GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 024

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử lần 1, trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, 2017 - 2018)

Mã đề thi 024

Họ và tên thí sinh:. . . . .

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ có hai điểm cực trị, hãy tính tích P của hai giá trị cực trị đó.

A. $P = -207$. **B.** $P = -82$. **C.** $P = 25$. **D.** $P = -302$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;4)$ và đi qua điểm $A(4;-2;2)$.

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (x-4)^2 = 9$. **B.** $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (x-4)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (x-4)^2 = 3$. **D.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (x+4)^2 = 9$.

Câu 3. Với $x > 0$, hãy rút gọn biểu thức $T = x^{\pi} \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}}$.

A. $T = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $T = x$. **C.** $T = x^2$. **D.** $T = x^{\frac{5\pi}{2}}$.

Câu 4.

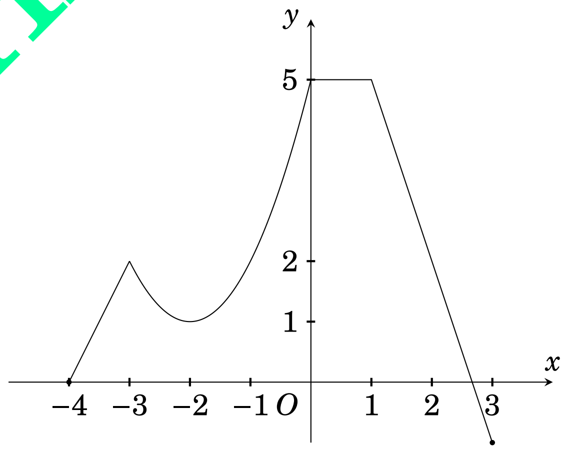
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;3]$ và có đồ thị trên đoạn $[-4;3]$ như hình bên. Hãy xác định số điểm cực đại S của đồ thị hàm số đó.

A. $S = 0$.

B. $S = 2$.

C. $S = 1$.

D. $S = 3$.



Câu 5. Cho số phức $z = a + bi$. Phương trình nào dưới đây nhận z và $\overline{z}$ làm nghiệm?

A. $z^2 - 2az + a^2b^2 = 0$. **B.** $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.

C. $z^2 - 2az - a^2 - b^2 = 0$. **D.** $z^2 + 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng cho tập hợp S gồm 2018 điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì đều không thẳng hàng. Hỏi có tất cả bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\overrightarrow{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc S?

A. 4070360. **B.** 2035153. **C.** 4167114. **D.** 4070306.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{nếu } x > 0 \\ \cos x & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{1} f(x)\,dx$.

A. Đáp án khác. **B.** $I=\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=1$. **D.** $I=0$.

Câu 8. Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. $\log_b a=\log_b c\cdot\log_c a$. **B.** $\log_{a^\alpha} b=\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$.

C. $\log_a\left(\dfrac{b}{a^3}\right)=\dfrac{\log_a b}{3}$. **D.** $a^{\log_a b}=b$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4;0;-5)$.

A. $4x-5y+4=0$. **B.** $4x-5y-4=0$. **C.** $4x-5z+4=0$. **D.** $4x-5z-4=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(0;-3;4)$ và $\vec{c}=(1;-2;3)$. Hãy tính tọa độ của véc-tơ $\vec{n}=3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$.

A. $\vec{n}=(5;1;-10)$. **B.** $\vec{n}=(7;1;-4)$. **C.** $\vec{n}=(5;5;-10)$. **D.** $\vec{n}=(5;-5;-10)$.

Câu 11. Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x}{(x+1)^2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x^2+1}$. **C.** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos x$.

Câu 12. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2^{2x}$.

A. $F(x)=2^{2x}\cdot\ln2$. **B.** $F(x)=\dfrac{2^{2x}}{\ln2}+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{4^x}{\ln4}+C$. **D.** $F(x)=4^x\cdot\ln4+C$.

Câu 13. Hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2+5x-44$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$. Hình chóp đã cho có mặt phẳng đối xứng nào?

A. (SAC). **B.** (SAB). **C.** Không có. **D.** (SAD).

Câu 15. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2-2x$ và $y=-x^2+4x$.

A. $S=12$. **B.** $S=9$. **C.** $S=\dfrac{11}{3}$. **D.** $S=27$.

Câu 16. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{|z-2|+2}{4|z-2|-1}>1$. Khi đó $(x;y)$ thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

A. $(x+2)^2+y^2>49$. **B.** $(x+2)^2+y^2<49$. **C.** $(x-2)^2+y^2<49$. **D.** $(x-2)^2+y^2>49$.

Câu 17. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3)-1}$.

A. $\mathscr{D}=\left(-\infty;\dfrac{10}{3}\right]$. **B.** $\mathscr{D}=\left(3;\dfrac{10}{3}\right]$. **C.** $\mathscr{D}=(3;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\left[3;\dfrac{10}{3}\right)$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+(m+1)x^2+(m+1)x+1$ đồng biến trên tập xác định.

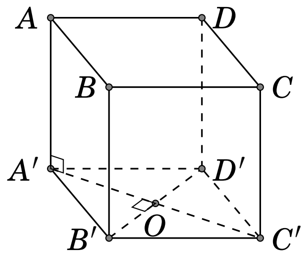
A. $-1\le m\le0$. **B.** $m<0$. **C.** $m>-1$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 19. Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=\dfrac{5}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 20.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a như hình bên. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$.



A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 21. Cho $I=\int_0^1 (2x-m^2)\,dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $I+3\geq 0$.

A. 4. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

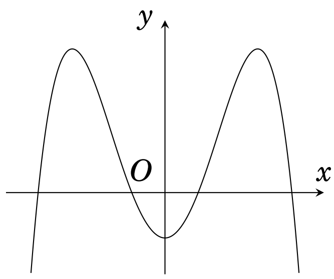
Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+5z+4$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

A. $\Delta: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$. **B.** $\Delta: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{5}$. **D.** $\Delta: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{5}$.

Câu 23.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $(c\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Nhận xét nào dưới đây là đúng?



A. $a<0;b>0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$.

C. $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b<0;c<0$.

Câu 24. Biết hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 25. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tất cả các hình bình hành có đỉnh là đỉnh của hình hộp đó. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành mà mặt phẳng chứa nó vuông góc với đáy $(ABCD)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 26. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 27. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất P để số được chọn chỉ chứa ba chữ số lẻ.

A. $P=\dfrac{23}{42}$. **B.** $P=\dfrac{16}{42}$. **C.** $P=\dfrac{16}{21}$. **D.** $P=\dfrac{10}{21}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + \sqrt{2}t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 2)$ là một nửa đường tròn đường kính là $\sqrt{5}x^2$. Tính thể tích V của vật thể đã cho.

A. $V = 2\pi$. **B.** $V = 5\pi$. **C.** $V = 4\pi$. **D.** $V = 3\pi$.

Câu 30. Cho hình nón có đường sinh bằng $2a$ và góc ở đỉnh bằng $90°$. Cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (P) và mặt đáy hình nón bằng $60°$. Tính diện tích S của thiết diện tạo thành.

A. $S = \dfrac{4\sqrt{2}a^2}{3}$. **B.** $S = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{8\sqrt{2}a^2}{3}$. **D.** $S = \dfrac{5\sqrt{2}a^2}{3}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bằng a, chiều cao bằng b. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng $60°$, hãy tính b theo a.

A. $b = 2a$. **B.** $b = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $b = \sqrt{2}a$. **D.** $b = \dfrac{1}{2}a$.

Câu 32. Cho hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a$, $CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình thang khi quay quanh trục đối xứng của nó.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{56\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{14\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 33. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2+1}}$ và $P = 2\sqrt{x^2+1} \cdot y'$. Khi đó nhận định nào dưới đây đúng?

A. $P = 2y$. **B.** $P = y$. **C.** $P = \dfrac{y}{2}$. **D.** $P = \dfrac{2}{y}$.

Câu 35. Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$. **B.** $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$. **C.** Không tồn tại m. **D.** $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-4}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+3}{4}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-7}{3} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+9}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-9}{-1}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$ và cắt đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. Hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đó.

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $\dfrac{x+5}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 38. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình lục giác. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình tứ giác.

Câu 39. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=7$. **B.** $n=5$. **C.** $n=6$. **D.** $n=4$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$; $SA=a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SC, SB lần lượt tại M, N. Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V=\dfrac{4a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{27}$.

Câu 41. Cho hai số thực b, c với $c>0$. Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2+2bz+c=0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

A. $b=c$. **B.** $b^2=c$. **C.** $2b^2=c$. **D.** $b^2=2c$.

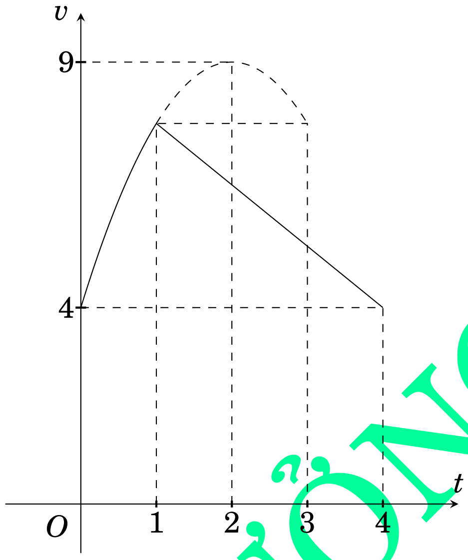
Câu 42. Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông. Trong đó, $c-b\neq1$ và $c+b\neq1$. Kết luận nào dưới đây đúng?

A. $\log_{c+b}a+\log_{c-b}a=2\log_{c+b}a\cdot\log_{c-b}a$. **B.** $\log_{c+b}a+\log_{c-b}a=\log_{c+b}a\cdot\log_{c-b}a$.

C. $\log_{c+b}a+\log_{c-b}a=-2\log_{c+b}a\cdot\log_{c-b}a$. **D.** $\log_{c+b}a+\log_{c-b}a=-\log_{c+b}a\cdot\log_{c-b}a$.

Câu 43.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $S = 23{,}71$ km. **B.** $S = 23{,}58$ km.

C. $S = 23{,}56$ km. **D.** $S = 23{,}72$ km.

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 3$ có 4 giao điểm với đường thẳng $y = 1$, có hoành độ nhỏ hơn 3.

A. $m \in (2;11) \setminus \{4\}$. **B.** $m \in (2;5)$. **C.** $m \in (2;+\infty) \setminus \{4\}$. **D.** $m \in (2;11)$.

Câu 45. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $2|\overline{z}_1 + i| = |\overline{z}_1 - z_1 - 2i|$ và $|z_2 - i - 10| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $\sqrt{10} + 1$. **B.** $3\sqrt{5} - 1$. **C.** $\sqrt{\sqrt{101} + 1}$. **D.** $\sqrt{\sqrt{101} - 1}$.

Câu 46. Cho $\log_7 12 = x$; $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \dfrac{axy + 1}{bxy + cx}$ (trong đó a, b, c là các số nguyên). Tính giá trị của biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 15$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$\sin x \cdot \sqrt[2018]{2019 - \cos^2 x} - (\cos x + m) \cdot \sqrt[2018]{2019 - \sin^2 x + m^2 + 2m\cos x} = \cos x - \sin x + m$$

có nghiệm thực.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên $[1;4]$ và thỏa mãn hệ thức sau với mọi $x \in [1;4]$

$$\begin{cases} f(1) = 2g(1) = 2 \\ f'(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{g(x)} \\ g'(x) = -\dfrac{2}{x\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{f(x)}. \end{cases}$$

Tính $I = \displaystyle\int_1^4 [f(x)g(x)]\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 4\ln 2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 2\ln 2$. **D.** $I = 2$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;0)$; $B(3;3;6)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$. Biết rằng, tồn tại một điểm M trên d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất. Khi đó, hãy tìm tọa độ điểm M và tính chu vi của $\triangle ABM$.

A. $M(1;0;2)$; $P = 2\sqrt{11}+\sqrt{29}$.

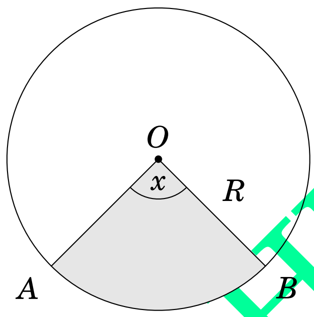
B. $M(1;2;2)$; $P = 2(\sqrt{11}+\sqrt{29})$.

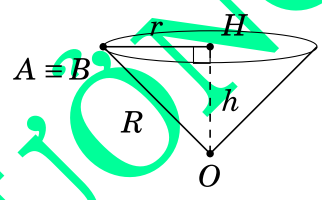
C. $M(1;2;2)$; $P = \sqrt{11}+\sqrt{29}$.

D. $M(1;0;2)$; $P = 2(\sqrt{11}+\sqrt{29})$.

Câu 50.

Bạn An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, An muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn OAB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.





A. $x = \dfrac{\pi}{4}$.

B. $x = \dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{2}$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 A	**6** D	**11** D	**16** D	**21** D	**26** B	**31** D	**36** C	**41** C	**46** D
2 A	**7** C	**12** C	**17** B	**22** D	**27** D	**32** D	**37** B	**42** A	**47** B
3 A	**8** C	**13** B	**18** A	**23** B	**28** C	**33** C	**38** B	**43** A	**48** B
4 C	**9** C	**14** A	**19** C	**24** B	**29** C	**34** B	**39** B	**44** A	**49** D
5 B	**10** C	**15** B	**20** B	**25** B	**30** A	**35** D	**40** D	**45** B	**50** B

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Với $x = -1$ suy ra $y = 9$.

Với $x = 3$ suy ra $y = -23$.

Từ đó suy ra $P = y_{\text{CĐ}} \cdot y_{\text{CT}} = -207$.

Chọn đáp án A

Câu 2. Theo bài ra, ta có bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+3)^2 + (2-4)^2} = 3$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu tâm I bán kính $R = 3$ là $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Chọn đáp án A

Câu 3. Ta có $T = x^{\pi} \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}} = x^{\pi} \cdot \sqrt[4]{x^{2-4\pi}} = x^{\pi} \cdot x^{\frac{1}{2}-\pi} = x^{\frac{1}{2}}$.

Chọn đáp án A

Câu 4. Từ đồ thị bài cho ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm tại $x = -3$ nên hàm số đạt cực đại tại đó. Vậy hàm số có một cực đại.

Chọn đáp án C

Câu 5. Ta có $z = a + bi$ và $\overline{z} = a - bi$ là nghiệm của phương trình

$$(z - a - bi)(z - a + bi) = 0 \Leftrightarrow (z-a)^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0.$$

Vậy z và $\overline{z}$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 6. Số véc-tơ khác véc-tơ không có điểm đầu điểm cuối là các điểm thuộc tập S là $\mathrm{A}_{2018}^2 = 4070306$.

Chọn đáp án D

Câu 7. Ta có

$$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\cos x\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}(1-2x)\,\mathrm{d}x$$
$$=\sin x\big|_{-\frac{\pi}{2}}^{0}+(x-x^2)\big|_{0}^{1}=1.$$

Chọn đáp án C

Câu 8. Ta có $\log_a\left(\dfrac{b}{a^3}\right)=\dfrac{\log_a b}{3}=\log_a b-\log_a a^3=\log_a b-3.$

Chọn đáp án C

Câu 9. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;2;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(4;0;5)$ là

$$(x+1)+0(y-2)-5(z-0)=0\Leftrightarrow 4x-5z+4=0.$$

Chọn đáp án C

Câu 10. Ta có $\vec{n}=3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=3(2;3;-5)+2(0;-3;4)-(1;-2;3)=(5;5;-10).$

Chọn đáp án C

Câu 11. Ta có

- $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x}{(x+1)^2}=-\infty.$
- $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x+1}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=0.$
- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=0.$
- $\lim\limits_{x\to +\infty}\cos x$ không xác định.

Chọn đáp án D

Câu 12. Ta có $F(x)=\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int 2^{2x}\,\mathrm{d}x=\int 4^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}+C.$

Chọn đáp án C

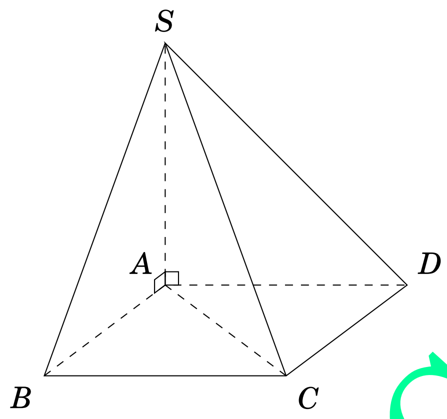
Câu 13. Ta có $y'=-x^2+4x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right..$

Suy ra để hàm số đồng biến khi và chỉ khi $y'>0\Leftrightarrow -1<x<5.$

Chọn đáp án B

Câu 14.

Theo giả thiết ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)
Mặt khác, $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $BD \perp AC$. (2)
Từ $(1),(2)$ suy ra $BD \perp (SAC)$, kết hợp tính chất hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường của hình vuông, ta suy ra B và D đối xứng nhau qua mặt phẳng (SAC). Từ đó suy ra (SAC) là mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án A

Câu 15. Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. .$$

Suy ra diện tích hình giới hạn là

$$S = \int_0^3 |x^2 - 2x - (-x^2 + 4x)|\,\mathrm{d}x = \left|\int_0^3 (2x^2 - 6x)\,\mathrm{d}x\right| = 9.$$

Chọn đáp án B

Câu 16. Điều kiện $4|z-2| - 1 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > \frac{1}{16}$.
Ta có

$$\frac{1}{3}\frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3|z-2| + 6 < 4|z-2| - 1 \Leftrightarrow |z-2| > 7$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > 49.$$

Chọn đáp án D

Câu 17. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x - 3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \dfrac{10}{3} \end{cases}.$

Chọn đáp án B

Câu 18. Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x + (m+1)$.
Để hàm số đồng biến trên tập xác định khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Chọn đáp án A

Câu 19. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}=\dfrac{m+1}{2}$, suy ra $y=\dfrac{m+1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Theo bài ra ta có $y=\dfrac{m+1}{2}=1\Leftrightarrow m=1$.

Chọn đáp án C

Câu 20. Giả sử $A'C'\cap B'D'$ tại O suy ra $A'O\perp B'D'$ (1)(do $A'B'C'D'$ là hình vuông).

Mặt khác ta có $AA'\perp(A'B'C'D')$ nên $AA'\perp A'O$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'O$ là đoạn vuông góc chung giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$. Từ đó suy ra $\mathrm{d}(AA',B'D')=A'O=\dfrac{A'C'}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 21. Ta có $I=\displaystyle\int_0^1(2x-m^2)\,\mathrm{d}x=(x^2-m^2x)\Big|_0^1=1-m^2$.

Để $I+3\ge 0\Leftrightarrow 4-m^2\ge 0\Leftrightarrow m^2\le 4\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Từ đó suy ra có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn đáp án D

Câu 22. Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-3;5)$.

Đường thẳng Δ qua $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nên Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\vec{n}(2;-3;5)$.

Từ đó ta có phương trình chính tắc của đường thẳng Δ

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{5}.$$

Chọn đáp án D

Câu 23. Do đồ thị hàm số quay xuống nên $a<0$.

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $a\cdot b<0\Rightarrow b>0$.

Do đồ thị cắt trục tung ở dưới trục hoành nên $c<0$.

Vậy ta có $a<0;b>0;c<0$.

Chọn đáp án B

Câu 24. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

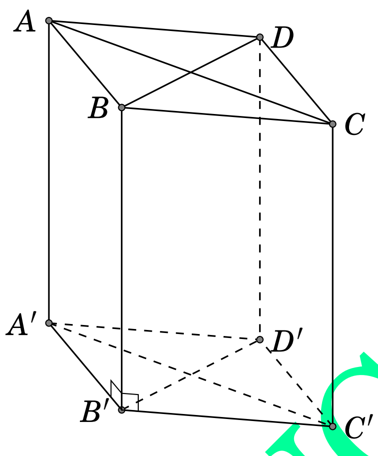
x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ có hai lần đổi dấu, nên hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án B

Câu 25.

Các mặt phẳng vuông góc với đáy gồm: 4 mặt bên và 2 mặt chéo vuông góc với đáy.



Chọn đáp án B

Câu 26. Phương trình tương đương với

$$7^{x+1} = 7^{-x^2+2x+3} \Leftrightarrow x+1 = -x^2+2x+3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Từ đó suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{A}_9^6 = 60480$.

Biến cố số được chọn chỉ có ba chữ số lẻ có số phần tử $n(A) = \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{P}_6 = 28800$.

Từ đó suy ra $P(A) = \dfrac{n(\Omega)}{n(A)} = \dfrac{10}{21}$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;1;\sqrt{2})$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;\sqrt{2})$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, khi đó ta có

$$\sin\varphi = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|} = \frac{|1\cdot 1 + 1\cdot(-1) + \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2+\sqrt{2}^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+\sqrt{2}^2}} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\varphi = 30^\circ$.

Chọn đáp án C

Câu 29. Do thiết diện là nửa đường tròn với đường kính $\sqrt{5}x^2$ nên diện tích của thiết diện là

$$S(x) = \frac{\pi\left(\dfrac{\sqrt{5}x^2}{2}\right)^2}{2} = \frac{5\pi x^4}{8}.$$

Từ đó suy ra thể tích của vật thể là

$$V = \int_0^2 S(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^2 \frac{5\pi x^4}{8}\,\mathrm{d}x = 4\pi.$$

Chọn đáp án C

Câu 30.

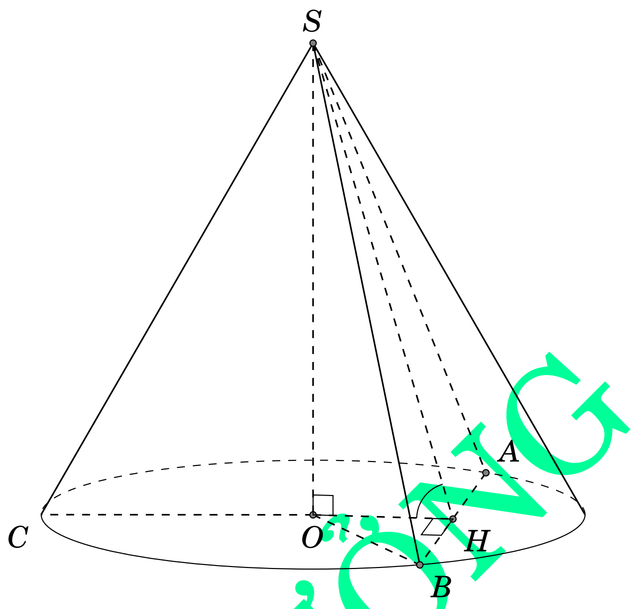
Theo bài ra ta có tam giác SOC vuông cân ở O suy ra $OC = SO = a\sqrt{2}$.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung AB. Gọi H là trung điểm của AB suy ra $OH \perp AB$, kết hợp với SO vuông góc với đáy suy ra $AB \perp (SOH)$, từ đó suy ra $\widehat{SHO} = 60°$.

Trong tam giác vuông SOH có

$$OH = SO\tan 30° = \frac{a\sqrt{6}}{3},$$

$$SH = \frac{SO}{\sin 60°} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$



Trong tam giác vuông OHB có

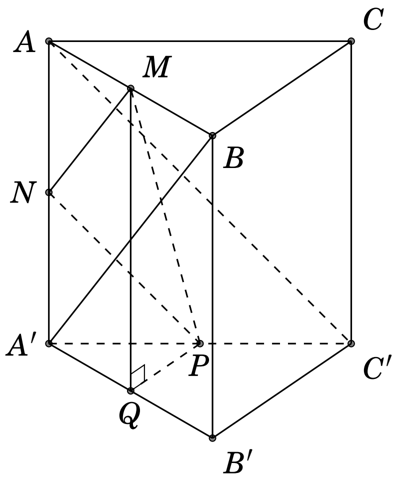
$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = 2a^2 - \frac{6a^2}{9} = \frac{12a^2}{9} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Từ đó ta có diện tích thiết diện $S_{\triangle SAB} = \dfrac{SH \cdot AB}{2} = SH \cdot BH = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 31.

Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AA', $A'C'$, $A'B'$, suy ra MN, NP, PQ và MQ lần lượt là đường trung bình của các tam giác ABA', $AA'C'$, $A'B'C'$ và hình chữ nhật $ABB'A'$. Từ đó suy ra



$$\begin{cases} MN \parallel = \dfrac{1}{2}A'B \\ NP \parallel = \dfrac{1}{2}AC' \\ PQ = \dfrac{1}{2}B'C' = \dfrac{a}{2} \\ MQ \parallel = BB' \end{cases}. \qquad (1)$$

Từ (1) suy ra $\begin{cases} MN = NP \\ (AC', A'B) = \widehat{MNP} = 60° \end{cases}$, từ đó suy ra $\triangle MNP$ là tam giác đều, suy ra $MP = MN = \dfrac{A'B}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Kết hợp với $BB' \perp (A'B'C')$, từ (1) suy ra $MQ \perp (A'B'C') \Rightarrow MQ \perp PQ$ suy ra tam giác MPQ vuông ở Q. Từ đó ta có

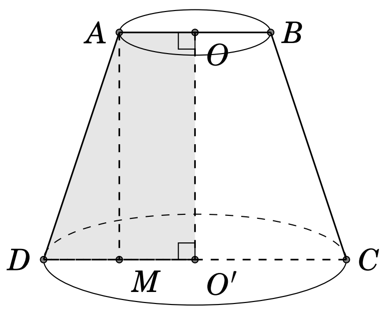
$$MQ^2 = MP^2 - PQ^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow MQ = \frac{a}{2}.$$

Vậy $b = BB' = MQ = \dfrac{a}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 32.

Lấy O, O' lần lượt là trung điểm của AB, CD suy ra OO' là trục đối xứng của hình thang cân $ABCD$.



Lấy M là trung điểm của $O'D$, suy ra $O'M = \frac{1}{4}CD = a = \frac{AB}{2} = AO$ suy ra $AOO'M$ là hình chữ nhật suy ra $AM = OO'$. (1)

Xét tam giác vuông ADM có

$$AM^2 = AD^2 - DM^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2 \Rightarrow AM = 2a\sqrt{2}.$$

Từ đó ta có thể tích nón cụt

$$V = \frac{\pi(R^2 + r^2 + Rr)}{3}h = \frac{\pi((2a)^2 + a^2 + 2a^2)}{3} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14\pi a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án D

Câu 33. Lấy điểm $M\left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-1}\right)$ $(x_0 \neq 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Khoảng cách từ M đến trục tung $\mathrm{d}(M, Oy) = |x_0|$.

Khoảng cách từ M đến trục hoành $\mathrm{d}(M, Ox) = \left|\frac{x_0+2}{x_0-1}\right|$.

Theo bài ra ta có

$$|x_0| = 2\left|\frac{x_0+2}{x_0-1}\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x_0 = \dfrac{2(x_0+2)}{x_0-1} & (1) \\ x_0 = \dfrac{2(x_0+2)}{1-x_0} & (2) \end{array}\right.$$

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow x_0^2 - x_0 = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow x_0^2 - 3x_0 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = 4 \end{array}\right..$$

$$(2) \Leftrightarrow x_0 - x_0^2 = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow x_0^2 + x_0 + 4 = 0 \,(\text{vô nghiệm})$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án C

Câu 34. Ta có $y' = \dfrac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x^2+1}}} = \dfrac{\sqrt{x + \sqrt{x^2+1}}}{2\sqrt{x^2+1}}$.

Từ đó suy ra $P = 2\sqrt{x^2+1} \cdot y' = \sqrt{x + \sqrt{x^2+1}} = y$.

Chọn đáp án B

Câu 35. Xét hàm số $y = |x^4 - 5x^2 + 4|$, ta có $y^2 = (x^4 - 5x^2 + 4)^2$, suy ra

$$2yy' = 2(x^4 - 5x^2 + 4)(4x^3 - 10x) \Leftrightarrow y' = \frac{(x^4 - 5x^2 + 4)(4x^3 - 10x)}{|x^4 - 5x^2 + 4|} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{\sqrt{10}}{2} \\ x = -\dfrac{\sqrt{10}}{2} \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\frac{\sqrt{10}}{2}$		-1		0		1		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{9}{4}$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	$\frac{9}{4}$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, để phương trình có 8 nghiệm khi và chỉ khi

$$0 < \log_2 m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt[4]{2^9}.$$

Chọn đáp án D

Câu 36. Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(1;-1;1)$, $\vec{u}_2(2;-1;4)$.
Gọi Δ là đường vuông góc chung giữa d_1 và d_2, suy ra Δ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3;-2;1).$$

Giả sử Δ giao với d_1, d_2 lần lượt tại $M(3+m;-1-m;4+m)$, $N(2+2n;4-n;-3+4n)$, khi đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-m+2n-1;m-n+5;-m+4n-7)$.
Do Δ là đường vuông góc chung, suy ra

$$\begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7n-13=0 \\ -7m+21n-35=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ và đi qua điểm $M(1;1;2)$.
Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{1}$.
Chọn đáp án C

Câu 37. Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;-1)$.
Gọi $N(-1-2n;1+n;1+3n)$ là giao điểm giữa hai đường thẳng Δ và d, suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2-2n;n;3+3n)$.
Do $d \parallel (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow -2-2n-n-3-3n = 0 \Leftrightarrow n = -\dfrac{5}{6}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{2}{6};-\dfrac{5}{6};\dfrac{3}{6}\right) = -\dfrac{1}{6}(2;5;-3)$.
Vậy ta có phương trình đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z+2}{-3}$.
Chọn đáp án B

Câu 38.

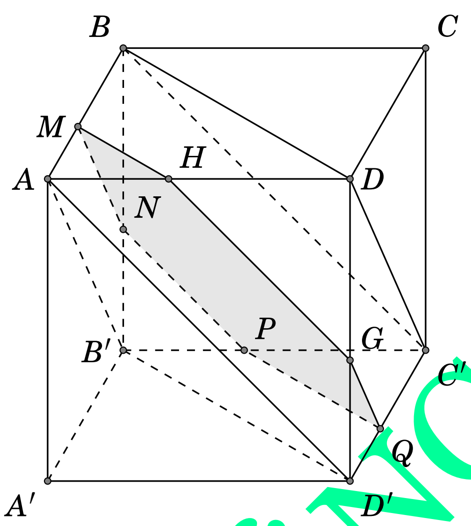
Nhận thấy $(BC'D) \parallel (AB'D') \Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D') \parallel (P)$.   (1)

Do (1), ta giả sử (P) cắt BB' tại N, suy ra $(P) \cap (ABB'A') \equiv MN$, kết hợp với $(AB'D') \cap (ABB'A') \equiv AB'$ suy ra $MN \parallel AB'$, suy ra N thuộc cạnh BB'.

Tương tự, giả sử $(P) \cap (B'C') \equiv P$ suy ra $(P) \cap (BCC'B') \equiv NP$. Kết hợp với (1) suy ra $NP \parallel BC'$.

Tương tự, $(P) \cap (C'D') \equiv Q$ sao cho $PQ \parallel B'D'$; $(P) \cap DD' \equiv G$ sao cho $QG \parallel C'D$; $(P) \cap AD \equiv H$ sao cho $GH \parallel AD'$.

Từ đó suy ra thiết diện là lục giác $MNPQGH$.



Chọn đáp án (B)

Câu 39. Khai triển $(x^2+1)^n$ có số hạng thứ $k+1$ là $T_{k+1} = \mathrm{C}_n^k (x^2)^{n-k} = \mathrm{C}_n^k x^{2n-2k}$.

Khai triển $(x+2)^2$ có số hạng thứ $l+1$ là $T_{l+1} = \mathrm{C}_n^l x^{n-l} 2^l = \mathrm{C}_n^l 2^l x^{n-l}$.

Suy ra $T_{k+1} T_{l+1} = \mathrm{C}_n^k \mathrm{C}_n^l 2^l x^{3n-(2k+l)}$.

Để $x^{3n-3} = x^{3n-(2k+l)}$ suy ra $2k+l=3$, từ đó suy ra các cặp $(k;l)$ là $(0;3)$, $(1;1)$.

Suy ra

$$a_{3n-3} = \mathrm{C}_n^0 \mathrm{C}_n^3 2^3 + \mathrm{C}_n^1 \mathrm{C}_n^1 2^1 = 26n \Leftrightarrow \frac{8(n-2)(n-1)n}{6} + 2n^2 = 26n$$

$$\Leftrightarrow 4n(n^2-3n+2) + 6n^2 - 78n = 0 \Leftrightarrow 2n(2n^2-3n-35) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 5 \\ n = -\dfrac{7}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right. .$$

Vậy $n = 5$.

Chọn đáp án (B)

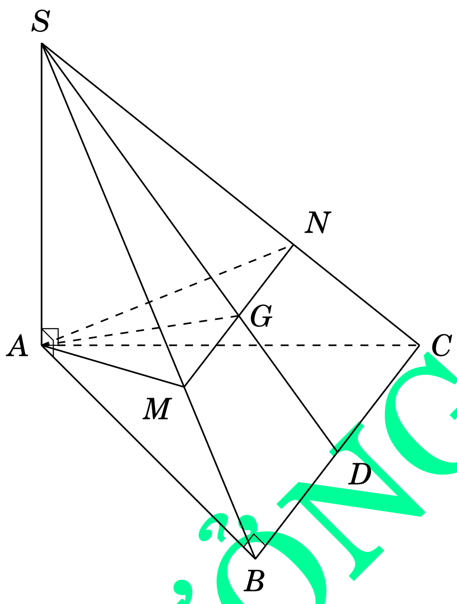
Câu 40.

Tam giác ABC vuông cân ở B nên

$$AB^2 + BC^2 = 2AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = BC = a.$$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}.$$



Theo bài ra ta có $(\alpha) \cap (SBC) \equiv MN$, kết hợp với $(\alpha) \parallel BC$ suy ra $MN \parallel BC$ suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{SG}{SD} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.
Từ đó suy ra

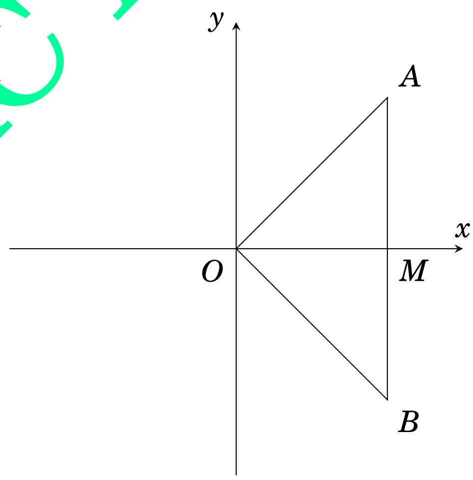
$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SN}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}.$$

Chọn đáp án D

Câu 41.

Theo bài ra ta giả sử A, B là điểm biểu diễn lần lượt của $z_1 = x + yi$, $z_2 = x - yi$, suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$z_1 + z_2 = 2x = -2b \text{ và } z_1 z_2 = x^2 + y^2 = c.$$



Để tam giác OAB vuông khi và chỉ khi $OM = MA = MB \Leftrightarrow$ $|x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 = b^2$.
Từ đó suy ra $2b^2 = c$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Theo bài ra ta có $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = c^2 - b^2 = (c-b)(c+b)$.
Từ đó suy ra $2 = \log_a a^2 = \log_a((c-b)(c+b)) = \log_a(c-b) + \log_a(c+b) = \frac{1}{\log_{c-b} a} + \frac{1}{\log_{c+b} a}$

$$\Leftrightarrow \log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a.$$

Chọn đáp án A

Câu 43. Trong 1 giờ đầu, ta gọi phương trình vận tốc của vật là $v = at^2 + bt + c$, suy ra $v' = 2at + b$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(0) = 4 \\ v(2) = 9 \\ v'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + 4 = 9 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t)=-\dfrac{5}{4}t^2+5t+4$, từ đó ta có $v(1)=\dfrac{31}{4}$.
Trong 3 giờ sau, gọi phương trình vận tốc $v(t)=at+b$.
Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(1)=a+b=\dfrac{31}{4} \\ v(4)=4a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{5}{4} \\ b=9 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t)=-\dfrac{5}{4}t+9$.
Quãng đường vật đi trong 4 giờ là

$$S=\int_0^1\left(-\frac{5}{4}t^2+5t+4\right)\mathrm{d}t+\int_1^4\left(-\frac{5}{4}t+9\right)\mathrm{d}t=23,7083.$$

Chọn đáp án A

Câu 44. Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4-mx^2+2m-3=1 \Leftrightarrow x^4-mx^2+2m-4=0.$$

Đặt $t=x^2$ $(t\geq 0)$, ta có phương trình

$$t^2-mt+2m-4=0 \Leftrightarrow (t-2)(t+2-m)=0^{(*)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=2 & (1) \\ t=m-2. & (2) \end{array}\right.$$

Để hai đồ thị giao nhau tại 4 điểm có hoành độ nhỏ hơn 3 thì phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm dương phân biệt nhỏ hơn 9, điều đó tương đương với

$$\begin{cases} m-2>0 \\ m-2\neq 2 \\ m-2<9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ m\neq 4 \\ m<11 \end{cases}.$$

Vậy $m\in(2;11)\setminus\{4\}$.
Chọn đáp án A

Câu 45. Gọi $z_1=x+yi$ khi đó ta có $2|\overline{z}_1+i|=|\overline{z}_1-z_1-2i|$ tương đương với

$$4(x^2+(1-y)^2)=(2y+2)^2$$

$$4x^2+4-8y+4y^2=4y^2+8y+4$$

$$x^2=4y \Leftrightarrow y=\frac{x^2}{4}(P).$$

Gọi $z_2=a+bi$ khi đó ta có $(a-10)^2+(b-1)^2=1$, từ đó suy ra z_2 nằm trên đường tròn

$$(x-10)^2+(y-1)^2=1(C).$$

Nhận thấy đường tròn (C) có tâm $I(10;1)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có $|z_1 - z_2| + 1 \geq |z_1 - z_0| \Leftrightarrow |z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1$ (I là điểm biểu diễn của z_0).

Xét hàm số $f(x) = |z_1 - z_0|^2 = (x-10)^2 + \left(\dfrac{x^2}{4} - 1\right)^2 = \dfrac{x^4}{16} + \dfrac{x^2}{2} - 20x + 101$,

có $f'(x) = \dfrac{x^3}{4} + x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x-4)\left(\dfrac{x^2}{4} + x + 5\right) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Từ đó suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$, suy ra $f(x) \geq f(4) = 45, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy ta có $|z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1 \geq \sqrt{45} - 1 = 3\sqrt{5} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $z_1 = 4 + 4i$ và z_2 là giao điểm giữa IM và đường tròn (C) (M là điểm biểu diễn của z_1).

Chọn đáp án B

Câu 46. Ta có

$$\log_{12} 24 \log_{24} 54 = \log_{12} 54 = \log_{12} \frac{12^8}{24^5} = 8 - 5\log_{12} 24 \Rightarrow \log_{24} 54 = \frac{8-5y}{y} \Rightarrow \log_{54} 24 = \frac{y}{8-5y}.$$

và

$$\log_7 54 = \log_7 12 \log_{12} 54 = x(8-5y) \Rightarrow \log_{54} 7 = \frac{1}{x(8-5y)}.$$

Từ đó ta có

$$\log_{54} 168 = \log_{54} 7 + \log_{54} 24 = \frac{xy+1}{-5xy+8x}$$

suy ra $a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 1 + 2(-5) + 3 \cdot 8 = 15$.

Chọn đáp án D

Câu 47. Ta có phương trình

$$\sin x \sqrt[2018]{2018 + \sin^2 x} + \sin x = (\cos x + m) \sqrt[2018]{2018 + (\cos x + m)^2} + (\cos x + m).(*)$$

Xét hàm số $f(t) = t \sqrt[2018]{2018 + t^2} + t$ có

$$f'(t) = \sqrt[2018]{2018 + t^2} + \frac{2t^2}{2018 \sqrt[2018]{(2018 + t^2)^{2017}}} + 1 > 0, \forall t \in \mathrm{R}.$$

Từ đó, kết hợp với $(*)$ ta có

$$f(\sin x) = f(\cos x + m) \Leftrightarrow \sin x - \cos x = m.(**)$$

Để $(**)$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$1^2 + (-1)^2 \geq m^2 \Leftarrow m \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án B

Câu 48. Theo bài ra ta có

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{2}{x\sqrt{x}} = -\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow f(x)g(x) = -\int \frac{1}{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\sqrt{x}} + C.$$

Kết hợp với giả thiết ta có

$$f(1)g(1) = 2 = \frac{2}{\sqrt{1}} + C \Rightarrow C = 0.$$

Từ đó suy ra

$$I = \int_1^4 [f(x)g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = 4.$$

Chọn đáp án B

Câu 49.

Ta có $AB = 2\sqrt{11}$.

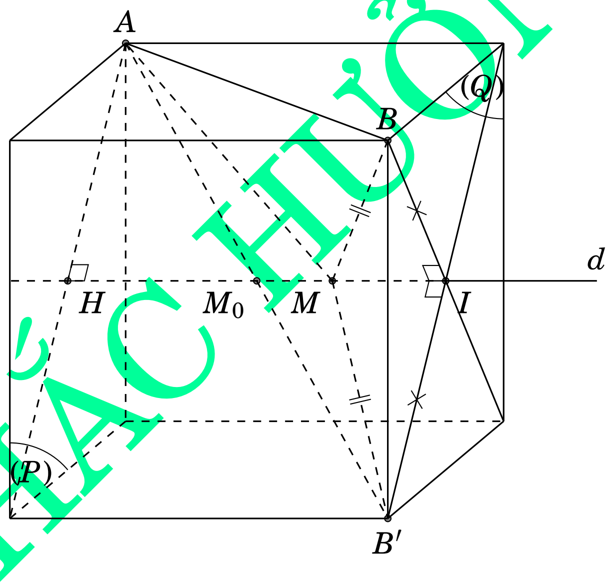
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;2)$.

Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d.

Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với d có phương trình

$$2(x-1) - 1(y-5) + 2(z-0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 2z + 3 = 0.$$



Suy ra tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-1;1;0).$$

Tương tự ta có mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z - 15 = 0$ qua B vuông góc với d tại $I(3;-1;4)$. Từ đó ta có $AH = BI = 2\sqrt{5}$. (1)

Trên mặt phẳng $(A;d)$ lấy điểm B' nằm khác phía so với điểm A so với bờ là đường thẳng d sao cho $\begin{cases} B'I = BI \\ B'I \perp d \end{cases}$ và gọi M_0 là giao điểm giữa AB' và d.

Xét hai tam giác vuông MIB và MIB' có chung cạnh MI và $IB = IB'$ (do (1)), suy ra $\triangle MIB = \triangle MIB' \Rightarrow MB = MB'$.

Từ đó ta có

$$AB + MA + MB = AB + MA + MB' \geq AB + AB',$$

suy ra chu vi của tam giác MAB nhỏ nhất bằng $AB + AB'$ khi $M \equiv M_0$.

Xét hai tam giác vuông AHM_0 và $B'IM_0$ có $AH = B'I$, $\widehat{AM_0H} = \widehat{BM_0I}$ suy ra $\triangle AHM_0 =$

$\triangle B'IM_0$ suy ra $AM_0 = B'M_0$ và $HM_0 = IM_0$.

Từ đó suy ra $M_0(1;0;2)$ là trung điểm của IH và chu vi nhỏ nhất của tam giác ABM là

$$P_{\min} = AB + AB' = AB + 2AM_0 = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{29}.$$

Chọn đáp án D

Câu 50. Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu.

Xét tam giác vuông OAH có $h = \sqrt{R^2 - r^2}$, từ đó suy ra thể tích của phễu

$$V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{(R^2 - r^2)r^4}. (1)$$

Nhận thấy $(R^2 - r^2)r^4 = 4(R^2 - r^2)\cdot\dfrac{r^2}{2}\cdot\dfrac{r^2}{2} \le 4\left(\dfrac{R^2 - r^2 + \dfrac{r^2}{2} + \dfrac{r^2}{2}}{3}\right)^3 = \dfrac{4R^6}{27}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra V lớn nhất khi và chỉ khi $\dfrac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r = \dfrac{R\sqrt{6}}{3}$.

Theo giả thiết ta có chu vi đáy phễu bằng chiều dài cung $\overset{\frown}{AB}$ hay

$$Rx = 2\pi r \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi\dfrac{R\sqrt{6}}{3}}{R} = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án B