GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 025

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử Toán THPT Quốc Gia 2018 trường THPT Thanh Chương 1, Nghệ An lần 1)

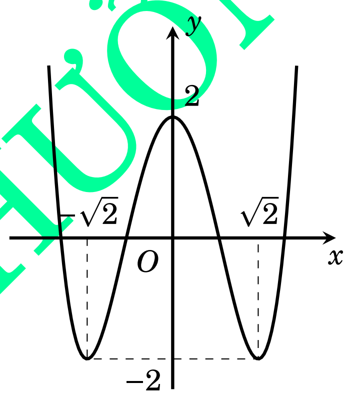
Mã đề thi 025

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = x^4 + 4x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$.



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	↗	3	↘ $-\infty$	‖ -3	↗	10

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 10. **B.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = 10$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = 3$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1;1;-1)$ có phương trình là

A. $x + z = 0$. **B.** $x - y = 0$. **C.** $x - z = 0$. **D.** $y + z = 0$.

Câu 4. Với số thực dương a bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 2a^2 = 1 + 2\log_2 a$. **B.** $\log_2 2a^2 = 2 + 2\log_2 a$.

C. $\log_2 (2a)^2 = 2 + \log_2 a$. **D.** $\log_2 (2a)^2 = 1 + 2\log_2 a$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2-t \end{cases}$.

Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxy). Đường thẳng d' có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2;0;1)$. **B.** $\vec{u}_3 = (1;1;0)$. **C.** $\vec{u}_2 = (-2;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2;1;0)$.

Câu 6. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 7. Cho số phức $z = (1-2i)^2$, số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 3-4i$. **B.** $\bar{z} = -3+4i$. **C.** $\bar{z} = -3-4i$. **D.** $\bar{z} = 1+2i$.

Câu 8. Giải bóng đá **V-league** 2018 có 14 đội tham dự, mỗi đội gặp nhau hai lượt (lượt đi và lượt về). Tổng số trận đấu của giải diễn ra là

A. 14!. **B.** C_{14}^2. **C.** $2\mathrm{A}_{14}^2$. **D.** A_{14}^2.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}_4 = (2;2;-1)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-2;-2;1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (2;-2;-1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1;1;-2)$.

Câu 10. Hình nón có thể tích bằng 16π và bán kính đáy bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 20π. **D.** 10π.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x+2) \le 0$ là

A. $S = (-\infty;-1]$. **B.** $S = [-1;+\infty)$. **C.** $S = (-2;-1]$. **D.** $S = (-2;+\infty)$.

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

A. $S = 8$. **B.** $S = 12$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 9$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}$ là

A. $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} + C$. **B.** $\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x} + C$. **C.** $\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^x + C$. **D.** $2\mathrm{e}^{-x} + C$.

Câu 14. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$. Thể tích tứ diện $OABC$ là

A. $V = \dfrac{abc}{12}$. **B.** $V = \dfrac{abc}{4}$. **C.** $V = \dfrac{abc}{3}$. **D.** $V = \dfrac{abc}{6}$.

Câu 15. Bảng biến thiên như hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=x^3+3x-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$.

C. $y=-x^3+3x+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+2$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 16. Cho n là số nguyên dương và a,b là các số thực $(a>0)$. Biết trong khai triển $\left(a-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)^n$ có số hạng chứa a^9b^4. Số hạng có số mũ của a và b bằng nhau trong khai triển $\left(a-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)^n$ là

A. $6006a^5b^5$. **B.** $5005a^8b^8$. **C.** $3003a^5b^5$. **D.** $5005a^6b^6$.

Câu 17. Thầy An có 200 triệu đồng gửi ngân hàng đã được 2 năm với lãi suất không đổi 0,45%/tháng. Biết rằng số tiền lãi sau mỗi tháng được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Nhân dịp đầu xuân một hãng ô tô có chương trình khuyến mãi trả góp 0% trong 12 tháng. Thầy quyết định lấy toàn bộ số tiền đó (cả vốn lẫn lãi) để mua một chiếc ô tô với giá 300 triệu đồng, số tiền còn nợ Thầy sẽ chia đều trả góp trong 12 tháng. Số tiền Thầy An phải trả góp hàng tháng gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 6.547.000 đồng. **B.** 6.345.000 đồng. **C.** 6.432.000 đồng. **D.** 6.437.000 đồng.

Câu 18. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{m-1}{2}x^2+mx-\ln x+2$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 19. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O, tỉ số $k=2$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+4x-8y+4=0$. **B.** $x^2+y^2-4x+8y+4=0$.

C. $x^2+y^2+4x-8y-4=0$. **D.** $x^2+y^2+4x-8y+2=0$.

Câu 20. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a, gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng ABC bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên và $f(-2)=3$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)>3$ là

A. $S = (-2;2)$.

B. $S = (-\infty;-2)$.

C. $S = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

D. $S = (-2;+\infty)$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có cả tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. $y = x - \sqrt{x^2+1}$. **B.** $y = \dfrac{1}{2x+1}$. **C.** $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x^2-1}{2x^2+1}$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + \sin x + 1$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 24. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $(1+\log_2 x)\cdot\log_4 2x = 2$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 2\sqrt{2}a$, $AB = a$, $BC = 2a$. Khoảng cách giữa BD và SC bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{7}a}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}a}{7}$. **C.** $\sqrt{7}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{5}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$; $d_2: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-6}{3}$ chéo nhau. Đường vuông chung của hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$.

Câu 27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3a$, $AD = \sqrt{3}a$, $AA' = 2a$. Góc giữa đường thẳng AC' với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $30°$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(-5;1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-3x-2y+z-5=0$. **B.** $3x-2y-z+5=0$. **C.** $3x+2y-z+5=0$. **D.** $-3x+2y-z+1=0$.

Câu 29. $\displaystyle\int_0^1 \dfrac{x-1}{x^2-2x+2}\,dx$ bằng

A. $\ln 2$. **B.** $-\ln 2$. **C.** $\ln\sqrt{2}$. **D.** $-\ln\sqrt{2}$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2-2z+5=0$. Mô-đun của số phức $w = 4 - z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 25.

Câu 31. Cho z là số phức thỏa mãn điều kiện $\left|\dfrac{z+3}{1-2i}+2\right|=1$ và w là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z-w|$ bằng

A. $5-\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $1+\sqrt{3}$.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình

$$4^{1+x}+4^{1-x}=(6-m)\left(2^{2+x}-2^{2-x}\right)$$

có nghiệm thuộc đoạn $[0;2]$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Số nghiệm của phương trình $[f(x)]^3-3f(x)+1=0$ là

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1=1 \\ u_n=2u_{n-1}+1, n\geq 2 \end{cases}$. Tổng $S=u_1+u_2+\cdots+u_{20}$ là

A. $2^{20}-20$. **B.** $2^{21}-22$. **C.** 2^{20}. **D.** $2^{21}-20$.

Câu 35. Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}\,dx=a\pi+\ln b$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S=a+b$.

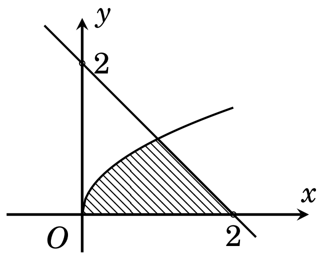
A. $S=2+\sqrt{2}$. **B.** $S=\dfrac{11}{4}$. **C.** $S=\dfrac{5}{4}$. **D.** $S=\dfrac{3}{4}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}\left|x^3\right|-(3-m)x^2+(3m+7)|x|-1$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\sqrt{x}$, đường thẳng $y=2-x$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng trên khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{7\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{5\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{5\pi}{4}$.



Câu 38. Cho phương trình $mx^2+4\pi^2=4\pi^2\cos x$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -54. **B.** 35. **C.** -35. **D.** 51.

Câu 39. Cho z_1,z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $|z_1-2z_2|=\sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P=|2z_1+z_2|$.

A. $P=2$. **B.** $P=\sqrt{3}$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+z-8=0$ và ba điểm $A(0;-1;0)$, $B(2;3;0)$, $C(0;-5;2)$. Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB = MC$. Tính $S = x_0 + y_0 + z_0$.

A. -12. **B.** -5. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 41. Gọi S là tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m^2+1)x - m + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 9. Giá trị của S bằng

A. $S = 5$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = -5$. **D.** $S = 1$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có một đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3a$, $BC = 5a$. Biết khối trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai tam giác ABC, $A'B'C'$ và có thể tích bằng $2\pi a^3$. Chiều cao AA' của lăng trụ bằng

A. $3a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $2a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh đáy $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = \sqrt{17}$. Gọi D là trung điểm của BC, các mặt phẳng (SAB), (SBD), (SAD) cùng tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{3}{x^2-x-2}$, $f(-2) = 2\ln 2 + 2$ và $f(-2) - 2f(0) = 4$. Giá trị của biểu thức $f(-3) + f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

A. $2+\ln 5$. **B.** $2+\ln\dfrac{5}{2}$. **C.** $2-\ln 2$. **D.** $1+\ln\dfrac{5}{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2$, $AD = 3$, $SD = \sqrt{14}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của SC. Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và (MBD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{43}{61}$. **C.** $\dfrac{5}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-1=0$ và điểm $A(1;0;0) \in (P)$. Đường thẳng Δ đi qua A nằm trong (P) và tạo với trục Oz một góc nhỏ nhất. Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (Q): $2x+y-2z+1=0$. Tổng $S = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. -5. **B.** 12. **C.** -2. **D.** 13.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+y+z-4=0$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x-6y-6z+18=0$ và điểm $M(1;1;2) \in (\alpha)$. Đường thẳng d đi qua M nằm trong (α) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B sao cho dây cung AB có độ dài nhỏ nhất. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}_3 = (1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}_2 = (1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$.

Câu 48. Một hộp đựng 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ, xác suất để tổng ba số ghi trên ba thẻ được rút chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{25}{91}$. **B.** $\frac{32}{91}$. **C.** $\frac{31}{91}$. **D.** $\frac{11}{27}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^3+3x^2+mx+1$. Gọi S là tổng tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại ba điểm phân biệt $A(0;1),B,C$ sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại B,C vuông góc với nhau. Giá trị của S bằng

A. $\frac{11}{5}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên đoạn $[-\pi;\pi]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính $\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{f(x)}{2018^x+1}\mathrm{d}x$.

A. 2018. **B.** 4036. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2018}$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** B	**11** C	**16** D	**21** B	**26** C	**31** A	**36** A	**41** D	**46** D
2 D	**7** B	**12** C	**17** D	**22** B	**27** D	**32** D	**37** C	**42** C	**47** C
3 A	**8** D	**13** B	**18** C	**23** D	**28** B	**33** B	**38** A	**43** B	**48** C
4 A	**9** A	**14** D	**19** A	**24** C	**29** D	**34** B	**39** A	**44** D	**49** D
5 D	**10** C	**15** B	**20** A	**25** A	**30** B	**35** C	**40** D	**45** B	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Đồ thị hàm số hướng lên và có 3 điểm cực trị nên hệ số $a > 0$ và $b < 0$.
Chọn đáp án D

Câu 2. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số xác định và có đạo hàm đổi dấu từ + sang − tại $x = 0$ nên hàm số đại cực đại tại $x = 0$, $y_{\text{CĐ}} = 3$.
Chọn đáp án D

Câu 3. Lấy $A(0;1;0) \in Oy$. Ta có $\overrightarrow{OA} = (0;1;0)$ và $\overrightarrow{OM} = (1;1;-1)$.
Vì mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1;1;-1)$ nên (P) nhận $\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}\right] = (-1;0;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến $\Rightarrow (P)\colon x + z = 0$.
Chọn đáp án A

Câu 4.

- $\log_2 2a^2 = \log_2 2 + \log_2 a^2 = 1 + 2\log_2 a$.
- $\log_2 (2a)^2 = 2\log_2(2a) = 2\left(\log_2 2 + \log_2 a\right) = 2 + 2\log_2 a$.

Chọn đáp án A

Câu 5. Gọi I là giao điểm của d và mp$(Oxy)\colon z = 0 \Rightarrow I(5;2;0)$.
Lấy $A(3;1;1) \in d$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên $(Oxy) \Rightarrow A'(3;1;0)$.
Vì d' là hình chiếu vuông góc của d trên (Oxy) nên d' có 1 VTCP là $\overrightarrow{IA'} = (-2;-1;0)$.
Chọn đáp án D

Câu 6. Ta có $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1} (x - 3) = -4$.
Chọn đáp án B

Câu 7. Ta có $z=(1-2i)^2=-3-4i \Rightarrow \bar{z}=-3+4i$.

Chọn đáp án B

Câu 8. Vì mỗi đội gặp nhau hai lượt (lượt đi và lượt về) nên mỗi trận đấu của giải là một chỉnh hợp chập 2 của 14 đội. Do đó, tổng số trận đấu của giải diễn ra là A_{14}^2.

Chọn đáp án D

Câu 9. Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x+2y-z-2=0$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow h=\dfrac{3V}{\pi r^2}=\dfrac{3\times 16\pi}{16\pi}=3$. Đường sinh $l=\sqrt{h^2+r^2}=5$.

Diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi r l=20\pi$.

Chọn đáp án C

Câu 11. Bất phương trình $\log_2(x+2)\le 0 \Leftrightarrow 0<x+2\le 1 \Leftrightarrow -2<x\le -1$.

Chọn đáp án C

Câu 12. Ta có $S=\displaystyle\int_0^2 \left|3x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int_0^2 (3x^2+1)\,\mathrm{d}x=\left.(x^3+x)\right|_0^2=10$.

Chọn đáp án C

Câu 13. Ta có $\displaystyle\int (\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+C$.

Chọn đáp án B

Câu 14. Thể tích tứ diện $OABC$ là $V=\dfrac{1}{6}OA\cdot OB\cdot OC=\dfrac{abc}{6}$.

Chọn đáp án D

Câu 15. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đây là hàm số bậc ba, có hệ số $a>0$ và có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án B

Câu 16. Ta có $\left(a-\dfrac{b}{\sqrt{a}}\right)^n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\mathrm{C}_n^k a^{n-k}\left(-\dfrac{b}{\sqrt{a}}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}\mathrm{C}_n^k(-1)^k a^{n-\frac{3k}{2}}b^k$.

Khai triển trên có số hạng chứa a^9b^4 nên cho $k=4$ và $n-\dfrac{3k}{2}=9 \Rightarrow n=15$.

Số hạng có số mũ của a và b bằng nhau khi $15-\dfrac{3k}{2}=k \Leftrightarrow k=6$.

Vậy số hạng cần tìm là $\mathrm{C}_{15}^6(-1)^6a^6b^6=5005a^6b^6$.

Chọn đáp án D

Câu 17. Số tiền Thầy An rút ra từ ngân hàng sau 2 năm bao gồm cả vốn lẫn lãi là

$$200\times(1+0{,}0045)^{24}=222{,}756 \text{ triệu đồng.}$$

Số tiền Thầy An còn nợ khi mua xe là $300-222{,}756=77{,}244$ triệu đồng. Số tiền này được trả góp 0% trong 12 tháng nên số tiền Thầy An phải trả góp hàng tháng là $\dfrac{77{,}244}{12}=6{,}437$ triệu đồng.

Chọn đáp án D

Câu 18. Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& y' \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & x^3-2x^2-(m-1)x+m-\frac{1}{x} \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & m \leq \frac{x^4-2x^3+x^2-1}{x^2-x}, \forall x \in (2;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & m \leq x^2-x-\frac{1}{x^2-x}, \forall x \in (2;+\infty) \qquad (1).
\end{aligned}$$

Đặt $t=x^2-x$, ta có $t'=2x-1>0, \forall x \in (2;+\infty)$. Do đó $x \in (2;+\infty) \Rightarrow t \in (2;+\infty)$.
Xét hàm $f(t)=t-\dfrac{1}{t}$ trên $(2;+\infty)$. Ta có $f'(t)=1+\dfrac{1}{t^2}>0, \forall t \in (2;+\infty)$.
Khi đó (1) tương đương với

$$\begin{aligned}
& m \leq f(t), \forall t \in (2;+\infty)\\
\Leftrightarrow\ & m \leq \lim_{t \to 2^+} f(t)=\frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Vì $m \in \mathbb{N}$ nên $m=0$, $m=1$.

Chọn đáp án C

Câu 19. (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=2$. Ta có $\mathrm{V}_{(O,2)}(I)=I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'}=2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow I'(-2;4)$.
Gọi (C') là ảnh của (C) qua $\mathrm{V}_{(O,2)} \Rightarrow (C')$ có tâm I' và bán kính $R'=2R=4$.
$\Rightarrow (C')\colon (x+2)^2+(y-4)^2=16 \Leftrightarrow x^2+y^2+4x-8y+4=0$.

Chọn đáp án A

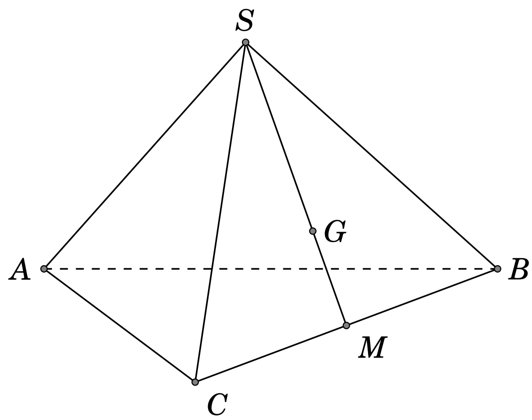
Câu 20.

Tứ diện $SABC$ đều cạnh a nên có thể tích $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$\triangle ABC$ đều cạnh a nên có diện tích $S_{\triangle ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}(G,(ABC)) &= \frac{1}{3}\cdot \mathrm{d}(S,(ABC))\\
&= \frac{1}{3}\cdot \frac{3V}{S_{\triangle ABC}}\\
&= \frac{a\sqrt{6}}{9}.
\end{aligned}$$



Chọn đáp án A

Câu 21. Dựa vào bảng biến thiên và $f(-2)=3$, ta có $f(x)>3 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2)$.

Chọn đáp án B

Câu 22.

- Hàm số $y = x - \sqrt{x^2+1}$ và $y = \dfrac{x^2-1}{2x^2+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hai hàm số này không có tiệm cận đứng.

- Hàm số $y = \dfrac{1}{2x+1}$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.
  Ta có $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}^+} \dfrac{1}{2x+1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{2x+1} = 0$
  $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{1}{2}$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

- Hàm số $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
  Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{x+1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{x+1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x^2-3x+2}{x+1} = -\infty$
  $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án B

Câu 23. Ta có $y = -\sin^2 x + \sin x + 2 = -\left(\sin x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{9}{4} \le \dfrac{9}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $\sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án D

Câu 24. Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương

$$\left(1+\log_2 x\right) \cdot \frac{1}{2}\left(1+\log_2 x\right) = 2 \Leftrightarrow \left(1+\log_2 x\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1+\log_2 x = -2 \\ 1+\log_2 x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{8} \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Do đó tích các nghiệm $x_1 x_2 = \dfrac{1}{8} \cdot 2 = \dfrac{1}{4}$.

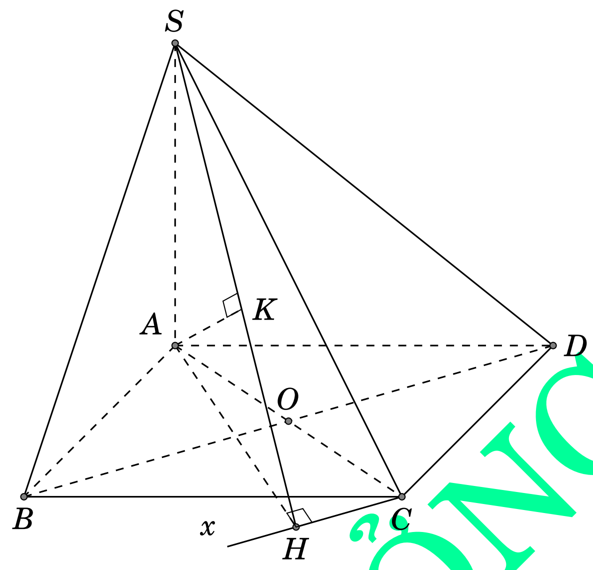
Chọn đáp án C

Câu 25.

Kẻ tia $Cx \parallel BD$; kẻ $AH \perp Cx$ tại H.

Suy ra $BD \parallel (SCH)$.

$$\Rightarrow \mathrm{d}(BD, SC) = \mathrm{d}(BD, (SCH)) = \mathrm{d}(O, (SCH)).$$



Ta có $\dfrac{\mathrm{d}(O,(SCH))}{\mathrm{d}(A,(SCH))} = \dfrac{CO}{CA} = \dfrac{1}{2}$.

Kẻ $AK \perp SH$ tại K.

Suy ra $AK \perp (SHC)$.

Do đó $\mathrm{d}(A,(SCH)) = AK$.

Áp dụng định lý sin trong $\triangle AOB$

$$\frac{AB}{\sin\widehat{AOB}} = \frac{AO}{\sin\widehat{ABO}} \Rightarrow \sin\widehat{AOB} = \frac{AB}{AO}\cdot\frac{AD}{BD} = \frac{4}{5}.$$

Ta có $AH = AC\cdot\sin\widehat{ACH} = AC\cdot\sin\widehat{AOB} = \dfrac{4a\sqrt{5}}{5}$.

$\triangle SAH$ vuông tại A có AK là đường cao $\Rightarrow AK = \dfrac{SA.AH}{\sqrt{SA^2+AH^2}} = \dfrac{4a\sqrt{7}}{7}$.

Vậy $\mathrm{d}(BD, SC) = \dfrac{1}{2}AK = \dfrac{2a\sqrt{7}}{7}$.

Chọn đáp án A

Câu 26.

- d_1 có 1 VTCP $\vec{u}_1 = (1;1;-1)$ và d_2 có 1 VTCP $\vec{u}_2 = (1;2;3)$.

- Lấy $A \in d_1 \Rightarrow A(1+s;-2+s;3-s)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(t;1+2t;6+3t)$.
  $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1-s+t;3-s+2t;3+s+3t)$.

  Ta có AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 khi $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_1 = 0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_2 = 0\end{cases}$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases}1(-1-s+t)+1(3-s+2t)-1(3+s+3t)=0\\ 1(-1-s+t)+2(3-s+2t)+3(3+s+3t)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3s=1\\ 14t=-14\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}s=-\dfrac{1}{3}\\ t=-1.\end{cases}$$

  Đường vuông góc chung của d_1, d_2 nhận $\overrightarrow{AB} = \left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$ làm VTCP và đi qua điểm $B(-1;-1;3)$ nên có phương trình $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án C

Câu 27.

Ta có $CC' \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của AC' trên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow \widehat{C'AC}$ là góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC)

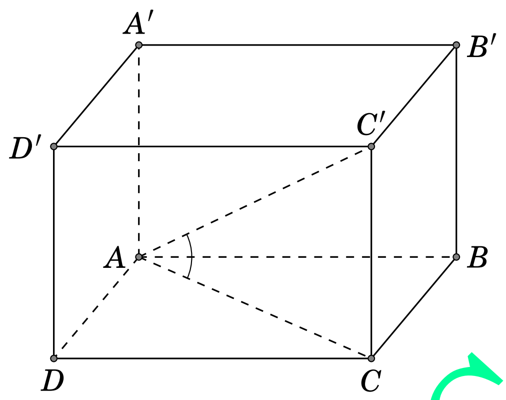
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2\sqrt{3}a$.

Tam giác $C'AC$ vuông tại C có

$\tan\widehat{C'AC} = \dfrac{CC'}{AC} = \dfrac{2a}{2\sqrt{3}a} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow \widehat{C'AC} = 30°$.

Chọn đáp án D



Câu 28. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB. Ta có (P) đi qua trung điểm $I(-2;-1;1)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (-6;4;2)$ làm VTPT

$\Rightarrow (P)\colon -6(x+2) + 4(y+1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z + 5 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 29. Ta có $\displaystyle\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-2x+2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{1}{x^2-2x+2}\,\mathrm{d}(x^2-2x+2) = \frac{1}{2}\ln\left|x^2-2x+2\right|\Big|_0^1 = -\frac{1}{2}\ln 2$.

Chọn đáp án D

Câu 30. Phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức $z_{1,2} = \dfrac{1}{2} \pm \dfrac{3}{2}i$. Ta xét 2 trường hợp

- TH1. $z_1 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$, $z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i \Rightarrow w = 4 - \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i\right)^2 = 4 + 3i \Rightarrow |w| = 5$.
- TH2. $z_1 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$, $z_2 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i \Rightarrow w = 4 - \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i\right)^2 = 4 - 3i \Rightarrow |w| = 5$.

Chọn đáp án B

Câu 31.

- Đặt $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$

  Ta có $\left|\dfrac{z+3}{1-2i} + 2\right| = 1 \Leftrightarrow |z + 5 - 4i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow (x+5)^2 + (y-4)^2 = 5$.

  Do đó tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn z là đường tròn (C) tâm $I(-5;4)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

- Đặt $w = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$

  Ta có w là số thuần sảo $\Leftrightarrow x = 0$.

  Do đó tập hợp điểm $N(x;y)$ biểu diễn w là trục $Oy\colon x = 0$.

- Ta có $|z - w| = MN$; $MN_{\min} = d(I, Oy) - R = 5 - \sqrt{5}$.

Chọn đáp án A

Câu 32. Phương trình đã cho tương đương $4^x + 4^{-x} = (6-m)(2^x - 2^{-x})$. (1)

Đặt $t = 2^x - 2^{-x} \Rightarrow t^2 = 4^x + 4^{-x} - 2$. Xét hàm $g(x) = 2^x - 2^{-x}$ trên $[0;2]$.

Ta có $g'(x) = 2^x \ln 2 + 2^{-x}\ln 2 > 0 \Rightarrow g$ là hàm đồng biến trên $[0;2]$. Suy ra $t \in \left[0;\dfrac{15}{4}\right]$.

Phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned} & t^2 + 2 = (6-m)t \\ \Leftrightarrow\ & m = 6 - t - \frac{2}{t} \quad \text{(do } t = 0 \text{ không thỏa)} \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = 6 - t - \dfrac{2}{t}$ trên $\left(0;\dfrac{15}{4}\right]$. Ta có $f'(t) = -1 + \dfrac{2}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

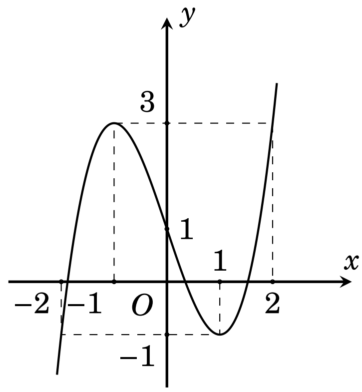
t	0		$\sqrt{2}$		$\dfrac{15}{4}$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	$6-2\sqrt{2}$	$\searrow$	$\dfrac{103}{60}$

Từ bảng biến thiên, suy ra $\dfrac{103}{60} \le m \le 6 - 2\sqrt{2}$. Vì m là số nguyên dương nên $m = 2, m = 3$.

Chọn đáp án D

Câu 33.

Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ như hình vẽ bên.



Quan sát đồ thị, ta thấy phương trình

$$[f(x)]^3 - 3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = a \text{ với } -2 < a < -1 \\ f(x) = b \text{ với } 0 < b < 1 \\ f(x) = c \text{ với } 1 < c < 2 \end{array}\right..$$

- $-2 < a < -1$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = a$ có đúng 1 nghiệm x_1.
- $0 < b < 1$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = b$ có đúng 3 nghiệm phân biệt x_2, x_3, x_4 không trùng với x_1.
- $1 < c < 2$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = c$ có đúng 3 nghiệm phân biệt x_5, x_6, x_7 không trùng với x_1, x_2, x_3, x_4.

Chọn đáp án B

Câu 34. Dự đoán công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n - 1$ (Chứng minh bằng phương pháp quy nạp TH).

$S = 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{20} - 20 = 2 \cdot \dfrac{1 - 2^{20}}{1 - 2} - 20 = 2^{21} - 22.$

Chọn đáp án B

Câu 35. Phân tích $5\sin x+\cos x=\alpha(\sin x+\cos x)+\beta(-\sin x+\cos x)\Rightarrow\alpha=3,\beta=-2$.
Suy ra

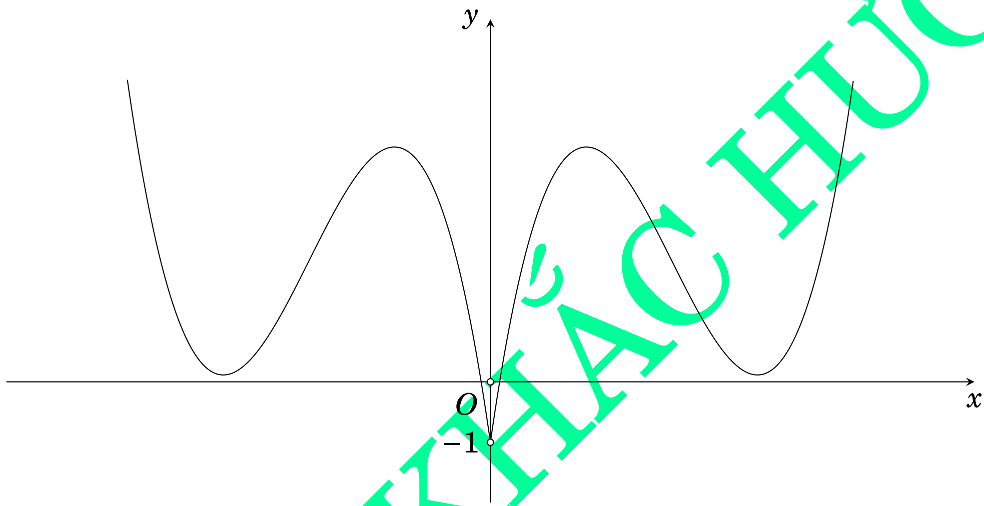
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{5\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(3-2\frac{-\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(3x-2\ln|\sin x+\cos x|\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{3\pi}{4}-2\ln\sqrt{2}=\frac{3\pi}{4}+\ln\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S=a+b=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án C

Câu 36.



Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(3-m)x^2+(3m+7)x-1$ (1). Ta có $y'=x^2-2(3-m)x+3m+7$

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số (1) có hai điểm cực trị và $x_{CĐ}>0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_{y'}>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(3-m)^2-3m-7>0\\ 2(3-m)>0\\ 3m+7>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-9m+2>0\\ -\frac{7}{3}<m<3\end{cases}\Leftrightarrow-\frac{7}{3}<m<\frac{9-\sqrt{73}}{2}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-2,m=-1,m=0$.

Chọn đáp án A

Câu 37. Ta có $\sqrt{x}=-x+2\Leftrightarrow\begin{cases}-x+2\ge0\\ x=(-x+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le2\\ x^2-5x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$

Thể tích $V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_1^2(-x+2)^2\,\mathrm{d}x=\pi\left[\frac{x^2}{2}\Big|_0^1+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right)\Big|_1^2\right]=\frac{5\pi}{6}.$

Chọn đáp án C

Câu 38. Phương trình đã cho tương đương $m=4\pi^2\cdot\frac{\cos x-1}{x^2}=-2\pi^2\cdot\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2}.$

Xét hàm $f(t)=\frac{\sin t}{t}$ trên $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$

Ta có $f'(t) = \dfrac{t\cos t - \sin t}{t^2} < 0, \forall t \in \left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f$ là hàm nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$

Suy ra

$$\begin{aligned}
& \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f\left(\frac{x}{2}\right) < f\left(\frac{x}{2}\right) < \lim_{x\to 0^+} f\left(\frac{x}{2}\right), \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)\\
\Leftrightarrow \quad & \frac{2\sqrt{2}}{\pi} < \frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} < 1\\
\Leftrightarrow \quad & -16 > -2\pi^2 \cdot \frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} > -2\pi^2\\
\text{hay} \quad & -16 > m > -2\pi^2.
\end{aligned}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-17;-18;-19\}$. Tổng các giá trị nguyên của m bằng -54.

Chọn đáp án A

Câu 39. Đặt $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$. Theo đề ta có $\begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1\\ a_2^2 + b_2^2 = 1\\ (a_1 - 2a_2)^2 + (b_1 - 2b_2)^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1\\ a_2^2 + b_2^2 = 1\\ 4(a_1a_2 + b_1b_2) = -1 \end{cases}$

$P = |2z_1 + z_2| = \sqrt{(2a_1 + a_2)^2 + (2b_1 + b_2)^2} = \sqrt{4(a_1^2 + b_1^2) + (a_2^2 + b_2^2) + 4(a_1a_2 + b_1b_2)} = 2$

Chọn đáp án A

Câu 40. Từ giả thiết ta có $\begin{cases} MA = MB\\ MA = MC\\ M \in (P) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + (y_0+1)^2 + z_0^2 = (x_0-2)^2 + (y_0-3)^2 + z_0^2\\ x_0^2 + (y_0+1)^2 + z_0^2 = x_0^2 + (y_0+5)^2 + (z_0-2)^2\\ x_0 + 2y_0 + z_0 - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_0 + 8y_0 = 12\\ -8y_0 + 4z_0 = 28\\ x_0 + 2y_0 + z_0 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5\\ y_0 = -1\\ z_0 = 5. \end{cases}$

$\Rightarrow S = 5 - 1 + 5 = 9.$

Chọn đáp án D

Câu 41. Ta có $y' = 3x^2 + (m^2+1) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

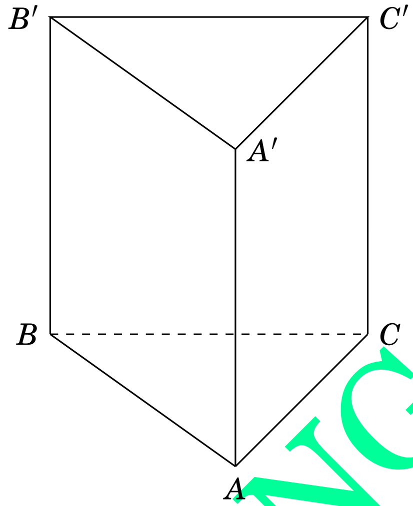
Do đó $\max\limits_{x\in[0;1]} y = y(1) = m^2 - m + 3$. Suy ra $m^2 - m + 3 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2\\ m = 3 \end{array}\right.$. $\Rightarrow S = -2 + 3 = 1.$

Chọn đáp án D

Câu 42.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a$.

Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ABC là
$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{AB \cdot AC}{AB + BC + CA} = \dfrac{3a \cdot 4a}{3a + 4a + 5a} = a$
Chiều cao của lăng trụ bằng chiều cao của khối trụ và bằng
$AA' = \dfrac{V}{S} = \dfrac{2\pi a^3}{\pi r^2} = 2a$.



Chọn đáp án (C)

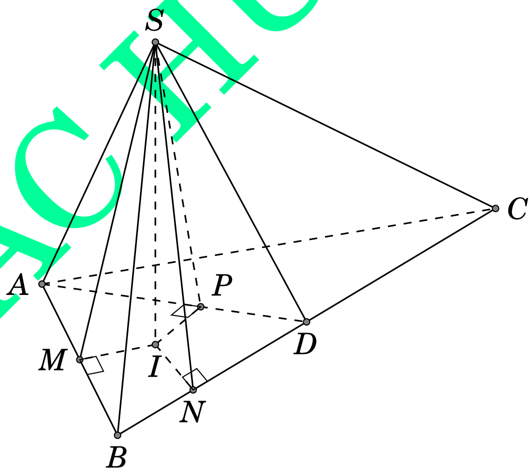
Câu 43.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC). Kẻ IN, IM, IP lần lượt vuông góc với AB, BD, AD tại M, N, P. Khi đó góc giữa các mặt phẳng (SAB), (SBD), (SAD) và mặt phẳng (ABC) lần lượt là $\widehat{SMI}$, $\widehat{SNI}$, $\widehat{SPI}$.

Ta có $\widehat{SMI} = \widehat{SNI} = \widehat{SPI} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \triangle SIM = \triangle SIN = \triangle SIP$.

$\Rightarrow IM = IN = IP = r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABD.



Ta có $AD = \sqrt{\dfrac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4}} = 3$.

$\triangle ABD$ có $p = \dfrac{AB + BD + DA}{2} = 4$; $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Đường cao $SI = IM \cdot \tan 60^\circ = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Thể tích $V_{S.ABC} = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{\triangle ABD} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 44. Ta có $f(x) = \displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{3}{x^2 - x - 2}\,\mathrm{d}x = \int \left(-\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-2}\right)\mathrm{d}x = \ln\left|\dfrac{x-2}{x+1}\right| + C$.

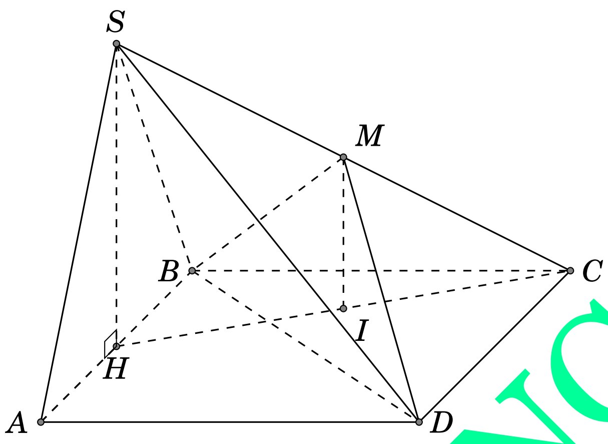
$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln\dfrac{x-2}{x+1} + C_1, & x \in (-\infty; -1) \\ \ln\dfrac{2-x}{x+1} + C_2, & x \in (-1; 2) \\ \ln\dfrac{x-2}{x+1} + C_3, & x \in (2; +\infty) \end{cases}$$

Xét điều kiện $\begin{cases} f(-2) = 2\ln 2 + 2 \\ f(-2) - 2f(0) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 2 \\ C_2 = -1 \end{cases}$.

Suy ra $f(-3) + f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \ln\dfrac{5}{2} + 2 + \ln 1 - 1 = 1 + \ln\dfrac{5}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 45.



Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$, (MBD) và $(ABCD)$, (SBD) và (MBD).

Ta có $SB = \sqrt{5}$, $HC = \sqrt{10}$, $SH = 2$, $SC = SD = \sqrt{14}$, $BD = \sqrt{13}$.

Theo công thức Hê-rông $S_{\triangle SBD} = \dfrac{\sqrt{61}}{2}$.

Ta lại có $S_{\triangle HBD} = \dfrac{1}{4} S_{ABCD} = \dfrac{3}{2}$.

Vì $\triangle HBD$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle SBD$ trên $(ABCD)$ nên $\cos\alpha = \dfrac{S_{\triangle HBD}}{S_{\triangle SBD}} = \dfrac{3}{\sqrt{61}}$.

Gọi I là trung điểm của $HC \Rightarrow IM \parallel SH \Rightarrow IM \perp (ABCD)$.

Ta có $S_{\triangle IBD} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle BIC} - S_{\triangle CID} = \dfrac{1}{2} S_{ABCD} - \dfrac{1}{8} S_{ABCD} - \dfrac{1}{4} S_{ABCD} = \dfrac{1}{8} S_{ABCD} = \dfrac{3}{4}$.

Ta có DM là đường trung tuyến của $\triangle SCD \Rightarrow DM = \sqrt{\dfrac{2(SD^2 + CD^2) - SC^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{22}}{2}$.

Theo công thức Hê-rông $S_{\triangle MBD} = \dfrac{\sqrt{61}}{4}$ Vì $\triangle IBD$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle MBD$ trên $(ABCD)$ nên $\cos\beta = \dfrac{S_{\triangle IBD}}{S_{\triangle MBD}} = \dfrac{3}{\sqrt{61}}$. $\Rightarrow \alpha = \beta$.

Nhận thấy $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ nên $\cos\gamma = -\cos(\alpha + \beta) = -\cos 2\alpha = 1 - 2\cos^2\alpha = \dfrac{43}{61}$.

Chọn đáp án B

Câu 46. (P) có 1 VTPT $\vec{n}_P = (1;1;-1)$; trục Oz có 1 VTCP $\vec{k} = (0;0;1)$.

Gọi $\vec{u} = (a;b;c)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ. Điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \quad (*)$

$\Delta \in (P) \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b$. Suy ra $\vec{u} = (a;b;a+b)$

$$\cos(\Delta, Oz) = \frac{\left|\vec{u} \cdot \vec{k}\right|}{\left|\vec{u}\right| \cdot \left|\vec{k}\right|} = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2 + b^2 + (a+b)^2}} \leq \frac{|a+b|}{\sqrt{\dfrac{(a+b)^2}{2} + (a+b)^2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Suy ra góc giữa Δ và Oz nhỏ nhất khi $a = b$. Theo $(*)$, chọn $\vec{u} = (1;1;2)$. $\Rightarrow \Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{2}$.

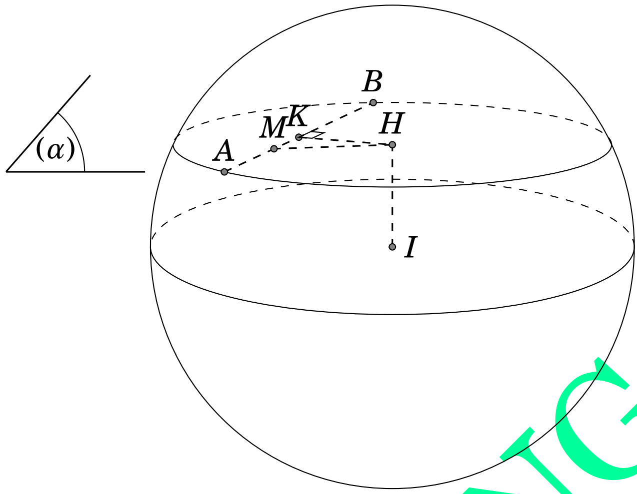
Tọa độ M thỏa hệ $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{2} \\ 2x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(4;3;6)$. Vậy $S = 4 + 3 + 6 = 13$.

Chọn đáp án D

Câu 47.

(S) có tâm $I(4;3;3)$ và bán kính $R=4$.

Vì $d(I,(\alpha))=2\sqrt{3}<R$ và $IM=\sqrt{14}<14$ nên mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) và điểm M nằm bên trong hình cầu (S).



Gọi K là trung điểm dây cung AB và H là hình chiếu vuông góc của I trên (α).

Ta có

$$\begin{aligned} AB=2AK&=2\sqrt{AH^2-KH^2}\\ &=2\sqrt{IA^2-IH^2-KH^2}\\ &\geq 2\sqrt{R^2-IH^2-MH^2}\end{aligned}$$

Suy ra AB nhỏ nhất khi $AB\perp MH$. Ta tìm tọa độ điểm $H(x;y;z)$.

Mặt phẳng (α) có 1 VTPT $\vec{n}_\alpha=(1;1;1)$.

- $\overrightarrow{IH}=t\cdot\vec{n}_\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=t\\ y-3=t\\ z-3=t\end{cases} \Rightarrow H(4+t;3+t;3+t)$.

- $H\in(\alpha)\Rightarrow (4+t)+(3+t)+(3+t)-4=0\Leftrightarrow t=-3\Rightarrow H(1;0;0)$

Đường thẳng d có 1 VTCP là $\left[\overrightarrow{HM},\vec{n}_\alpha\right]=(-1;2;-1)$.

Chọn đáp án C

Câu 48. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{15}^3=455$.

Gọi A là biến cố "tổng ba số ghi trên ba thẻ được rút chia hết cho 3".

Trong 15 thẻ có 5 thẻ mang số chia hết cho 3; 5 thẻ mang số chia cho 3 dư 1 và 5 thẻ mang số chia cho 3 dư 2. Để tổng ba số ghi trên ba thẻ chia hết cho 3 thì ta có các khả năng sau:

- TH1. cả 3 thẻ đều chia hết cho 3 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.

- TH2. cả 3 thẻ đều chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.

- TH3. cả 3 thẻ đều chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.

- TH4. 1 thẻ chia hết cho 3, 1 thẻ chia cho 3 dư 1, 1 thẻ chia cho 3 dư 2. Theo quy tắc nhân, có $C_5^1\cdot C_5^1\cdot C_5^1$ cách.

  Theo quy tắc cộng, số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=3C_5^3+C_5^1\cdot C_5^1\cdot C_5^1=155$.

  Vậy xác suất của biến cố A là $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{31}{91}$.

Chọn đáp án C

Câu 49. Ta có $f'(x)=3x^2+6x+m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$ là

$x^3+3x^2+mx+1=1 \Leftrightarrow x(x^2+3x+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+3x+m=0 \quad (1) \end{array}\right.$.

Điều kiện 1. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại ba điểm phân biệt $A(0;1), B, C$

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{4} \\ m\neq 0 \end{cases} \quad (*)$

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của điểm B, C. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-3 \\ x_1x_2=m \end{cases}$.

Điều kiện 2. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại B, C vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& y'(x_1)\cdot y'(x_2)=-1 \\
\Leftrightarrow\ & \left(3x_1^2+6x_1+m\right)\left(3x_2^2+6x_2+m\right)=-1 \\
\Leftrightarrow\ & 9(x_1x_2)^2+18x_1x_2(x_1+x_2)+3m(x_1+x_2)^2+(36-6m)x_1x_2+6m(x_1+x_2)+m^2=-1 \\
\Leftrightarrow\ & 4m^2-9m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9+\sqrt{65}}{8} \\ m=\dfrac{9-\sqrt{65}}{8} \end{array}\right. \Rightarrow S=\frac{9}{4}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án D

Câu 50. Đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=-\pi \Rightarrow t=\pi$; $x=\pi \Rightarrow t=-\pi$. Khi đó

$$I=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(x)}{2018^x+1}\,\mathrm{d}x=-\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(-t)}{2018^{-t}+1}(-\mathrm{d}t)=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{2018^t\cdot f(t)}{2018^t+1}\,\mathrm{d}t=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{2018^x\cdot f(x)}{2018^x+1}\,\mathrm{d}x.$$

$$\Rightarrow 2I=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(x)}{2018^x+1}\,\mathrm{d}x+\int_{-\pi}^{\pi}\frac{2018^x\cdot f(x)}{2018^x+1}\,\mathrm{d}x=\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\,\mathrm{d}x=2\int_{0}^{\pi}f(x)\,\mathrm{d}x=4036 \Rightarrow I=2018.$$

Chọn đáp án A