GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 020

(*Đề thi có 7 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử cụm 5 trường THPT Chuyên khu vực ĐB sông Hồng 2018)

Mã đề thi 020

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$		||	$+\infty \searrow$	2	$\nearrow +\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

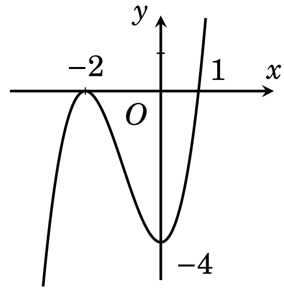
Câu 2. Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$?

A. $y' = \dfrac{1}{2(x-1)}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **C.** $y' = \dfrac{\ln 2}{x-1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2(x-1)\ln 2}$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.



Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng (P): $2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng (d) qua điểm A, song song với mặt phẳng (P), đồng thời cắt trục Oz. Viết phương trình tham số của đường thẳng (d).

A. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 5. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;-2)$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2 - 2i$. **B.** $z = -2 + 2i$. **C.** $z = 2 + 2i$. **D.** $z = 2 - 2i$.

Câu 7. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

A. $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\frac{2}{(x+1)^3}+C$.
B. $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\frac{-1}{x+1}+C$.
C. $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{x+1}+C$.
D. $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\frac{-2}{(x+1)^3}+C$.

Câu 8. Gọi x_1 là điểm cực đại x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+2$. Tính x_1+2x_2.

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là một tứ giác.
C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u}=(x;2;1)$ và véc-tơ $\vec{v}=(1;-1;2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $x+2$. **B.** $3x-2$. **C.** $3x+2$. **D.** $-2-x$.

Câu 11. Tính giới hạn $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 12. Cho ba số a,b,c theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s\neq 0$. Tính $\dfrac{a}{s}$.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 13. Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$.

A. $x=-2$ và $y=3$.
B. $x=-2$ và $y=-3$.
C. $x=2$ và $y=3$.
D. $x=-2$ và $y=3$, $y=-3$.

Câu 14. Tìm hệ số x^7 khi khai triển $P(x)=(1+x)^{20}$.

A. A_{20}^{7}. **B.** P_7. **C.** C_{20}^{7}. **D.** A_{20}^{13}.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Giả sử hàm số $u=u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$ và $u(x)\in[\alpha;\beta]$, $\forall x\in[a;b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha;\beta]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\displaystyle\int_a^b f(u(x))\cdot u'(x)\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(u)\,\mathrm{d}u$.
B. $\displaystyle\int_{u(a)}^{u(b)} f(u(x))\cdot u'(x)\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(u)\,\mathrm{d}u$.
C. $\displaystyle\int_a^b f(u(x))\cdot u'(x)\,\mathrm{d}x=\int_{u(a)}^{u(b)} f(u)\,\mathrm{d}u$.
D. $\displaystyle\int_a^b f(u(x))\cdot u'(x)\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}u$.

Câu 16. Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$.

A. $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \dfrac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;1)$. Véc-tơ nào sau đây cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $(4;-2;2)$. **B.** $(-4;2;3)$. **C.** $(4;2;-2)$. **D.** $(-2;1;1)$.

Câu 18. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $\mathrm{C}_n^2 + \mathrm{A}_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. n chia hết cho 7. **B.** n chia hết cho 5. **C.** n chia hết cho 2. **D.** n chia hết cho 3.

Câu 19. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{\pi}{4}$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = 1$.

Câu 20. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng (Q): $x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 22. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 23. Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\dfrac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{76}{21}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{4}{21}$. **D.** $\dfrac{76}{3}$.

Câu 24. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

A. Loại $\{3;4\}$. **B.** Loại $\{5;3\}$. **C.** Loại $\{4;3\}$. **D.** Loại $\{3;5\}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 26. Cho $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $x \cdot f'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $\alpha \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ và $\tan\alpha = 3$. Tính $F(\alpha) - 10\alpha^2 + 3\alpha$.

A. $-\dfrac{1}{2}\ln 10$. **B.** $-\dfrac{1}{4}\ln 10$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln 10$. **D.** $\ln 10$.

Câu 27. Cho $I_n = \int\limits_0^1 \frac{e^{-nx}\,dx}{1+e^{-x}}$, $n \in \mathbb{N}$. Đặt $u_n = 1(I_1+I_2)+2(I_2+I_3)+\cdots+n(I_n+I_{n+1})-n$. Biết $\lim u_n = L$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $L \in (-1;0)$. **B.** $L \in (-2;-1)$. **C.** $L \in (0;1)$. **D.** $L \in (1;2)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$; $d_2\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho d_1, d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Câu 29. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ. Trên đường Δ lấy hai điểm A, B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30. Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho

$$S = 2 + \left(C_1^0 + C_2^0 + \cdots + C_n^0\right) + \left(C_1^1 + C_2^1 + \cdots + C_n^1\right) + \cdots + \left(C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}\right) + C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31. Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $f(x)\cdot f(a-x) = 1$, $\forall x \in [0;a]$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^a \frac{1}{1+f(x)}\,dx$.

A. $I = \frac{2a}{3}$. **B.** $I = \frac{a}{2}$. **C.** $I = a$. **D.** $I = \frac{a}{3}$.

Câu 32. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

A. $m = 2\sqrt{2}+2$. **B.** $m = \sqrt{2}+1$. **C.** $m = 2\sqrt{2}$. **D.** $m = 2$.

Câu 33. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left|\sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}\right|$.

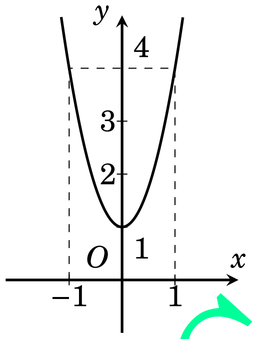
A. $\sqrt{2}-1$. **B.** $2\sqrt{2}+1$. **C.** $\sqrt{2}+1$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là A, B. Tìm số giá trị của m sao cho ba điểm A, B, $C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 35.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính $H = f(4) - f(2)$.



A. $H = 58$. **B.** $H = 51$. **C.** $H = 45$. **D.** $H = 64$.

Câu 36. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

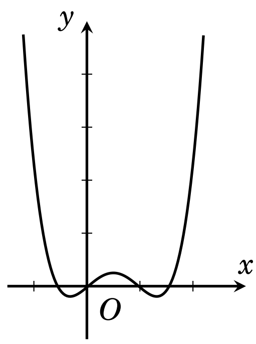
A. 2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 37. Trước kì thi học kì hai lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kì của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 38.

Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho như hình vẽ bên. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox.



A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2$, $|z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2. Biết $\widehat{MON} = 30°$. Tính $S = \left|z_1^2 + 4z_2^2\right|$.

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 40. Từ các chữ số $\{0;1;2;3;4;5;6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $P = \frac{4}{85}$. **B.** $P = \frac{4}{135}$. **C.** $P = \frac{3}{20}$. **D.** $P = \frac{5}{158}$.

Câu 41. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

A. 4 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng. **C.** 1 mặt phẳng. **D.** 5 mặt phẳng.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0;1;1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy), cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S.

A. 36π. **B.** $36\sqrt{2}\pi$. **C.** $18\sqrt{2}\pi$. **D.** 18π.

Câu 44. Cho bất phương trình $m\cdot 3^{x+1}+(3m+2)\cdot\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0)$

A. $m>\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m>\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m\ge-\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$, $x=a$, với $a\in\left[\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{7}{10};1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{51}{50};\dfrac{11}{10}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{11}{10};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{51}{50}\right)$.

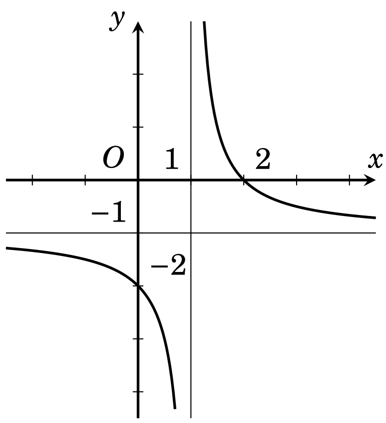
Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\dfrac{1}{7};\dfrac{2}{7};\dfrac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{72}{7}$. Tính $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$.

A. 14. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 47.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$.

A. $T=12$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-9$.



Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$. $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC).

A. $\mathrm{d}=\dfrac{2a\sqrt{1513}}{89}$. **B.** $\mathrm{d}=\dfrac{2a\sqrt{1315}}{89}$. **C.** $\mathrm{d}=\dfrac{a\sqrt{1315}}{89}$. **D.** $\mathrm{d}=\dfrac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{35}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến của với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 0. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 9.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** A	**11** A	**16** C	**21** D	**26** C	**31** B	**36** C	**41** A	**46** D
2 B	**7** B	**12** D	**17** A	**22** A	**27** A	**32** A	**37** A	**42** D	**47** D
3 B	**8** C	**13** D	**18** A	**23** C	**28** C	**33** D	**38** D	**43** B	**48** D
4 B	**9** B	**14** C	**19** C	**24** D	**29** B	**34** A	**39** C	**44** B	**49** B
5 A	**10** B	**15** C	**20** C	**25** D	**30** B	**35** A	**40** B	**45** B	**50** C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.
Chọn đáp án B

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.
Chọn đáp án B

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đường thẳng $y=1$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$. Đường thẳng $y=1$ qua điểm $(0;1)$ song song với Ox nên cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại đúng 1 điểm. Do đó phương trình $f(x)=1$ có đúng 1 nghiệm.
Chọn đáp án B

Câu 4. Gọi $B=d\cap Oz\Rightarrow B(0;0;b)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;-2;b-3)$.
Lại có $d\parallel(P)$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_{(P)}=(2;1;-4)$. Do đó

$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow -2-2-4b+12=0\Leftrightarrow b=2.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;-1)$. Do đó, (d) là đường thẳng qua $B(0;0;2)$ và nhận $\vec{u}=(1;2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Nên (d) có phương trình $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$.
Chọn đáp án B

Câu 5. Điểm $(-1;2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$ vì $y(-1)=-2$.
Chọn đáp án A

Câu 6. $z=z_1+z_2=2+3i-4-5i=-2-2i$.
Chọn đáp án A

Câu 7. $\int \dfrac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}(x+1) = \dfrac{-1}{x+1} + C.$

Chọn đáp án B

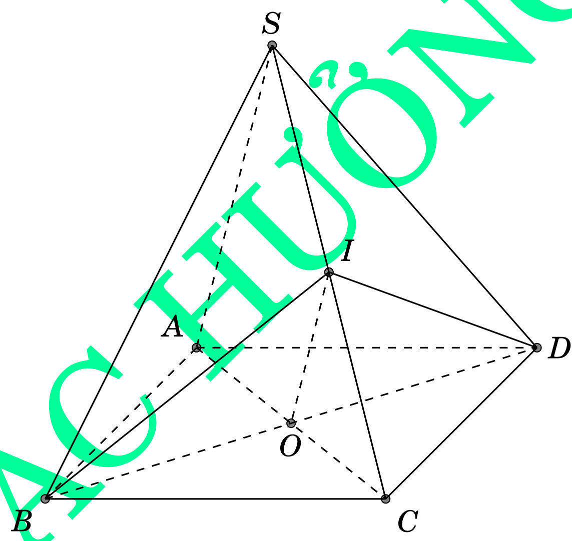
Câu 8. Ta có $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vì y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = -1$ và đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 1$ nên $x_2 = -1$ là điểm cực tiểu và $x_1 = 1$ là điểm cực đại của hàm số. Do đó $x_1 + 2x_2 = 1 - 2 = -1$.

Chọn đáp án C

Câu 9.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD.



Chọn đáp án B

Câu 10. Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = x - 2 + 2x = 3x - 2$.

Chọn đáp án B

Câu 11. Ta có

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3 + \frac{1}{x}} = \frac{-2+1}{3} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án A

Câu 12. Rõ ràng $a \neq 0$. Vì s là công sai cấp số cộng nên a, $a + 3s$, $a + 7s$ lập thành cấp số nhân, do đó

$$a(a+7s) = (a+3s)^2 \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} s = 0 \quad \text{(loại)} \\ a = 9s \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{a}{s} = 9.$$

Chọn đáp án D

Câu 13. Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm 3$ và $\lim\limits_{x \to -2^{\pm}} y = \pm\infty$ nên đồ thị có hai đường tiệm cận ngang $y = \pm 3$ và một đường tiệm cận đứng $x = -2$.

Chọn đáp án D

Câu 14. Số hạng tổng quát của khai triển là $\mathrm{C}_{20}^{k}x^{k}$. Do đó hệ số của x^7 là C_{20}^{7}.

Chọn đáp án C

Câu 15. Ta có $\displaystyle\int_a^b f(u(x))\cdot u'(x)\,\mathrm{d}x = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)\,\mathrm{d}u$.

Chọn đáp án C

Câu 16. Ta có $2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$.

Chọn đáp án C

Câu 17. Véc-tơ $2\vec{n} = (4;-2;2)$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án A

Câu 18. Ta có $\mathrm{C}_n^2 + \mathrm{A}_n^2 = 9n \Leftrightarrow n = 7$.

Chọn đáp án A

Câu 19. Ta có $I = \cos\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0$.

Chọn đáp án C

Câu 20. Ta có phương trình tương đương $\left(z - \dfrac{1}{2}\right)^2 = -\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$.

Do phần ảo của z dương nên $a = \dfrac{1}{2}$ và $b = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó $a + \sqrt{3}b = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 21. Mặt phẳng song song với (Q) có dạng $(P)\colon x + y + z + m = 0$ $(m \neq 3)$ mà

$$\mathrm{d}(M,(P)) = \frac{|3+2+1+m|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 3 & \text{(loại)} \\ m = -15. & \end{array}\right.$$

Với $m = -15$ thì với mọi $X(a;b;c) \in (P)$ ta có $a + b + c - 15 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$. Do đó không có mặt phẳng nào thỏa mãn đề bài.

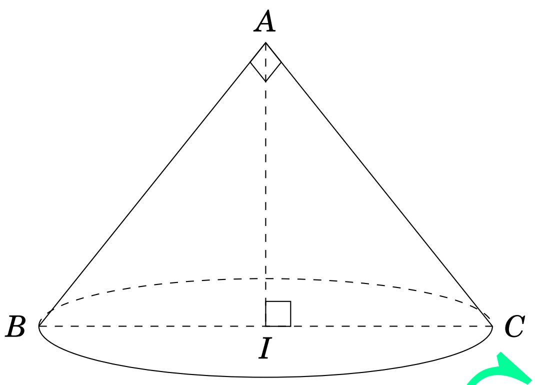
Chọn đáp án D

Câu 22.

Giả sử thiết diện qua là $\triangle ABC$ vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{6}$. Khi đó đường cao AI đồng thời là trung tuyến, do đó $AI = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích đáy hình nón là $S = \pi \cdot IB^2 = \dfrac{3a^2\pi}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot AI \cdot S = \dfrac{\pi \cdot a^3\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án A

Câu 23. Đẳng thức tương đương với

$$-3\left(a^2+4ab\right) = \frac{4}{3}\cdot\left(3a^2-10ab\right) \Leftrightarrow -21a = -4b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{21}.$$

Chọn đáp án C

Câu 24. Hình đa diện đều loại $\{3;5\}$ có 20 mặt, là hình đa diện đều có số mặt nhiều nhất.

Chọn đáp án D

Câu 25. Tâm mặt cầu là trung điểm AB là $I(1;1;1)$, bán kính mặt cầu là R, ta có $R^2 = IA^2 = 1+0+1 = 2$. Do đó phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 26. Theo công thức tích phân từng phần ta có

$$\int x\cdot f'(x)\,\mathrm{d}x = x\cdot f(x) - \int f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Cũng theo công thức tích phân từng phần lại có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int x\cdot(\tan x)'\,\mathrm{d}x = x\cdot\tan x - \int \tan x\,\mathrm{d}x = x\cdot\tan x + \ln|\cos x| + C.$$

Do đó

$$F(x) = \int x\cdot f'(x)\,\mathrm{d}x = x\cdot f(x) - x\cdot\tan x - \ln|\cos x| + C.$$

Mà $F(0) = 0$ nên $F(x) = x\cdot f(x) - x\cdot\tan x - \ln|\cos x|$. Lại có $\tan\alpha = 3$ nên $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 10$. Từ đó $F(\alpha) - 10\alpha^2 + 3\alpha = -\ln\dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{1}{2}\ln 10$.

Chọn đáp án C

Câu 27. Ta có

$$I_n + I_{n-1} = \int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-nx}+\mathrm{e}^{-(n-1)x}}{1+\mathrm{e}^{-x}}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{e}^{-(n-1)x}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{n-1}\mathrm{e}^{-(n-1)x}\Big|_0^1 = -\frac{1}{n-1}\left(\mathrm{e}^{-(n-1)}-1\right).$$

Do đó $(n-1)(I_{n-1}+I_n)=1-\dfrac{1}{e^{n-1}}$. Suy ra

$$u_n=-\left[\left(\frac{1}{e}\right)^n+\left(\frac{1}{e}\right)^{n-1}+\cdots+\frac{1}{e}\right].$$

Nên $-u_n=\dfrac{\left(\frac{1}{e}\right)^{n+1}-1}{\frac{1}{e}-1}-1$ và $\lim u_n=\dfrac{1}{1-e}$. Vậy $L\in(-1;0)$.

Chọn đáp án A

Câu 28. Véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 là $\vec{u}_1=(2;1;3)$, $\vec{u}_2=(1;1;0)$. Khi đó $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 song song với d_2. Tức là, (P) qua $A(1;0;0)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Ta có phương trình (P): $3x-3y-z-3=0$.

Xét điểm $B(1;2;m)\in d_2$. Do d_1, d_2 chéo nhau nên $B\notin(P)\Leftrightarrow m\neq -6$. Lại có

$$\mathrm{d}(d_1,d_2)=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow \mathrm{d}(B,(P))=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\frac{|3-6-m-3|}{\sqrt{19}}=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-11.\end{array}\right.$$

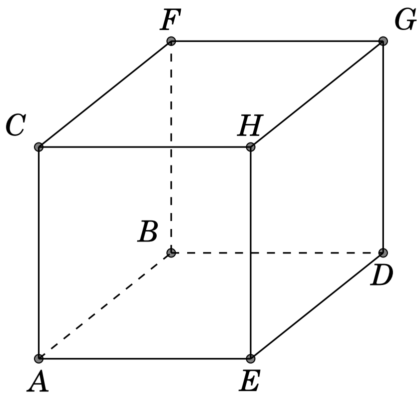
Vậy tổng các phần tử của S là $-1-11=-12$.

Chọn đáp án C

Câu 29.

Dựng hình bình hành $ABDE$, $AEHC$, $ACFB$, $CFGH$ như hình vẽ ta được $ABDE$ và $ACBF$ là hình vuông. Do $(P)\perp(Q)$ nên $ACHE$ là hình vuông. Do đó ta được hình lập phương $ABDE.ACFG$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ chính là bán kinh mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương và bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án B

Câu 30. Ta có $C_k^0+C_k^1+\cdots+C_k^k=(1+1)^k=2^k$. Do đó

$$S=1+\left(1+2+2^2+\cdots+2^n\right)=2^{n+1}.$$

S có 1000 chữ số khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}10^{999}<S<10^{1000}\quad&\Leftrightarrow\quad 999\cdot\log_2 10<n+1<1000\cdot\log_2 10\\ &\Rightarrow\quad 3319\leq n+1\leq 3321\Leftrightarrow 3318\leq n\leq 3320.\end{aligned}$$

Vậy có ba số nguyên dương n thỏa mãn.

Chọn đáp án B

Câu 31. Đặt $t = a - x$ thì

$$I = -\int\limits_a^0 \frac{1}{1+f(a-t)}\,\mathrm{d}t = \int\limits_0^a \frac{1}{1+\frac{1}{f(t)}}\,\mathrm{d}t = \int\limits_0^a \frac{f(t)}{1+f(t)}\,\mathrm{d}t.$$

Từ đó ta có $I + I = \int\limits_0^a \mathrm{d}x = a$. Do đó $I = \dfrac{a}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 32. Ta có $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |1-i|\cdot|z_1| = \sqrt{2}|z_1|$. Do đó P lớn nhất khi và chỉ khi $|z_1|$ lớn nhất.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z_1. Ta có

$$|z_1 + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 4.$$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R = 2$.

z_1 lớn nhất khi OM lớn nhất $\Rightarrow M \in OI \cap (I,R)$.

Đường thẳng OI là $y = -x$. Do đó $OI \cap (I,R) = \{A(\sqrt{2}-1;1-\sqrt{2}); B(-\sqrt{2}-1;\sqrt{2}+1)\}$.

Mà $OA = 2-\sqrt{2}$, $OB = 2+\sqrt{2}$.

Nên $\max OM = OB = 2+\sqrt{2}$ khi $M \equiv B \Leftrightarrow z_1 = -\sqrt{2}-1+(\sqrt{2}+1)i$. Vậy $\max P = m = 2+2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Đặt $t = \sin x + \cos x$, $t \in [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$ và $\sin x \cos x = \dfrac{t^2-1}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} y &= \left|\sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}\right| \\ &= \left|\frac{(\sin x + \cos x)\sin x \cos x + 1 + \sin x + \cos x}{\sin x \cos x}\right| \\ &= \left|t - 1 + \frac{2}{t-1} + 1\right|. \end{aligned}$$

Với $t - 1 > 0$ áp dụng BĐT Cô-si (AM-GM) ta có $y \ge 2\sqrt{2}+1$.

Với $t - 1 < 0$ áp dụng BĐT Cô-si ta có $1 - t + \dfrac{2}{1-t} \ge 2\sqrt{2}$ nên $y \le 1 - 2\sqrt{2}$.

Từ đó $y \ge 2\sqrt{2} - 1$.

Đẳng thức xảy ra khi $t = 1 - 2\sqrt{2}$, hay $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ nên tồn tại x.

Chọn đáp án D

Câu 34. Ta có $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-|m|)^2}$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $d: y = 2x - |m|$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên $2 = 8 - |m| \Leftrightarrow |m| = 6$.

Nhưng khi $|m| = 6$ thì $C(4;2)$ là một trong hai điểm cực trị, do đó không có giá trị nào của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án A

Câu 35. Vì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $d = 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ có đồ thị là Parabol (P). Từ đồ thị suy ra $(0;1) \in (P)$ nên $c = 1$, lại có $(0;1)$ đồng thời là điểm cực trị của (P) nên $b = 0$.

Đồ thị (P) đi qua $(1;4)$ nên ta có $3a + 1 = 4 \Leftrightarrow a = 1$.

Do đó $f(x) = x^3 + x$. Vậy $H = f(4) - f(2) = 68 - 10 = 58$.

Chọn đáp án A

Câu 36. Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ thì $t \in \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$. Khi đó $f(x) = g(t) = -t^2 + 4t + 3$ và $\max f(x) = \max\limits_{[\sqrt{2};+\infty)} g(t)$.

Lại có đồ thị hàm số $g(t)$ là một Parabol bề lõm hướng xuống dưới, có đỉnh là $I(2; g(2))$, $2 \in \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$ nên $\max_{[\sqrt{2};+\infty)} g(t) = g(2)$. Do đó

$$f(x) = M \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Tích hai nghiệm của phương trình là -1.

Chọn đáp án C

Câu 37. Gọi B là biến cố "Học sinh TWO làm đúng 2 trong 3 bài toán thi".

Gọi C là biến cố "Học sinh TWO làm đúng cả 3 bài toán thi".

Gọi A là biến cố " Học sinh TWO không phải thi lại".

Ta có $A = B \cup C$ và B, C là hai biến cố xung khắc.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{2n}^3$.

- Xét biến cố B.
  - Chọn 2 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^2.
  - Chọn 1 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^1.

  Từ đó suy ra $P(B) = \dfrac{\mathrm{C}_n^2 \cdot \mathrm{C}_n^1}{\mathrm{C}_{2n}^3}$.

- Tương tự với biến cố C ta được $P(C) = \dfrac{\mathrm{C}_n^3}{\mathrm{C}_{2n}^3}$.

Vậy $P(A) = P(B) + P(C) = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = \left[f'(x)\right]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox chính là số nghiệm của phương trình $\left[f'(x)\right]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0$. $(*)$

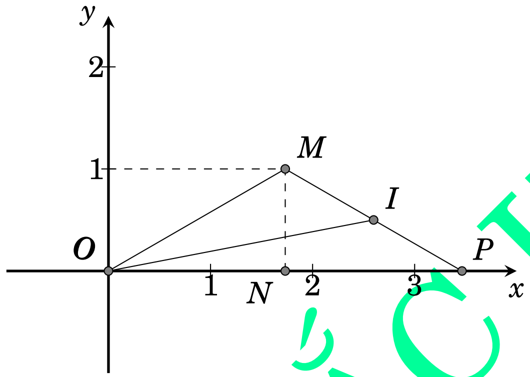
Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 $(x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$. Do đó ta có phân tích $f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)$ $(a > 0)$.

Ta có $f'(x)=\left(\dfrac{1}{x-x_1}+\dfrac{1}{x-x_2}+\dfrac{1}{x-x_3}+\dfrac{1}{x-x_4}\right)\cdot f(x),\ \forall x\neq x_i$ và $f'(x_i)\neq 0,\ \forall i=\overline{1,4}$.
Khi đó $\forall x\neq x_i,\ i=\overline{1,4}$ ta có

$$\left[\frac{f'(x)}{f(x)}\right]'=\frac{f(x)\cdot f''(x)-\left[f'(x)\right]^2}{f^2(x)}=-\frac{1}{(x-x_1)^2}-\frac{1}{(x-x_2)^2}-\frac{1}{(x-x_3)^2}-\frac{1}{(x-x_4)^2}<0.$$

Suy ra $f(x)\cdot f''(x)-\left[f'(x)\right]^2<0,\ \forall x\neq x_i,\ i=\overline{1,4}$. (1)
Mặt khác $\forall x=x_i,\ x_i=\overline{1,4}$ ta có $f(x)=0,\ f'(x)\neq 0$ nên $f(x)\cdot f''(x)-\left[f'(x)\right]^2<0$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra phương trình $(*)$ vô nghiệm.
Chọn đáp án D

Câu 39.



Ta có $S=\left|z_1^2+4z_2^2\right|=\left|z_1^2-(2iz_2)^2\right|=|z_1-2iz_2|\cdot|z_1+2iz_2|$.
Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $2iz_2$. Khi đó ta có

$$|z_1-2iz_2|\cdot|z_1+2iz_2|=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OP}\right|=\left|\overrightarrow{PM}\right|\cdot\left|2\overrightarrow{OI}\right|=2PM\cdot OI.$$

Vì $\widehat{MON}=30^\circ$ nên áp dụng định lí côsin cho $\triangle OMN$ với $OM=2,\ ON=\sqrt{3}$ ta có

$$MN^2=OM^2+ON^2-2OM\cdot ON\cos\widehat{MON}=4+3-4\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ=1\Rightarrow MN=1.$$

Khi đó theo Pitago ta có $\triangle OMN$ vuông tại N. Khi đó $\triangle OMP$ có MN là đường cao đồng thời là trung tuyến, tức là $\triangle OMP$ cân tại $M\Rightarrow PM=OM=2$.
Áp dụng định lý đường trung tuyến cho $\triangle OMN$ ta có $OI^2=\dfrac{OM^2+OP^2}{2}-\dfrac{MP^2}{4}=7$.
Vậy $S=2\cdot PM\cdot OI=4\sqrt{7}$.
Chọn đáp án C

Câu 40.

- Số các số gồm 6 chữ số khác nhau từ tập hợp $\{0,1,2,3,4,5,6\}$:
  Chọn $a_1\neq 0$ có 6 cách, sắp xếp các số còn lại có A_6^5 cách nên có tổng số $6\cdot A_6^5=4320$ số.

- Số các số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$:
  Ta có $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=3(a_1+a_2)$ là số chia hết cho 3.
  Mà $0+1+2+3+4+5+6=21$ là số chia hết cho 3 nên chữ số không xuất hiện trong số được lập phải là số chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Chữ số 0 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1,a_2,\ldots,a_6\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

Khi đó $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$ nên $\{\{a_1,a_2\},\{a_3,a_4\},\{a_5,a_6\}\}=\{\{1,6\},\{2,5\},\{3,4\}\}$.

Có 3! cách xếp các cặp $\{1,6\}$, $\{2,5\}$, $\{3,4\}$ vào các vị trí của các cặp $\{a_1,a_2\}$, $\{a_3,a_4\}$, $\{a_5,a_6\}$, trong mỗi cặp vị trí lại có 2 cách xếp nên có $3!\cdot 2^3=48$ số.

Trường hợp 2: Chữ số 3 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1;a_2;\ldots,a_6\}=\{0;1;2;4;5;6\}$.

Khi đó $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$ nên $\{\{a_1,a_2\},\{a_3,a_4\},\{a_5,a_6\}=\{\{0,6\},\{1,5\},\{2,4\}\}$.

Tương tự như trên nếu coi chữ số 0 như các chữ số khác, ta có 48 cách.

Nhưng cần loại các số có số 0 đứng đầu, có dạng $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$. Lý luận tương tự, có $2\cdot2\cdot2=8$ số như thế.

Suy ra trường hợp này, ta có $48-8=40$ số.

Trường hợp 3: Chữ số 6 không có mặt trong số được lập. Ta có $\{a_1;a_2;\ldots;a_6\}=\{0;1;2;3;4;5\}$.

Tương tự như trường hợp 2, ta có $48-8=40$ số.

Vậy có $48+40+40=128$ số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$.

Xác suất cần tìm là $p=\dfrac{128}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Chọn đáp án B

Câu 41.

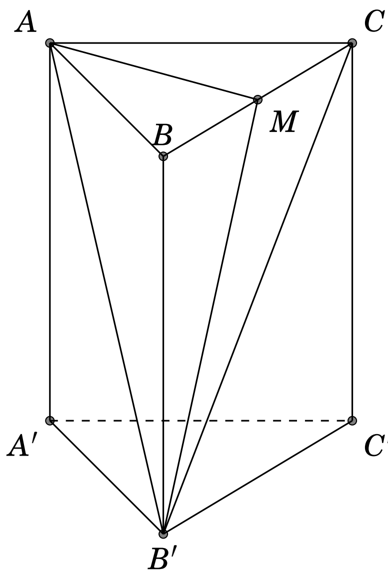
Gọi M là trung điểm BC thì $AM\perp(BCC'B')$ nên $\triangle MB'C$ là hình chiếu của $\triangle AB'C$ trên $(BCC'B')$. Đặt $AA'=x$ ta có

$$S_{MB'C}=\frac{1}{4}\cdot x\cdot BC=\frac{ax\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có $AB'=\sqrt{x^2+3a^2}$, $AC=a\sqrt{3}$. Mà $AC\perp(ABB'A')$ nên $AC\perp AB'$ nên

$$S_{AB'C}=\frac{1}{2}\cdot a\sqrt{3}\cdot\sqrt{x^2+3a^2}.$$

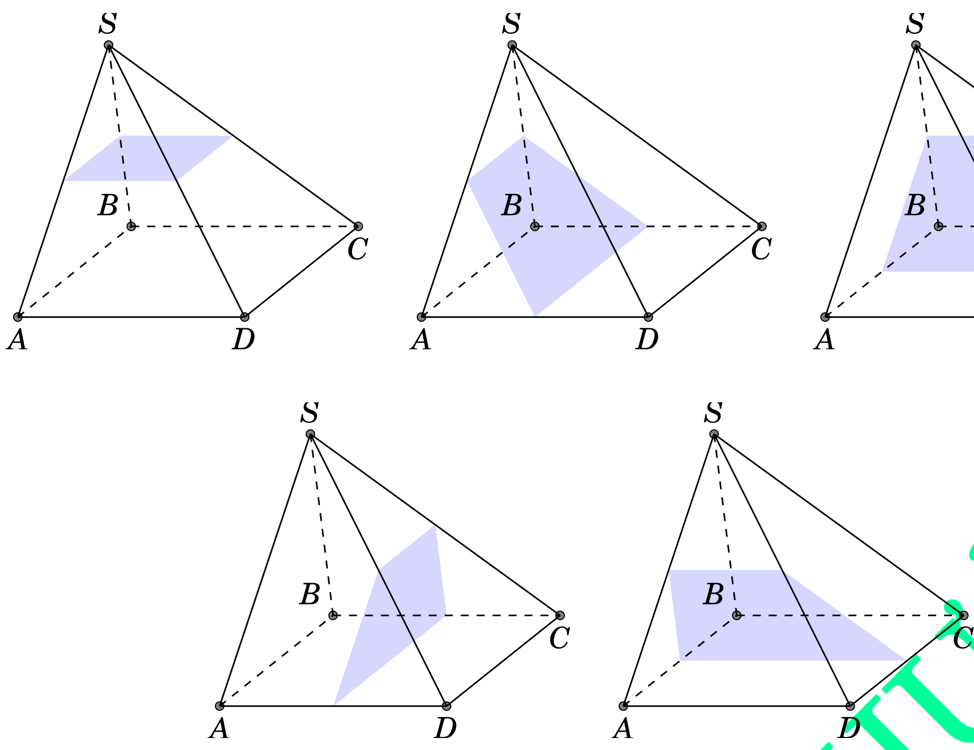
Lại có $\dfrac{1}{2}=\cos 60^\circ=\dfrac{S_{MB'C}}{S_{AB'C}}=\dfrac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2+3a^2}}\Rightarrow x=a\sqrt{3}$.



Từ đó thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích đa diện cần tính bằng $\dfrac{2}{3}V=a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 42.



Chọn đáp án D

Câu 43. Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;1;1)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Gọi $M(a;b;0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy), cách Δ một khoảng bằng 6.

Ta có

$$\mathrm{d}(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{2a^2+b^2}}{\sqrt{2}}=6\Leftrightarrow 2a^2+b^2=36\Leftrightarrow \frac{a^2}{36}+\frac{b^2}{72}=1.$$

Như vậy tập hợp điểm M là Elíp (E) trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{72}=1$, nên có các trục lần lượt bằng 6 và $6\sqrt{2}$ có diện tích bằng $\pi\cdot 6\cdot 6\sqrt{2}=36\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án B

Câu 44. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$m\cdot 3^{x+1}+(3m+2)\cdot\left(\frac{9}{4+\sqrt{7}}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x\right]^2+3m\cdot\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x+3m+2>0.$$

Đặt $t=\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, $t\in(0;1)$. Ta được

$$t^2+3mt+3m+2>0\Leftrightarrow f(t)=\frac{t^2+2}{t+1}>-3m, t\in(0;1). \qquad (2)$$

Ta có $f'(t)=\frac{t^2+2t-2}{(t+1)^2}$ và $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\sqrt{3}-1$. Bảng biến thiên

t	0		$\sqrt{3}-1$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	2	$\searrow$	$-2+2\sqrt{3}$	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$

Để thỏa mãn đề bài thì (2) phải đúng với mọi $t \in (0;1)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3m < -2+2\sqrt{3} \Leftrightarrow m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 45. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$, $x=a$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^a |\sin x - \cos x|\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x - \cos x|\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{4}}^{a} |\sin x - \cos x|\,\mathrm{d}x \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x - \int_{\frac{\pi}{4}}^{a} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x \\ &= 2\sqrt{2} - 1 - \cos a - \sin a. \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có

$$\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right) = -2+4\sqrt{2}-2\cos a - 2\sin a \Leftrightarrow \sin\left(a+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \sin\frac{5\pi}{12}.$$

$\Rightarrow a + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{7\pi}{12} \Leftrightarrow a = \dfrac{\pi}{3} \approx 1{,}047 \Rightarrow a \in \left(\dfrac{51}{10};\dfrac{11}{10}\right)$.

Chọn đáp án B

Câu 46. Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Ta có $M\left(\dfrac{1}{7};\dfrac{2}{7};\dfrac{3}{7}\right) \in (ABC)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=7$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{\dfrac{72}{7}}$. Mà (ABC) tiếp xúc với (S) nên

$$\mathrm{d}(I,(ABC)) = R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án D

Câu 47. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a+b=0$.

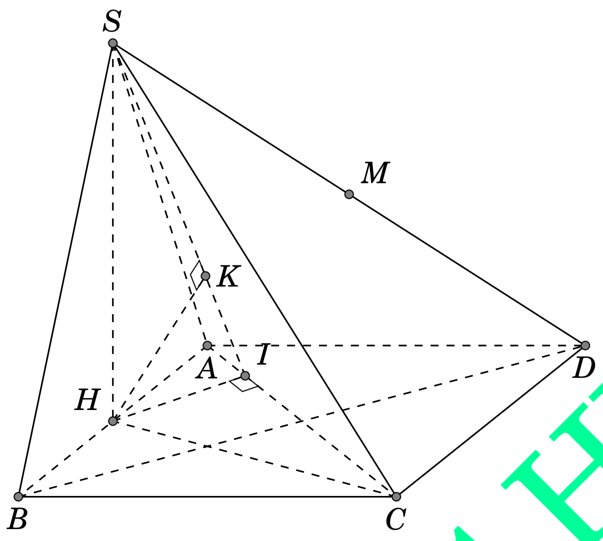
Đồ thị nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng nên $c=-1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)$ nên $\dfrac{b}{c}=-2$ suy ra $b=2$, $a=-1$.

Vậy $a-3b+2c=-9$

Chọn đáp án D

Câu 48.



Gọi H là trung điểm AB. Vì $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH\perp(ABCD)$.

Lại thấy $V_{H.SAC}=V_{M.SAC}=\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}$ nên $\mathrm{d}(M,(SAC))=\mathrm{d}(H,(SAC))$.

Kẻ $HI\perp AC$, $HK\perp SI$, khi đó $\mathrm{d}(H,(SAC))=HK$.

Lại có $(SC,(ABCD))=45^\circ$ nên $\widehat{SCH}=45^\circ$ và $\triangle SHC$ vuông cân tại H.

Mà $HC=\sqrt{BC^2+BH^2}=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, do đó $SH=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$.

Mặt khác, $HI=\dfrac{1}{2}d(B,AC)=\dfrac{BA\cdot BC}{\sqrt{BA^2+BC^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. Suy ra $HK=\dfrac{HS\cdot HI}{\sqrt{HS^2+HI^2}}=\dfrac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Chọn đáp án D

Câu 49.

Ta có góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCH}=60^\circ$. Nên

$HC=\sqrt{HB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$,

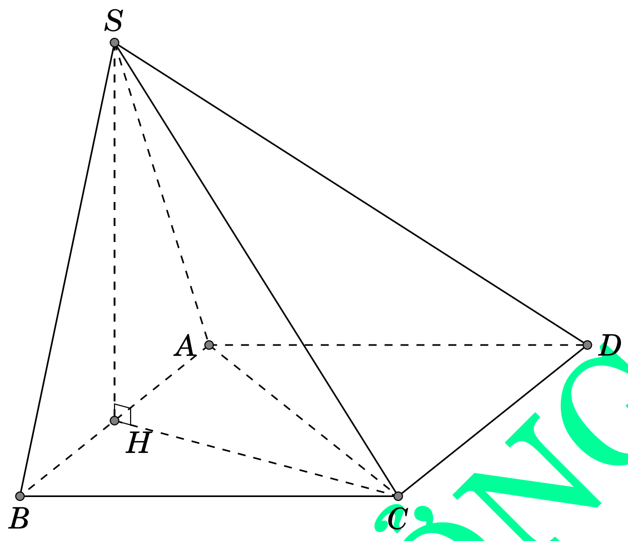
$SH=HC\cdot\tan\widehat{SCH}=a\sqrt{6}$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{5}$,

$SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=a\sqrt{7}$.

Ta có

$$\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{SH}+\overrightarrow{HB}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{AC}$$
$$\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{AC}=HB\cdot AC\cdot\frac{AB}{AC}=2a^2.$$



Mà $SB\cdot AC=a\sqrt{7}\cdot a\sqrt{5}=a^2\sqrt{35}$. Do đó

$$\cos(SB,AC)=\frac{\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{AC}}{SB\cdot AC}=\frac{2}{\sqrt{35}}.$$

Chọn đáp án B

Câu 50. Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$. Với $x=m-2$ thì $y=1-\dfrac{3}{m}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=m-2$ là $d: y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m}$.

Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số lần lượt là $y=1$ và $x=-2$.

Tọa độ A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m} \\ x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=1-\dfrac{6}{m} \\ x=-2\end{cases}\Rightarrow y_1=1-\frac{6}{m}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y=\dfrac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\dfrac{3}{m} \\ y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=1 \\ x=2m-2\end{cases}\Rightarrow x_2=3m-2.$$

Vậy $x_2+y_1=2m-\dfrac{6}{m}-1=-5\Leftrightarrow 2m^2+4m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m_1=1 \\ m_2=-3\end{array}\right.\Rightarrow m_1^2+m_2^2=10.$

Chọn đáp án C