ x^2-3=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm 2. \end{array}\right.$

Ngoài ra $f'(x^2-3) > 0 \Leftrightarrow x^2-3 > 1 \Leftrightarrow x^2-4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2 \\ x > 2. \end{array}\right.$

Với $g(x) = f(x^2-3)$ xác định trên $\mathbb{R}$, ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2-3)$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'(x^2-3)$		$+$	0	$-$	0	$-$	|	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy có 2 mệnh đề đúng trong số 5 mệnh đề được phát biểu, đó là (1) và (4).

Chọn đáp án D

Câu 48. Ta có $|z_1| + |1-i| \ge |z_1+1-i| = 2 \Rightarrow |z_1| \ge 2-\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = k(1-i), (k \in \mathbb{R}, k \ge 0) \\ |z_1+1-i| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z_1 = (\sqrt{2}-1)(1-i)$.

Lại có $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |z_1(1-i)| = |z_1| \cdot |1-i| = |z_1| \cdot \sqrt{2} \ge 2\sqrt{2}-2$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Với mọi tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh a_n trong dãy tam giác đề cho, ta có

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$ có bán kính $R_n = OA_n = \dfrac{a_n\sqrt{3}}{3}$ và diện tích $S_n = \dfrac{\pi a_n^2}{3}$.

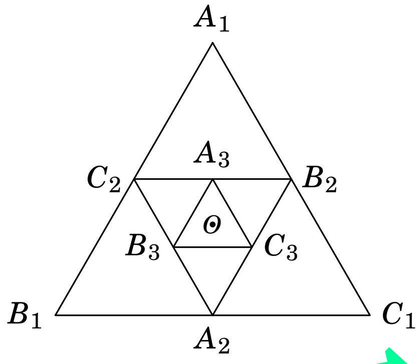
Ngoài ra A_{n+1} là trung điểm của cạnh B_nC_n nên $OA_{n+1} = \dfrac{a_n\sqrt{3}}{6}$, từ đó

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có bán kính $R_{n+1} = OA_{n+1} = \dfrac{a_n\sqrt{3}}{6}$ và diện tích $S_{n+1} = \dfrac{\pi a_n^2}{12}$.

Dãy (S_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn có $S_1 = \dfrac{\pi a_1^2}{3} = 3\pi$ và công bội $q = \dfrac{S_{n+1}}{S_n} = \dfrac{1}{4}$.

Vậy tổng của dãy là

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n + \cdots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{3\pi}{1-\frac{1}{4}} = 4\pi.$$



Chọn đáp án (B)

Câu 50. Giả sử đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + \mathrm{d}x + e, (a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0)$ cắt trục hoành Ox tại 4 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4.

Đặt $A = x - x_1$; $B = x - x_2$; $C = x - x_3$; $D = x - x_4$ ta có

$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = aABCD$.

Xét thấy $g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$

TH1: Nếu $x = x_i, i = 1,2,3,4$ thì $g(x_i) = \left[f'(x_i)\right]^2 > 0$.

Do đó, $x = x_i, i = 1,2,3,4$ không phải nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

TH2: Nếu $x \neq x_i, i = 1,2,3,4$ thì ta viết lại

$$f'(x) = a[BCD + ACD + ABD + ABC] = f(x)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right).$$

$$f''(x) = f'(x)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right) - f(x)\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2}\right)$$

$$= f(x)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right)^2 - f(x)\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2}\right)$$

Suy ra, $f''(x) \cdot f(x) = f^2(x)\left(\dfrac{1}{A} + \dfrac{1}{B} + \dfrac{1}{C} + \dfrac{1}{D}\right)^2 - f^2(x)\left(\dfrac{1}{A^2} + \dfrac{1}{B^2} + \dfrac{1}{C^2} + \dfrac{1}{D^2}\right)$

Khi đó $g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x) = f^2(x)\left(\dfrac{1}{A^2} + \dfrac{1}{B^2} + \dfrac{1}{C^2} + \dfrac{1}{D^2}\right) > 0, \forall x \neq x_i (i = 1,2,3,4)$.

Từ đó suy ra phương trình $g(x) = 0$ vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ không cắt trục hoành.

Chọn đáp án (B)