GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 021

(Đề thi có 7 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử lần 2, THPT Cầu Xe - Hải Dương, 2018)

Mã đề thi 021

Họ và tên thí sinh:................................

Câu 1. Biết $\int_1^2 \frac{(x-1)\mathrm{d}x}{\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}} = a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Tính $P = a+b+c$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 2. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích xung quanh bằng $12a^2$, đáy $ABCD$ là hình thoi có chu vi bằng $8a$ và góc $\widehat{BAD} = 60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D'$ và BC.

A. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{2}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $3a$.

Câu 3. Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là

A. 397 triệu đồng. **B.** 396 triệu đồng. **C.** 395 triệu đồng. **D.** 394 triệu đồng.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-1;3)$. Tìm phương trình mặt phẳng đi qua các điểm lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ.

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **C.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=0$.

Câu 5. Xét các số phức $z = a+bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-3+3i| = \sqrt{2}$. Tính $P = a+b$ khi $|z-1+3i|+|z-3+5i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=-2$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=8$. **D.** $P=2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(4;2;3)$, $C(0;-2;3)$. Gọi (S_1), (S_2), (S_3) là các mặt cầu có tâm A,B,C và bán kính lần lượt bằng $3,2,1$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3)?

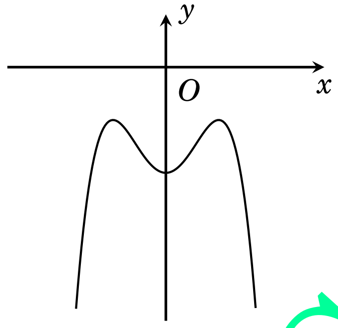
A. 7. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 7. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3+mx+2\ln x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m \le -3$. **B.** $m \ge -3$. **C.** $m \ge 3$. **D.** $m \le 3$.

Câu 8.

Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4-2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+3x-2$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-1}$. **D.** $y=x^4-2x^2+2$.

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+5x-\dfrac{2}{3}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** -9. **C.** $-\dfrac{11}{3}$. **D.** -2.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+7=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\left|\int\limits_a^b f(x)-g(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;3;2)$, $B(-1;-2;1)$ và $C(-2;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $x-4y+2z+4=0$. **B.** $x-4y-2z+4=0$. **C.** $x-4y-2z-4=0$. **D.** $x+4y-2z-4=0$.

Câu 14. Khi tham số $m\in(a;b)$ thì hàm số $y=\left|-x^4+4x^3-4x^2+1-m\right|$ có số điểm cực trị là lớn nhất. Giá trị $a+b$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 15. Chiều cao của khối chóp có diện tích đáy bằng B và thể tích bằng V là

A. $h=\dfrac{2V}{B}$. **B.** $h=\dfrac{3V}{B}$. **C.** $h=\dfrac{V}{B}$. **D.** $h=\dfrac{6V}{B}$.

Câu 16. Cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz.

A. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

Câu 17. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_0^1 \dfrac{x}{x+1}\,\mathrm{d}x$ là

A. $I=2+\ln 2$. **B.** $I=1+\ln 2$. **C.** $I=1-\ln 2$. **D.** $I=2-\ln 2$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn $f(1)=0$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 (x+1)e^x f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{e^2-1}{4}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{e-1}{2}$. **B.** $\dfrac{e^2}{4}$. **C.** $\dfrac{e}{2}$. **D.** $e-2$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của SA, BC. Tính số đo của góc hợp bởi IJ và SB.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 20. Tìm m để phương trình $9^{x^2}-4\cdot 3^{x^2}+6=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m=2$. **B.** $m>3$ hoặc $m=2$. **C.** $m\ge 3$ hoặc $m=2$. **D.** $m>3$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C mà $OA=OB=OC\neq 0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;-1), B(1;1;2), C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P) cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$ biết tọa độ điểm I là số nguyên.

A. $(\alpha): 2x+3y+2z-3=0$. **B.** $(\alpha): 4x+3y-2z-9=0$.

C. $(\alpha): 2x-y-2z-3=0$. **D.** $(\alpha): 6x+2y-z-9=0$.

Câu 23. Biết rằng phương trình $2\log(x+2)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2 (x_1<x_2)$. Tính $P=\dfrac{x_1}{x_2}$.

A. $P=\dfrac{1}{64}$. **B.** $P=\dfrac{1}{4}$. **C.** $=4$. **D.** $P=64$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0:+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α. Tính giá trị gần đúng của góc α.

A. $45,2°$. **B.** $38,1°$. **C.** $53,4°$. **D.** $61,6°$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ có đồ thị (C) và điểm $A(m;-4)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 28. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $2\cos 2x + C$. **B.** $2\cos 2x + C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 29. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng a , lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Lấy điểm H trên đoạn DE sao cho $HD = 3HE$. Gọi S là điểm đối xứng với B qua H. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\dfrac{5}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{8}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{9}{8}a^3$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

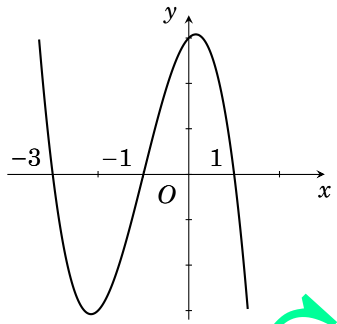
A. $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CĐ} = -2$ và $y_{CT} = 2$. **D.** $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Câu 31.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(1;+\infty)$.



Câu 32. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n > 5^{100}$ bằng

A. 230. **B.** 233. **C.** 234. **D.** 231.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng $30°$. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 34. Cho tập hợp $M = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M không chứa phần tử 1 là

A. 9^2. **B.** A_9^1. **C.** C_{10}^2. **D.** C_9^2.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{3m + 27\sqrt[3]{3m + 27\cdot 2^x}} = 2^x$ có nghiệm thực?

A. Không tồn tại m. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 36. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 2π cm^2 và bán kính đáy $r = \dfrac{1}{2}$ cm. Khi đó độ dài đường sinh của hình nón là

A. 1 cm. **B.** 3 cm. **C.** 4 cm. **D.** 2 cm.

Câu 37. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z = i - 2$.

A. $M = (-2;1)$. **B.** $M = (1;-2)$. **C.** $M = (2;1)$. **D.** $M = (2;-1)$.

Câu 38. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra khác màu bằng:

A. $\dfrac{8}{11}$. **B.** $\dfrac{5}{22}$. **C.** $\dfrac{6}{11}$. **D.** $\dfrac{5}{11}$.

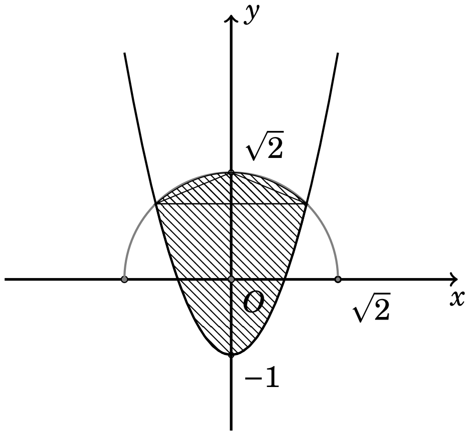
Câu 39. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2 + 4x - 5}{-x + 12}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $-\dfrac{5}{12}$. **C.** $+\infty$. **D.** -2.

Câu 40. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x} > \dfrac{1}{125}$.

A. $S = (2;+\infty)$. **B.** $S = (-\infty;2)$. **C.** $S = (0;2)$. **D.** $S = (-\infty;1)$.

Câu 41. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $(-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2})$ (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{3\pi + 2}{6}$. **B.** $\dfrac{3\pi + 10}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi + 10}{6}$. **D.** $\dfrac{3\pi - 2}{6}$.

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$ và $|z| > 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = 3$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 7$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. **B.** $\vec{n} = (-1; 2; 0)$. **C.** $\vec{n} = (2; 1; 1)$. **D.** $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 44. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $(x^3 - \dfrac{2}{x})^n$, biết n là số nguyên dương thỏa $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

A. -112640. **B.** 112643. **C.** -112643. **D.** 112640.

Câu 45. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 21.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy). Tọa độ điểm H là

A. $H(2; 0; 4)$. **B.** $H(0; -1; 4)$. **C.** $H(2; -1; 0)$. **D.** $H(0; -1; 0)$.

Câu 47. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log\sqrt{a} = 2\log a$. **B.** $\log\dfrac{a}{b} = \log a - \log b$. **C.** $\log\sqrt{a} = \dfrac{1}{2}\log a$. **D.** $\log\dfrac{b}{a} = \log b - \log a$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{2}{2x - 1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $2 + \ln 15$. **B.** $4 + \ln 15$. **C.** $3 + \ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Câu 49. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)| = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2;3]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m là

A. $\dfrac{27}{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{19}{4}$.

Câu 50. Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để xếp được 2 học sinh bất kì cạnh nhau và đối diện nhau khác lớp.

A. $\dfrac{2(5!)^2}{10!}$. **B.** $\dfrac{2^5(5!)^2}{10!}$. **C.** $\dfrac{5!}{10!}$. **D.** $\dfrac{(5!)^2}{10!}$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** C	**11** A	**16** B	**21** A	**26** A	**31** A	**36** C	**41** C	**46** C
2 B	**7** B	**12** A	**17** C	**22** C	**27** A	**32** C	**37** A	**42** D	**47** A
3 A	**8** C	**13** A	**18** D	**23** A	**28** D	**33** D	**38** C	**43** A	**48** C
4 C	**9** A	**14** D	**19** A	**24** B	**29** B	**34** D	**39** C	**44** A	**49** D
5 D	**10** C	**15** B	**20** B	**25** D	**30** A	**35** C	**40** B	**45** C	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Ta có $(x-1)=2x-1-x=\left(\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}\right)$.

Vậy $\displaystyle\int_1^2 \frac{(x-1)\,\mathrm{d}x}{\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}}=\int_1^2\left(\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}-\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right)\Big|_1^2=\sqrt{3}-\frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$.

Suy ra $a=1, b=\frac{-4}{3}, c=\frac{1}{3}$. Vậy $P=a+b+c=0$.

Chọn đáp án C

Câu 2.

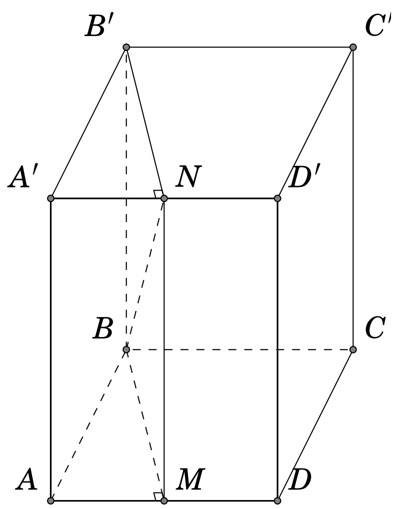
Ta có cạnh hình thoi bằng $2a$ và $\triangle BAD$ đều. Vì diện tích xung quanh là $12a^2$ suy ra chiều cao hình hộp là $\frac{12a^2}{8a}=\frac{3a}{2}$.

Lấy M,N lần lượt là trung điểm của AD và $A'D'$.

Khi đó ta có $\begin{cases} A'D'\perp B'N \\ A'D'\perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'D'\perp (BB'NM)\Rightarrow A'D'\perp BN$ mặt khác $BC\perp BN$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D'$ và BC là

$$BN=\sqrt{(a\sqrt{3})^2+\left(\frac{3a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{21}}{2}.$$



Chọn đáp án B

Câu 3. Gọi x là số tiền anh Nam phải giải tiết kiệm, đơn vị triệu đồng. Khi đó sau 3 năm, theo hình thức lãi kép thì số tiền anh Nam nhận được là $x\left(1+\frac{8}{100}\right)^3$. Vậy ta cần tìm x là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện

$$x\left(1+\frac{8}{100}\right)^3\geq 500 \Leftrightarrow x\geq \frac{500}{\left(1+\frac{8}{100}\right)^3}\approx 396{,}9.$$

Vậy $x = 397$ triệu đồng.
Chọn đáp án (A)

Câu 4. Ta có hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_x(-2;0;0), M_y(0;-1;0), M_z(0;0;3)$.
Phương trình mặt phẳng đi qua M_x, M_y, M_z là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.
Chọn đáp án (C)

Câu 5. Ta có $|z-3+3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+3)^2 = 2$.
Tìm giá trị lớn nhất của $|z-1+3i| + |z-3+5i| = \sqrt{(a-1)^2+(b+3)^2} + \sqrt{(a-3)^2+(b+5)^2}$.
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwars ta có

$$\begin{aligned}\left[\sqrt{(a-1)^2+(b+3)^2} + \sqrt{(a-3)^2+(b+5)^2}\right]^2 &\le 2\left[(a-1)^2+(b+3)^2+(a-3)^2+(b+5)^2\right] \\ &\le 4(a^2-4a+b^2+8b+22).\end{aligned}$$

Ta đổi biến $a-3 = u, b+3 = v$. Từ đó điều kiện là $u^2+v^2 = 2$ và ta cần tìm giá trị lớn nhất của

$$u^2+v^2+2(u+v)+4 \le 2+2\sqrt{2(u^2+v^2)}+4 = 10.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $u = v = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$. Vậy $P = a+b = 2$.

Chọn đáp án (D)

Câu 6. Ta có $AC = 1 < R_1 - R_3 \Rightarrow (S_3)$ nằm trong (S_1). Vậy không có mặt phẳng nào tiếp xúc với cả ba mặt cầu.
Chọn đáp án (C)

Câu 7. Ta có $y' = x^2 + m + \frac{2}{x}$.
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \ge -x^2 - \frac{2}{x}, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{x>0}\left\{-x^2 - \frac{2}{x}\right\}$.
Mặt khác, với $x > 0$, theo bất đẳng thức Cauchy ta có $x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \ge 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$.
Suy ra $\max\limits_{x>0}\left\{-x^2 - \frac{2}{x}\right\} = -3$. Suy ra $m \ge -3$.
Chọn đáp án (B)

Câu 8. Nhận thấy đồ thị là của một hàm trùng phương, có hệ số $a < 0$, có ba điểm cực trị và $f(0) < 0$. Do đó, đây là đồ thị của hàm $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 2$.
Chọn đáp án (C)

Câu 9. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2} = 2$. Vậy đồ thị hàm số này có tiệm cận ngang.
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-3x^2+1) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-3x^2+1) = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^4-2x^2+2)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^4-2x^2+2)=+\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (A)

Câu 10. Ta có $f'(x)=x^2-6x+5$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \text{ (nhận)} \\ x=5 \text{ (loại).} \end{array}\right.$

Có $f(0)=-\dfrac{2}{3}, f(1)=\dfrac{5}{3}, f(3)=-\dfrac{11}{3}$.

Vậy $\min\limits_{x\in[0;3]} f(x)=-\dfrac{11}{3}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 11. Ta nhận thấy hàm số nhận giá trị -7 tại đúng một điểm trong mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ nhưng không nhận giá trị -7 trong $(-1;1)$. Do đó, phương trình $f(x)+7=0$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án (A)

Câu 12. Công thức tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ là $S=\displaystyle\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (A)

Câu 13. Mặt phẳng cần tìm vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{CB}=(1;-4;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng đi qua A, nhận $(1;-4;2)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là $x-4y+2z+4=0$.

Chọn đáp án (A)

Câu 14. Xét hàm số $g(x)=-x^4+4x^3-4x^2+1-m$.

Ta có $g'(x)=-4x^3+12x^2-8x$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=0. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1-m$	$\searrow$	$-m$	$\nearrow$	$1-m$	$\searrow$	$-\infty$

Nhận thấy nếu $1-m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 1$ thì $f(x) = |g(x)| = -g(x)$ thì hàm số sẽ có 3 điểm cực trị.

Nếu $-m \ge 0 \Leftrightarrow m \le 0$ thì $f(x) = |g(x)|$ sẽ có 5 điểm cực trị.

Nếu $0 < m < 1$ thì $1-m > 0$ và $-m < 0$ nên $f(x) = |g(x)|$ sẽ có 7 điểm cực trị.

Do đó, $a+b = 0+1 = 1$.

Chọn đáp án D

Câu 15. Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}Bh \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B}.$$

Chọn đáp án B

Câu 16. Toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1;1;2)$. Suy ra toạ độ tâm I' của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz là $I'(1;-1;2)$. Do bán kính mặt cầu đối xứng không thay đổi nên phương trình mặt cầu là

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

Chọn đáp án B

Câu 17. Ta có

$$I = \int_0^1 \frac{x}{x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{x+1-1}{x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{d}x - \int_0^1 \frac{1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$
$$= x\Big|_0^1 - \ln(x+1)\Big|_0^1 = 1 - \ln 2.$$

Chọn đáp án C

Câu 18. Đặt $I = \int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = \int_0^1 (x+1)e^x f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{e^2-1}{4}$.

Xét

$$\int_0^1 e^x f(x)\,\mathrm{d}x = xe^x f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 x\,\mathrm{d}\left(e^x f(x)\right) = -\int_0^1 \left(xe^x f(x) + xe^x f'(x)\right)\mathrm{d}x.$$

Suy ra

$$\int_0^1 xe^x f'(x)\,\mathrm{d}x = -\int_0^1 xe^x f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^1 e^x f(x)\,\mathrm{d}x = -I = \frac{1-e^2}{4}.$$

Khi đó

$$\int_0^1 f'(x)\left(f'(x)+xe^x\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(\left[f'(x)\right]^2 + xe^x f'(x)\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x + \int_0^1 xe^x f'(x)\,\mathrm{d}x = 0.$$

Do $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, xe^x liên tục trên $[0;1] \subset \mathbb{R}$, $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x \neq 0$, suy ra $f'(x) \neq 0$ với mọi $x \in [0;1]$ nên

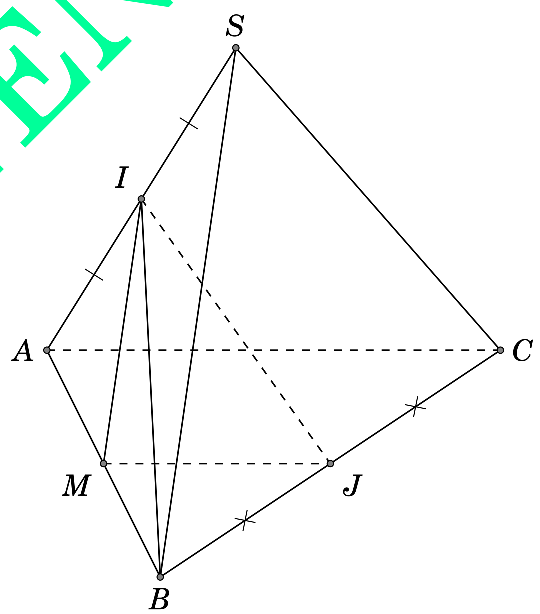
$$f'(x) = -xe^x \Rightarrow f(x) = -\int xe^x = -\int x\,\mathrm{d}e^x = -xe^x + \int e^x\,\mathrm{d}x = -xe^x + e^x + C.$$

Từ $f(1) = 0$ suy ra $C = 0$. Vậy $f(x) = -xe^x + e^x$. Do đó

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_0^1 \left(-xe^x + e^x\right)\mathrm{d}x = -\int_0^1 xe^x\,\mathrm{d}x + \int_0^1 e^x\,\mathrm{d}x = -\int_0^1 x\,\mathrm{d}e^x + \int_0^1 e^x\,\mathrm{d}x \\ &= -xe^x\Big|_0^1 + 2\int_0^1 e^x\,\mathrm{d}x = -e + 2e^x\Big|_0^1 \\ &= -e + 2(e-1) = e-2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D

Câu 19.



Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó IM là đường trung bình của tam giác SAB nên $IM \parallel SB$ và $IM = \frac{SB}{2} = \frac{a}{2}$. Tương tự $MJ = \frac{a}{2}$.

Mặt khác, dễ dàng chứng minh tam giác IBJ vuông tại J nên

$$IJ = \sqrt{IB^2 - IB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác IMJ có $MI = MJ = \frac{a}{2}, IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên là tam giác vuông cân tại M. Suy ra

$$(IJ, SB) = (IJ, IM) = \widehat{MIJ} = 45^\circ \text{ (do } IM \parallel SB).$$

Chọn đáp án A

Câu 20. Đặt $t = 3^{x^2} > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 4t + 6 = m. \qquad (1)$$

Nhận xét, phương trình đã cho muốn có đúng hai nghiệm thì phương trình (1) chỉ có một nghiệm $t > 1$ (vì nếu cả hai nghiệm t đều lớn hơn 1, thì từ $t = 3^{x^2}$ ta phải có bốn nghiệm x). Đặt $f(t) = t^2 - 4t + 6$ với $t > 1$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Ta có bảng biến thiên

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bằng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = m$ chỉ có một nghiệm $t > 1$ khi $m > 3$ hoặc $m = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 21. Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ $(a,b,c \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Do $M \in (\alpha)$ nên

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1.$$

Tuy nhiên, để thoả yêu cầu bài toán thì chỉ có thể xảy ra bốn trường hợp sau $a = b = c$ hay $a = b = -c$ hay $a = -b = c$ hay $a = -b = -c$ với $a \neq 0$. Với cả bốn trường hợp ta đều tìm được giá trị a thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

Câu 22. Đường thẳng BC qua $B(1;1;2)$ có VTCP $\vec{a}=(-2;1;-4)$ có phương trình là $\begin{cases}1-2t\\1+t\\2-4t\end{cases}$.

$I\in BC$ nên $I(x=1-2t;y=1+t;z=2-4t)$.

Ta có

$$\begin{aligned}&IB=2IC\\ \Leftrightarrow\ &IB^2=4IC^2\\ \Leftrightarrow\ &(2t)^2+t^2+(4t)^2=4[(2t-2)^2+(1-t)^2)+(4t-4)^2]\\ \Leftrightarrow\ &3t^2-8t+4=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=\dfrac{2}{3}\end{array}\right..\end{aligned}$$

Với $t=2$ thì $I(-3;3;-6)$.
Với $t=\dfrac{2}{3}$ thì $I(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3})$ (loại vì tọa độ điểm I là số nguyên).
Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{IA}=(4;-2;5)$.
$[\vec{n}_{(P)},\overrightarrow{IA}]=(-6;3;6)$ là một VTPT của (α).
Vậy mặt phẳng (α) qua A có phương trình là $2x-y-2z-3=0$.
Chọn đáp án C

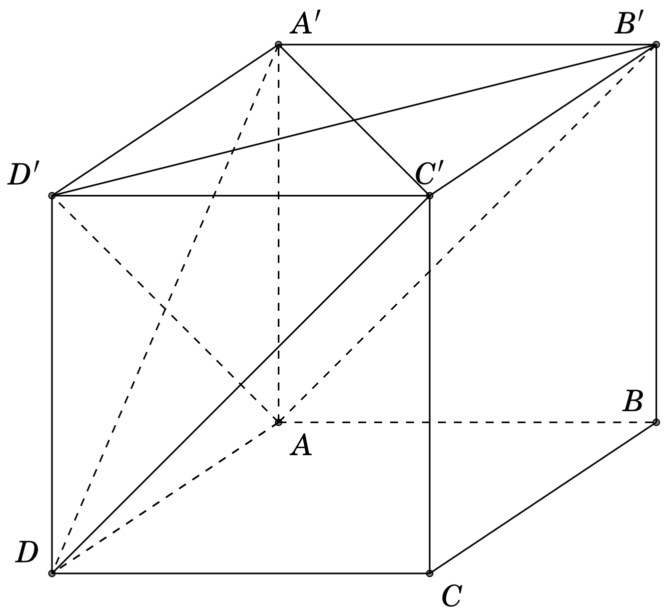
Câu 23. ĐKXĐ: $\begin{cases}x+2>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$.

$$\begin{aligned}&2\log(x+2)+\log4=\log x+4\log3\\ \Leftrightarrow\ &\log(x+2)^2.4=\log3^4.x\\ \Leftrightarrow\ &4(x+2)^2=81x\\ \Leftrightarrow\ &x^2-65x+16=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x=16\\ x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right..\end{aligned}$$

Vậy $x_1=\dfrac{1}{4},x_2=16,P=\dfrac{1}{64}$.
Chọn đáp án A

Câu 24. Dựa vào BBT ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
Chọn đáp án B

Câu 25.



Gắn hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$. Khi đó $A(0,0,0), B(0;2;0), C(3;2;0), D(3;0;0), A'(0;0;4), B'(0;2;4), C'(3;2;4), D'(3;0;4)$.

$\overrightarrow{AB'} = (0;2;4), \overrightarrow{AD'} = (3;0;4), \overrightarrow{A'C'} = (3;2;0), \overrightarrow{A'D} = (3;0;-4)$.

Gọi $\vec{n}_1$ là véc-tơ pháp tuyến của $(AB'D')$. Ta có $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (8;12;-6)$.

Gọi $\vec{n}_2$ là véc-tơ pháp tuyến của $(A'C'D)$. Ta có $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'D}] = (-8;12;-6)$.

α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$, ta có

$\cos\alpha = \left|\dfrac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}\right| = \dfrac{29}{61}$.

Vậy giá trị gần đúng của góc α là $61{,}6°$.

Chọn đáp án D

Câu 26. Tiếp tuyến qua $A(m;-4)$ có dạng $y = k(x-m)-4$.

Điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases} k(x-m)-4 = x^3-12x+12 \\ y' = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k(x-m)-4 = x^3-12x+12 \\ k = 3x^2-12 \end{cases}$

Suy ra:

$$\begin{aligned} & (3x^2-12)(x-m)-4 = x^3-12x+12 \\ \Leftrightarrow\ & 2x^3-3mx^2+12m-16 = 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow\ & (x-2)[2x^2+(4-3m)x+8-6m] = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ 2x^2+(4-3m)x+8-6m = 0. \quad (2) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C) tại 3 tiếp điểm nghĩa là phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 8+2(4-3m)+8-6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2+8m-16 > 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > \dfrac{4}{3} \end{array}\right. \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Kết hợp với m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$ nên m nguyên thuộc khoảng $(2;5)$.

Vậy $S = \{3;4\}$. Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng 7.

Chọn đáp án A

Câu 27.

Hình chiếu của S trên $(ABCD)$ là A.

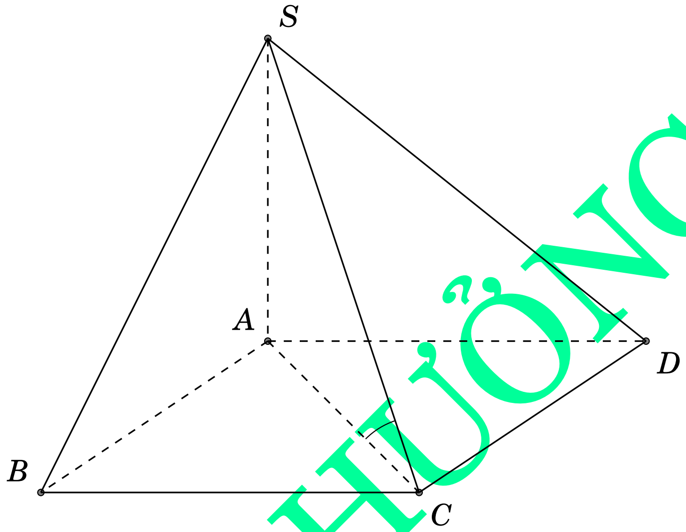
Hình chiếu của C trên $(ABCD)$ là C.

Suy ra AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$.

$\widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$.

$AC = a\sqrt{2}$, $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\widehat{SCA} = 30°$.



Chọn đáp án A

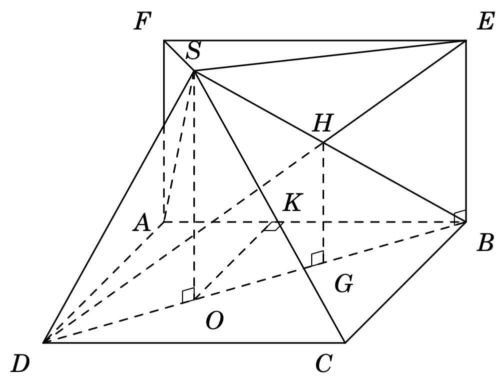
Câu 28. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là $-\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

Chọn đáp án D

Câu 29.

$V_{ABCDSEF} = V_{SABCD} + V_{SABEF}$.

Ta dựng thêm hình như hình vẽ.



$V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}SO \cdot a^2$.

Do $SO \parallel (ABEF) \Rightarrow d(S,(ABEF)) = d(O,(ABEF))$.

$V_{SABEF} = \dfrac{1}{3}d(S,(ABCD)) \cdot S_{ABEF} = \dfrac{1}{3}OK \cdot a^2$.

Tính SO

$HG = \dfrac{3}{4}EB = \dfrac{3}{4}a$.

$SO = 2HG = \dfrac{3}{2}a$.

Tính OK

$BG = DB - DG = a\sqrt{2} - \dfrac{3}{4}a\sqrt{2} = \dfrac{1}{4}a\sqrt{2}$.

$OB = 2BG = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$OK = \dfrac{OB}{BD} \cdot AD = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{ABCDSEF} = \dfrac{1}{3}\dfrac{3a}{2} \cdot a^2 + \dfrac{1}{3}\dfrac{a}{2} \cdot a^2 = \dfrac{2}{3}a^3$.

Chọn đáp án B

Câu 30. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 31. Ta có $(f(1-x))' = (1-x)' \cdot f'(1-x) = -f'(1-x)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow (f(1-x))' < 0 \Leftrightarrow -f'(1-x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-x) > 0$.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$, suy ra $f'(1-x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x < -3 \\ -1 < 1-x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 0 < x < 2 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0;2)$ và $(4;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 32. Ta có $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 4u_1 \end{cases}$.

Suy ra

$$\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 = 4u_1^2 - 4u_1 + 4 = (2u_1 - 1)^2 + 3 \geq 3$$
$$\Rightarrow \log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right) \geq \log_3 3 \geq 1$$
$$\Rightarrow \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} \leq 8. \quad (1)$$

Mặt khác

$$2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = 2^{2u_1+1} + 2^{3-2u_1} \geq 2\sqrt{2^{2u_1+1} \cdot 2^{3-2u_1}} = 8. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \dfrac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2u_1+1} = 2^{3-2u_1} \\ (2u_1 - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = \dfrac{1}{2}$.

Do đó $S_n = u_1 \cdot \dfrac{2^n - 1}{2-1} = \dfrac{2^n - 1}{2}$.

$S_n > 5^{100} \Leftrightarrow \dfrac{2^n - 1}{2} > 5^{100} \Leftrightarrow n > \log_2\left(2 \cdot 5^{100} + 1\right) \simeq 233{,}2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n thỏa mãn bài toán là $n = 234$.

Chọn đáp án C

Câu 33.

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên khối trụ nội tiếp hình lăng trụ đó có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

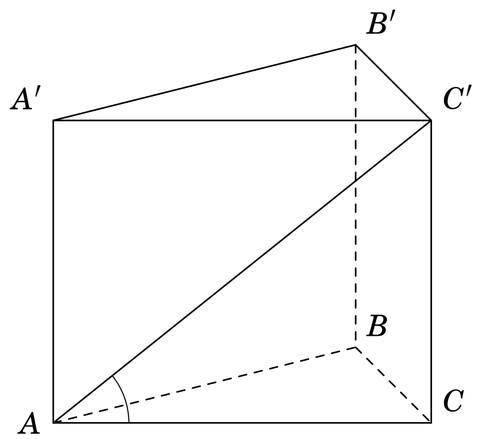
Do ABC là tam giác đều có cạnh $AB = a$ nên bán kính đường tròn nội tiếp của nó có độ dài là

$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4 \cdot \frac{3a}{2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ (hệ thức lượng trong tam giác).

Ta có $(AC', (ABC)) = \widehat{C'AC} = 30^\circ$ nên suy ra

$CC' = AC \tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V = \pi r^2 h = \dfrac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}$.



Chọn đáp án D

Câu 34. Số tập con gồm 2 phần tử của M không chứa 1 là số cách lấy 2 phần tử khác 1 từ 10 phần tử của M. Vậy số tập hợp con là C_9^2.
Chọn đáp án D

Câu 35. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có

$$
\begin{aligned}
& \sqrt[3]{3m + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}} = 2^x \\
\Leftrightarrow\ & 3m + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} = \left(2^x\right)^3 \\
\Leftrightarrow\ & 3m + 27 \cdot 2^x + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} = \left(2^x\right)^3 + 27 \cdot 2^x \\
\Leftrightarrow\ & \left(\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}\right)^3 + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} = \left(2^x\right)^3 + 27 \cdot 2^x. \qquad (*)
\end{aligned}
$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 27 \cdot t$, $(t \in \mathbb{R})$.
Ta có $f'(t) = 3t^2 + 27 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
$(*) \Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}\right) = f\left(2^x\right) \Leftrightarrow \sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} = 2^x \Leftrightarrow 3m + 27 \cdot 2^x = 2^{3x} \Leftrightarrow 2^{3x} - 27 \cdot 2^x = 3m$.
Đặt $y = 2^x$ và xét hàm $g(y) = y^3 - 27y$ với $y > 0$.
Ta có $g'(y) = 3y^2 - 27$. Suy ra $g'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \pm 3$.
Bảng biến thiên:

y	$-\infty$	0		3		$+\infty$
$g'(y)$			$-$	0	$+$	
$g(y)$			$\searrow$	-54	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, suy ra để phương trình có nghiệm thực thì $3m \geq -54 \Leftrightarrow m \geq -18$.
Vậy có vô số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm thực.
Chọn đáp án C

Câu 36. Ta có $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l \Rightarrow 2\pi = \pi \cdot \dfrac{1}{2} \cdot l \Rightarrow l = 4$ cm.
Chọn đáp án C

Câu 37. Ta có $z = i - 2 = -2 + 1 \cdot i$ nên z được biểu diễn bởi điểm $M(-2,1)$ trên mặt phẳng phức.
Chọn đáp án A

Câu 38.

- Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp chứa 11 quả cầu nên ta có không gian mẫu: $|\Omega| = C_{11}^2 = 55$.

- Gọi A là biến cố " 2 quả cầu chọn ra khác màu ".
  - Chọn 1 quả cầu màu xanh có C_5^1 cách.
  - Chọn 1 quả cầu màu đỏ có C_6^1 cách.

  Suy ra số cách chọn của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30$ cách.
- Xác suất để chọn 2 quả cầu khác màu $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{30}{55} = \dfrac{6}{11}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 39. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2+4x-5}{-x+12} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2\cdot\left(2+\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}\right)}{x\cdot\left(-1+\dfrac{12}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to-\infty} x\cdot\dfrac{2+\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}}{-1+\dfrac{12}{x}}$.

Vì:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2+\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}}{-1+\dfrac{12}{x}} = -2$.

nên $\lim\limits_{x\to-\infty} x\cdot\dfrac{2+\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}}{-1+\dfrac{12}{x}} = +\infty$ hay $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2+4x-5}{-x+12} = +\infty$.

Chọn đáp án (C)

Câu 40. $5^{1-2x} > \dfrac{1}{125} \Leftrightarrow 5^{1-2x} > 5^{-3} \Leftrightarrow 1-2x > -3 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy $S = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 41. Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = f(x) = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn $y = g(x) = \sqrt{2-x^2}$ $(-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2})$ là

$2x^2 - 1 = \sqrt{2-x^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \ge 1 \\ 2-x^2 = 4x^4 - 4x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \ge \dfrac{1}{2} \\ 4x^4 - 3x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \vee x \ge \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = -\dfrac{1}{4} \text{ (vô lý)} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \vee x \ge \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ x = 1 \vee x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right..$$

$$S = \int_{-1}^{1} |f(x) - g(x)|\,dx = \int_{-1}^{1} |2x^2 - 1 - \sqrt{2-x^2}|\,dx = \int_{-1}^{1} (\sqrt{2-x^2} - 2x^2 + 1)\,dx$$

$= \int\limits_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2}\,dx - 2\int_{-1}^{1} x^2\,dx + \int_{-1}^{1} 1\,dx = A - 2B + C$

Trong đó:

- $A = \int\limits_{-1}^{1} \sqrt{2-x^2}\,dx$

  Đặt $x = \sqrt{2}\sin t \Rightarrow dx = \sqrt{2}\cos t\,dt$ với $t \in [-\pi;\pi]$

  Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$; $x = -1 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}$.

  Khi đó $A = \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2-2cos^2 t}\cdot\sqrt{2}\cos t\,dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2|\cos t|\cdot\cos t dt$

  $= \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t\,dt = \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2\cdot\left(\frac{\cos 2t + 1}{2}\right)dt$

  $= \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2t\,dt + \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 1\,dt = \frac{1}{2}\cdot\sin 2t\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} + t\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{\pi}{2} = 1 + \frac{\pi}{2}$

- $B = \int_{-1}^{1} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} = \frac{2}{3}$

- $C = \int\limits_{-1}^{1} 1\,dx = 2$

Suy ra $S = A - 2B + C = 1 + \frac{\pi}{2} - 2\cdot\frac{2}{3} + 2 = \frac{3\pi + 10}{6}$.

Chọn đáp án C

Câu 42. $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2+b^2}$ và $|z| = \sqrt{a^2+b^2} > 1$.

Khi đó $z + 1 + 2i - (1+i)|z| = 0$

$\Rightarrow a + bi + 1 + 2i - (1+i)\sqrt{a^2+b^2} = 0$

$\Leftrightarrow a - \sqrt{a^2+b^2} + 1 + i\cdot(b - \sqrt{a^2+b^2} + 2) = 0 + 0i$

$\Rightarrow \begin{cases} a - \sqrt{a^2+b^2} + 1 = 0 \\ b - \sqrt{a^2+b^2} + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+b^2} = a + 1 \\ \sqrt{a^2+b^2} = b + 2 \end{cases} \Rightarrow a + 1 = b + 2 \Rightarrow b = a - 1.$

Thay $b = a - 1$ vào phương trình $a - \sqrt{a^2+b^2} + 1 = 0$ ta được

$a - \sqrt{a^2 + (a-1)^2} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2a^2 - 2a + 1} = a + 1$

$\begin{cases} a + 1 \ge 0 \\ 2a^2 - 2a + 1 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -1 \\ a^2 - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 4 \end{array}\right.$.

Với $a = 0 \Rightarrow b = 0 - 1 = -1$. Khi đó $\sqrt{a^2+b^2} = 1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Với $a=4 \Rightarrow b=4-1=3$. Khi đó $\sqrt{a^2+b^2}=5>1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $P=a+b=4+3=7$.

Chọn đáp án D

Câu 43.

Chọn đáp án A

Câu 44. Ta có $\mathrm{C}_n^{n-1}+\mathrm{C}_n^{n-2}=78 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(1!)(n-1)!}+\dfrac{n!}{2!(n-2)!}=78 \Rightarrow n=12$.

Số hạng tổng quát $\mathrm{C}_{12}^k(x^3)^{12-k}\left(-\dfrac{2}{x}\right)^k=\mathrm{C}_{12}^k\cdot(-2)^k\cdot x^{36-4k}$.

Theo giả thiết $x^{36-4k}=x^0 \Leftrightarrow k=9$.

Vậy hệ số cần tìm là $\mathrm{C}_{12}^9(-2)^9=-112640$.

Chọn đáp án A

Câu 45. Ta có$z^2+4z+7=0 \Leftrightarrow z=-2+i\sqrt{3} \vee z=-2-i\sqrt{3}$ nên $|z_1|^2+|z_2|^2=14$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Do chiếu xuống (Oxy) nên $z=0$ và x,y giữ nguyên.

Chọn đáp án C

Câu 47. Áp dụng công thức logarit của một thường và logarit của một lũy thừa suy ra đáp án sai là $\log\sqrt{a}=2\log a$.

Chọn đáp án A

Câu 48. Ta có $f(x)=\ln|2x-1|+C=\begin{cases}\ln(2x-1)+C_1 & \text{khi } x\geq\dfrac{1}{2}\\ \ln(1-2x)+C_2 & \text{khi } x<\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

Do $f(0)=1$ và $f(1)=2$ nên ta có $C_1=2$ và $C_2=1$.

Vậy $f(-1)+f(3)=3+\ln 3+\ln 5=3+\ln 15$.

Chọn đáp án C

Câu 49. Xét hàm số $f(x)=3x^2-6x+2m-1$. $f'(x)=6x-6=0$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng biến thiên

x	-2		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$2m+23$	$\searrow$	$2m-4$	$\nearrow$	$2m+8$

Suy ra $2m-4 \le f(x) \le 2m+23 \Rightarrow \max\limits_{[-2;3]}|f(x)| = \max\{|2m-4|;|2m+23|\}$.

- TH1: Nếu $|2m-4| \ge |2m+23| \Leftrightarrow m \le -\dfrac{19}{4}$ thì $\max\limits_{[-2;3]}|f(x)| = |2m-4|$
  Do $m \le -\dfrac{19}{4} \Rightarrow 2m \le \dfrac{-19}{2} \Leftrightarrow 2m-4 \le -\dfrac{19}{2}-4 = -\dfrac{27}{2} \Leftrightarrow |2m-4| \ge \dfrac{27}{2}$.

- TH2: Nếu $|2m-4| \le |2m+23| \Leftrightarrow m \ge -\dfrac{19}{4} \Rightarrow \max\limits_{[-2;3]}|f(x)| = |2m+23|$. Do $m \ge -\dfrac{19}{4} \Rightarrow 2m+23 \ge \dfrac{27}{2} \Leftrightarrow |2m+23| \ge \dfrac{27}{2}$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;3]} = \dfrac{27}{2} \Leftrightarrow m = -\dfrac{19}{4}$

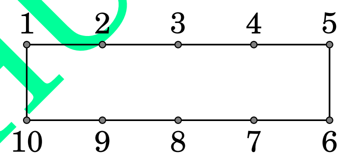
Chọn đáp án D

Câu 50.

Ta đánh số các ghế như hình vẽ bên.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Có hai phương án xếp thỏa yêu cầu bài toán.



- Phương án 1: Ghế lẻ xếp học sinh lớp A, ghế chẵn xếp học sinh lớp B khi đó 2 học sinh ngồi cạnh hoặc đối diện nhau khác lớp có $5!5!$ cách.

- Phương án 2: Đảo lại ghế lẻ xếp học sinh lớp B, ghế chẵn xếp học sinh lớp A khi đó cũng có $5!5!$ cách.

Suy ra số tổng số các phương án thỏa mãn là $2(5!5!)$ cách.

Vậy xác suất là $P = \dfrac{2(5!5!)}{10!} = \dfrac{2(5!)^2}{10!}$.

Chọn đáp án A