GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 019

(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử trường THPT Chuyên Hà Tĩnh-năm 2018-lần 1)

Mã đề thi 019

Họ và tên thí sinh:...............................

Câu 1. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=1; y=2$. **B.** $x=2; y=1$. **C.** $x=2; y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2; y=-1$.

Câu 2. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $1+2i$. **B.** $-1-2i$. **C.** $2-i$. **D.** $-1+2i$.

Câu 3. Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Câu 4. Tích phân $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\mathrm{e}-1$. **B.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}-1$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}$. **D.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $y+z=1$. **B.** $z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Câu 6. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. 2. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 7. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=0$, $x=\pi$, đồ thị hàm số $y=\cos x$ và trục Ox là

A. $S=\int\limits_0^{\pi}\cos x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_0^{\pi}\cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_0^{\pi}|\cos x|\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int\limits_0^{\pi}|\cos x|\,\mathrm{d}x$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x+y-z+1=0$. Véc-tơ nào sau đây không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

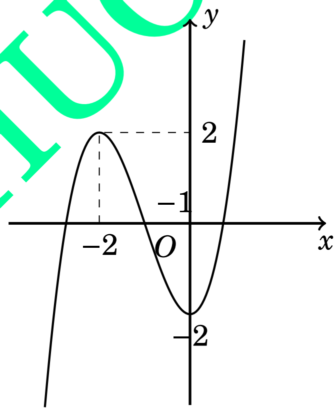
A. $\overrightarrow{n_4}=(4;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$.

Câu 12.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=2x^3+6x^2-2$. **B.** $y=x^3+3x^2-2$.

C. $y=-x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.



Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **B.** $-\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **C.** $\sin 3x+C$. **D.** $-\sin 3x+C$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y+z-3=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x-y+z+3=0$. **D.** $2x+y-1=0$.

Câu 15. Giới hạn $\lim\dfrac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 16. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$. **B.** $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)$.

C. $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)$. **D.** $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$.

Câu 17. Hàm số $y=\log_3(3-2x)$ có tập xác định là

A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 18. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+6z+5=0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực vào phần ảo của số phức z_1+3z_2 lần lượt là

A. $-6;1$. **B.** $-1;-6$. **C.** $-6;-1$. **D.** $6;1$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích của khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 20. Biết $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1}\,dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 13$. **B.** $P = 5$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 10$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng với điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

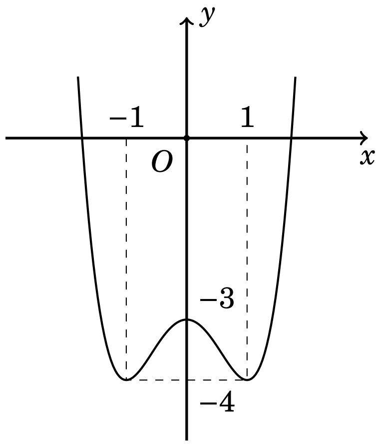
A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x + y = 0$. **B.** $x + 2y = 0$. **C.** $x - y = 0$. **D.** $x + y - 1 = 0$.

Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $2021 \le m \le 2022$. **B.** $2021 < m < 2022$.

C. $\left[\begin{array}{l} m \ge 2022 \\ m \le 2021 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2022 \\ m < 2021 \end{array}\right.$.

Câu 24. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M - m$ bằng

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 25. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là ngiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{47}{12}$. **C.** $-\dfrac{13}{4}$. **D.** $-\dfrac{17}{4}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $B'D$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC}=60°$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO=a$. Góc giữa đường thẳng SD và $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $75°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{165}}{30}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{45}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{15}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{165}}{15}$.

Câu 29. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1,2,3,\ldots,9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{18}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$ và $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;0;3)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;0;4)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=x-\ln(1+x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 32. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^{1}+C_{2n+1}^{3}+\cdots+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$.

A. $n=10$. **B.** $n=5$. **C.** $n=9$. **D.** $n=11$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 34. Cho $I=\displaystyle\int_0^m (2x-1)e^{2x}\,dx$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để $I<m$ là khoảng $(a;b)$. Tính $P=a-3b$.

A. $P=-3$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=-1$.

Câu 35. Cho bốn số thực a, b, c, d là bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P=a^3+b^3+c^3+d^3$.

A. $P=64$. **B.** $P=80$. **C.** $P=16$. **D.** $P=79$.

Câu 36. Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 37. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $x+y-2=0$; $y=\sqrt{x}$; $y=0$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{6\pi}{5}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$; $BC=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 39. Cho bất phương trình $\log_7(x^2+2x+2)+1>\log_7(x^2+6x+5+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(1;3)$?

A. 35. **B.** 36. **C.** 34. **D.** 33 .

Câu 40. Ông A đầu tư 150 triệu đồng vào một công ti với lãi 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 5 năm số tiền lãi ông A rút về gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này ông A không rút tiền ra và lãi không đổi.

A. 54.073.000 đồng. **B.** 54.074.000 đồng. **C.** 70.398.000 đồng. **D.** 70.399.000 đồng.

Câu 41. Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại đúng hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sao đây đúng?

A. $m^2\in(5;7)$. **B.** $m^2\in(3;5)$. **C.** $m^2\in(1;3)$. **D.** $m^2\in(0;1)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P=a-b+c$.

A. $P=6$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=9$.

Câu 43. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R},a>0)$ thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ và $z\cdot\overline{z}=10$. Tính $P=a-b$.

A. $P=4$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=2$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{15}$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=1$, số phức w thỏa mãn $|\overline{w}-2-3i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{13}-3$. **B.** $\sqrt{17}-3$. **C.** $\sqrt{17}+3$. **D.** $\sqrt{13}+3$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(2x)+f(1-2x)=12x^2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ là 1 là

A. $y=2x+2$. **B.** $y=4x-6$. **C.** $y=2x-6$. **D.** $y=4x-2$.

Câu 47. Trong một lớp có n hoc sinh gồm 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n-3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

A. $n \in [35;39]$. **B.** $n \in [40;45]$. **C.** $n \in [30;34]$. **D.** $n \in [25;29]$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 5$.

Câu 49. Biết $\int\limits_0^{\pi} \frac{x\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x + \cos^{2018}x}\,dx = \frac{\pi^a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $P = 2a + b$.

A. $P = 8$. **B.** $P = 10$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 12$.

Câu 50. Cho phương trình

$$\sin x(2-\cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3 .

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 B	**6** A	**11** C	**16** A	**21** A	**26** B	**31** D	**36** C	**41** C	**46** D
2 A	**7** B	**12** B	**17** B	**22** A	**27** C	**32** B	**37** D	**42** D	**47** D
3 D	**8** D	**13** A	**18** C	**23** B	**28** C	**33** B	**38** A	**43** C	**48** D
4 C	**9** D	**14** B	**19** D	**24** B	**29** D	**34** A	**39** B	**44** C	**49** A
5 C	**10** C	**15** D	**20** A	**25** D	**30** B	**35** A	**40** D	**45** B	**50** C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. **Cần nhớ:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nhận $x=-\dfrac{d}{c}$ làm tiệm cận đứng và $y=\dfrac{a}{b}$ làm tiệm cận ngang.
Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ lần lượt là $x=2; y=1$.
Chọn đáp án B

Câu 2. Ta có $\overline{z}=1+2i$.
Chọn đáp án A

Câu 3. Phương trình tương đương với $2x^2+5x+4=2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0$.
Theo định lí Vi-ét tổng các nghiệm của phương trình là $-\dfrac{5}{2}$.
Chọn đáp án D

Câu 4. Ta có $\displaystyle\int\limits_0^1 \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^{-x}\Big|_0^1=\dfrac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}$.
Chọn đáp án C

Câu 5. Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$.
Chọn đáp án C

Câu 6. Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi=4\pi R^2 \Leftrightarrow R=2$.
Chọn đáp án A

Câu 7. **Cần nhớ:** Hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có $ab<0$ thì có ba cực trị và $ab>0$ thì có một cực trị.
Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.
Chọn đáp án B

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ $V_{LT} = Sh = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án D

Câu 9. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' < 0, \forall x \in (-2;0)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Chọn đáp án D

Câu 10. Theo công thức tính diện tích hình phẳng bằng tích phân ta có $S = \int\limits_0^\pi |\cos x|\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án C

Câu 11. Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (2;1;-1)$. Ta thấy $\vec{n_3} = (2;1;1)$ không cùng phương với $\vec{n}$ nên không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Chọn đáp án C

Câu 12. Dựa vào dạng đồ thị $\Rightarrow a > 0$ nên loại hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2; x = 0$ và đi qua điểm $(-2;2)$ nên ta xét:

- $y = 2x^3 + 6x^2 - 2 \Rightarrow y' = 6x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$
- $y = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$
- $y = x^3 - 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Và chỉ có đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ đi qua điểm $(-2;2)$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin(ax+b)}{a} + C$ ta có $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin 3x}{3} + C$.

Chọn đáp án A

Câu 14. Tọa độ trung điểm I của AB là $I(-1;1;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4;-2;0) = -2(2;1;0)$.

Mặt phẳng trung trực của AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x+1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 15. Ta có $\lim \dfrac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n^2} - 1}{2 + \dfrac{1}{n^2}} = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 16. Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$

Chọn đáp án A

Câu 17. Điều kiện $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{3}{2}$ nên hàm số có tập xác định là $\left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right)$.

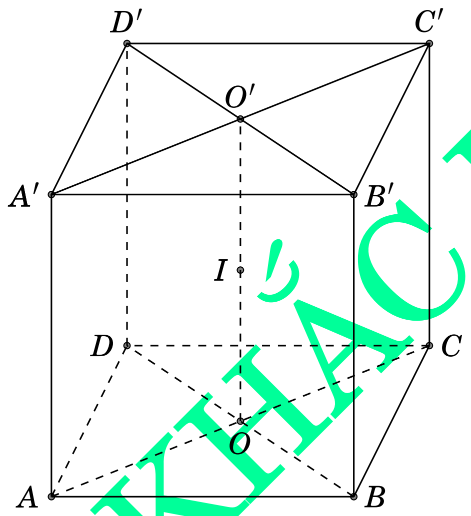
Chọn đáp án B

Câu 18. Ta có $2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}i \\ z_2 = -\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i. \end{array}\right.$

Suy ra $z_1 + 3z_2 = -6 - i$, do đó phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là $-6; -1$.

Chọn đáp án C

Câu 19.



Giả sử hình lập phương có cạnh a, khi đó:

- Khối nón có chiều cao $h_1 = OI = \dfrac{a}{2}$ và bán kính đáy $r_1 = OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

  $\Rightarrow V_1 = \dfrac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \dfrac{\pi a^3}{12}$.

- Khối trụ có chiều cao $h_2 = OO' = a$ và bán kính đáy $r_2 = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

  $\Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \dfrac{\pi a^3}{4}$.

Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 20.

$$I = \int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(2 - \frac{x - 1}{(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x$$
$$= \int_0^1 \left(2 - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \left(2x - \ln|x+1| - \frac{2}{x+1}\right)\Big|_0^1 = 3 - \ln 2.$$

Suy ra $P = 13$.

Chọn đáp án A

Câu 21. Gọi $M(-1+t;-3+2t;-2+2t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-4;2t-5;2t-2)$. Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;2)$.

Vì $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1(t-4) + 2(2t-5) + 2(2t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $M(1;1;2)$, gọi $A'(x;y;z)$ là điểm đối xứng của A qua d thì $\begin{cases} x = 2\cdot 1 - 3 = -1 \\ y = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \\ z = 2 \cdot 2 - 0 = 4. \end{cases}$

Do đó $A'(-1;0;4)$.

Chọn đáp án A

Câu 22. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1;-1;2)$, véc-tơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng cần tìm có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{k}\right] = (-1;-1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên có phương trình là $x + y = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 23. Phương trình tương đương với

$$f(x) = 2018 - m \qquad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = 2018 - m$. Dựa vào đồ thị ta có $-4 < 2018 - m < -3 \Leftrightarrow 2021 < m < 2022$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án B

Câu 24. Hàm số xác định và liên tục trên $[3;5]$.

Ta có $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [3;5]$ nên hàm số nghịch biến trên $[3;5]$.

Suy ra $M = f(3) = 2$; $m = f(5) = \dfrac{3}{2} \Rightarrow M - m = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 25. Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4$; $f''(x) = 2x - 1$. Khi đó

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{17}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 26.

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \ (ABCD \text{ là h.vuông}) \\ AD \perp AA' \ (ADD'A' \text{ là h.vuông}) \end{cases}$

$\Rightarrow AD \perp (ABB'A') \Rightarrow AD \perp AB'$.

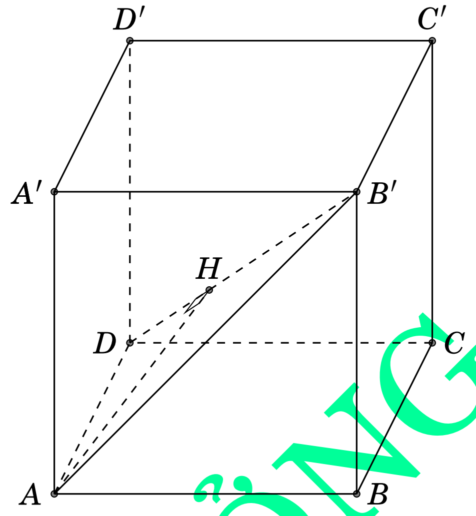
Trong $\triangle ADB'$ vuông tại A ta vẽ đường cao AH.

Vậy $AH = \mathrm{d}\left(A, B'D\right)$.

Theo hệ thức lượng trong $\triangle ADB'$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2}$$

Suy ra $AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án B

Câu 27.

Ta có $\begin{cases} O \text{ là hình chiếu của } S \text{ lên } (ABCD) (\text{ do } SO \perp (ABCD)) \\ D \text{ là hình chiếu của } D \text{ lên } (ABCD) \end{cases} \Rightarrow$

OD là hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.

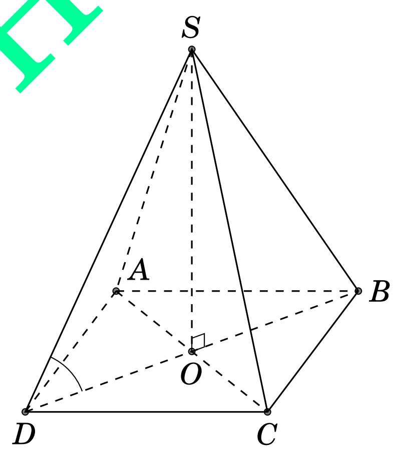
Vậy $[\widehat{SD,(ABCD)}] = [\widehat{SD,OD}] = \widehat{SDO}$.

$\triangle ADC$ cân tại D có $\widehat{ADC} = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ là tam giác đều cạnh $2a \Rightarrow DO = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle SOD$ vuông tại O (do $SO \perp (ABCD)$ và $OD \subset (ABCD)$).

$\Rightarrow \tan\widehat{SDO} = \dfrac{SO}{OD} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\widehat{SDO} = 30^\circ$.



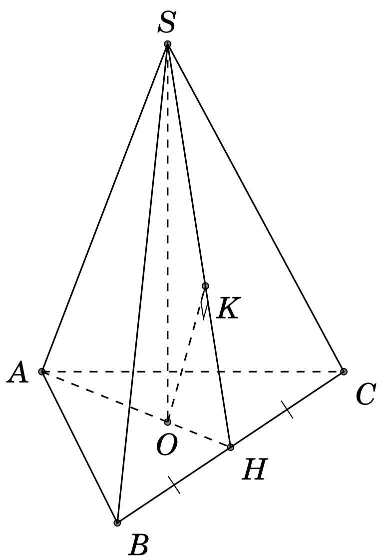
Chọn đáp án C

Câu 28.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC và H là trung điểm của BC.

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Ta có $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{33}}{3}\right)^2 + \dfrac{1}{3} \cdot \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.



Cách 1.

Tính $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Vậy $\mathrm{d}[A,(SBC)] = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \dfrac{3 \cdot \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}}{\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a} = \dfrac{a\sqrt{165}}{15}$.

Cách 2.

Ta có $\dfrac{\mathrm{d}[A,(SBC)]}{\mathrm{d}[O,(SBC)]} = \dfrac{AH}{OH} = 3$. Trong (SAH) vẽ $OK \perp SH$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp OK$.

Mà $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SBC)$. Khi đó $OK = \mathrm{d}[O,(SBC)]$.

Vì $\triangle SOH$ vuông tại O có OK là đường cao

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\frac{11}{3}a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{12}} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{165}}{45}.$$

Do đó $\mathrm{d}[A,(SBC)] = 3 \cdot \dfrac{a\sqrt{165}}{45} = \dfrac{a\sqrt{165}}{15}$.

Chọn đáp án C

Câu 29. Chọn 2 thẻ trong 9 thẻ có $\mathrm{C}_9^2 = 36$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố cả hai thẻ được rút ra đều là số lẻ.

Chọn 2 thẻ số lẻ trong 5 thẻ số lẻ có $\mathrm{C}_5^2 = 10$. Suy ra $n(A) = 10$.

Gọi B là biến cố thỏa yêu cầu bài toán. Khi đó $\mathrm{P}(B) = 1 - \mathrm{P}(A) = 1 - \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \dfrac{10}{36} = \dfrac{13}{18}$.

Chọn đáp án D

Câu 30. Ta có D thuộc tia Oz nên $D(0;0;d)$ với $d > 0$.

Tính $\overrightarrow{AB} = (0;-2;-4)$ và $\overrightarrow{AC} = (1;-3;-1)$.

Mặt phẳng (ABC): $\begin{cases} \text{có véc-tơ pháp tuyến } \vec{n}_{(ABC)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-10;-4;2) \\ \text{đi qua điểm } A(1;2;3). \end{cases}$

$\Rightarrow (ABC)\colon -10(x-1) - 4(y-2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - y - 6 = 0$.

Ta có $\mathrm{d}[D,(ABC)] = \dfrac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow \dfrac{|d+6|}{\sqrt{30}} = \dfrac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |d+6| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d = 3 \text{ (nhận)} \\ d = -15 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Vậy $D(0;0;3)$.

Chọn đáp án B

Câu 31. Ta có $y = x - \ln(1+x)$ có tập xác định $\mathscr{D} = (-1;+\infty)$ và $y' = 1 - \dfrac{1}{1+x}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{1}{1+x} = 0 \Leftrightarrow 1 + x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án D

Câu 32. Ta có $\begin{cases}(1+x)^{2n+1}=\mathrm{C}_{2n+1}^{0}x^0+\mathrm{C}_{2n+1}^{1}x^1+\mathrm{C}_{2n+1}^{2}x^2+\mathrm{C}_{2n+1}^{3}x^3+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}x^{2n}+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}\\(1-x)^{2n+1}=\mathrm{C}_{2n+1}^{0}x^0-\mathrm{C}_{2n+1}^{1}x^1+\mathrm{C}_{2n+1}^{2}x^2-\mathrm{C}_{2n+1}^{3}x^3+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n}x^{2n}-\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}.\end{cases}$

Suy ra $(1+x)^{2n+1}-(1-x)^{2n+1}=2(\mathrm{C}_{2n+1}^{1}x^1+\mathrm{C}_{2n+1}^{3}x^3+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1})$.

Cho $x=1$ ta được $2^{2n+1}-0=2(\mathrm{C}_{2n+1}^{1}+\mathrm{C}_{2n+1}^{3}+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1})\Leftrightarrow 4^n=4^5\Leftrightarrow n=5$.

Chọn đáp án B

Câu 33. Xét $y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$ và $y'=2m-3+(3m+1)\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\leqslant 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $-1\leqslant\sin x\leqslant 1,\forall x\in\mathbb{R}$ (1).

TH 1. $3m+1=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{3}$ (loại do $m\in\mathbb{Z}$).

TH 2. $3m+1>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{3}$.

$$\begin{aligned}(1)\quad&\Leftrightarrow(2m-3)-(3m+1)\leqslant y'\leqslant(2m-3)+(3m+1),\forall x\in\mathbb{R}\\&\Leftrightarrow -m-4\leqslant y'\leqslant 5m-2,\forall x\in\mathbb{R}.\end{aligned}$$

$$y'\leqslant 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}-m-4\leqslant 5m-2\\5m-2\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geqslant-\dfrac{1}{3}\\m\leqslant\dfrac{2}{5}\end{cases}\Rightarrow-\dfrac{1}{3}<m\leqslant\dfrac{2}{5}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$.

TH 3. $3m+1<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{3}$.

$$\begin{aligned}(1)\quad&\Leftrightarrow(2m-3)-(3m+1)\geqslant y'\geqslant(2m-3)+(3m+1),\forall x\in\mathbb{R}\\&\Leftrightarrow -m-4\geqslant y'\geqslant 5m-2,\forall x\in\mathbb{R}.\end{aligned}$$

$$y'\leqslant 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}-m-4\geqslant 5m-2\\-m-4\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geqslant-4\\m\leqslant-\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow-4\leq m\leqslant-\dfrac{1}{3}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có tất cả 5 giá trị nguyên của tham số m.

Chọn đáp án B

Câu 34. Ta có: $I=\displaystyle\int_0^m(2x-1)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $u=2x-1\Rightarrow \mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\Rightarrow v=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$.

Vậy $I=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}(2x-1)\Big|_0^m-\displaystyle\int_0^m\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{2m}(m-1)+1$.

Ta có $I<m\Leftrightarrow\mathrm{e}^{2m}(m-1)+1<m\Leftrightarrow(m-1)(\mathrm{e}^{2m}-1)<0\Leftrightarrow 0<m<1$.

Vậy $m\in(0;1)$ theo đó $P=0-3\cdot1=-3$

Chọn đáp án A

Câu 35. Đặt $a = x - 3y$, $b = x - y$, $c = x + y$, $d = x + 3y$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $a + b + c + d = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$. Khi đó $a = 1 - 3y$, $b = 1 - y$, $c = 1 + y$, $d = 1 + 3y$.

Mặt khác $\begin{cases} a^2 + d^2 = (1-3y)^2 + (1+3y)^2 = 2 + 18y^2 \\ b^2 + c^2 = (1-y)^2 + (1+y)^2 = 2 + 2y^2. \end{cases}$

$\Rightarrow 24 = 2 + 18y^2 + 2 + 2y^2 \Leftrightarrow 20 = 20y^2 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1.$

Vậy $\left[\begin{array}{l} a = -2, b = 0, c = 2, d = 4 \\ a = 4, b = 2, c = 0, d = -2 \end{array}\right.$. Khi đó $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 4^3 = 64$.

Chọn đáp án A

Câu 36. Xét $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 4m^3 \\ x = 2m \Rightarrow y = 0. \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow m \neq 0$.

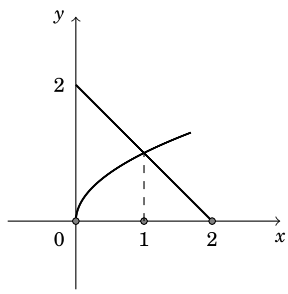
Gọi $A(0; 4m^3) \in Oy$, $B(2m; 0) \in Ox$ là hai điểm cực trị.

A, B đối xứng nhau qua $y = x$ của góc phần tư thứ nhất

$$\Leftrightarrow y_A = x_B \Leftrightarrow 4m^3 = 2m \Leftrightarrow 2m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án C

Câu 37.



Đặt $f(x) = 2 - x$; $g(x) = \sqrt{x}$; $h(x) = 0$.

Xét $2 - x = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geqslant 0 \\ (2-x)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Ta có $(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 1 \end{cases}$ và $(H_2): \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ y = 0 \\ x = 1, x = 2 \end{cases}$.

Cho (H_1), (H_2) quay quanh Ox có thể tích lần lượt là V_1, V_2 và thể tích cần tìm là $V = V_1 + V_2$.

$V_1 = \pi \int\limits_0^1 g^2(x)\,\mathrm{d}x = \pi \int\limits_0^1 x\,\mathrm{d}x = \pi \left(\dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 = \dfrac{\pi}{2}.$

$V_2 = \pi \int\limits_1^2 f^2(x)\,\mathrm{d}x = \pi \int\limits_1^2 (2-x)^2\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 (x-2)^2\,\mathrm{d}(x-2) = \pi \cdot \dfrac{(x-2)^3}{3}\Bigg|_1^2 = \dfrac{\pi}{3}.$

Vậy $V = V_1 + V_2 = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6}$.

Chọn đáp án D

Câu 38.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC.

Suy ra $SH \perp (ABC)$.

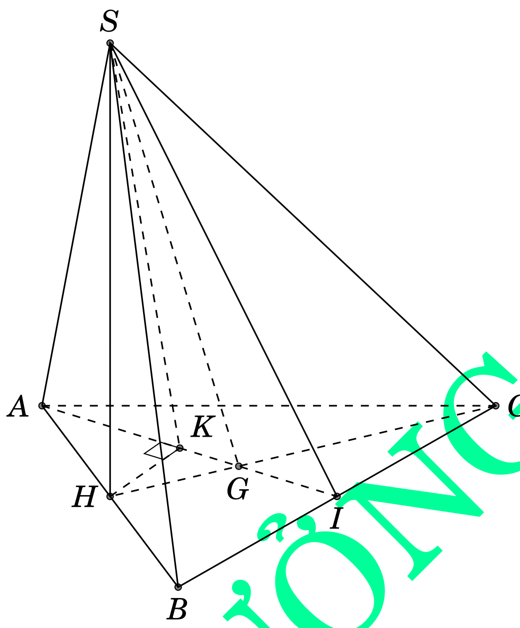
Trong (ABC) vẽ $HK \perp AI$, suy ra $AI \perp (SHK)$ nên $AI \perp SK$.

$\Rightarrow [\widehat{(SAG),(ABC)}] = (\widehat{SK,HK}) = \widehat{SKH} = 60°$.

Ta có $\triangle ABI$ vuông cân tại B (do $BI = BA = a$).

$\Rightarrow \widehat{BAI} = 45° \Rightarrow \triangle AHK$ vuông cân tại K

$\Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow SH = HK\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.



Ta có

$$S_{\triangle ACG} = S_{\triangle AHC} - S_{\triangle AHG} = \frac{1}{2}(BC \cdot AH - HK \cdot AG)$$

$\Rightarrow S_{\triangle ACG} = \dfrac{1}{2}\left(2a \cdot \dfrac{a}{2} - \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \dfrac{2a\sqrt{2}}{3}\right) = \dfrac{a^2}{3}$.

Vậy $V_{SACG} = \dfrac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ACG} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \dfrac{a^2}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

Chọn đáp án A

Câu 39. ĐKXĐ: $x^2 + 6x + 5 + m > 0 \Leftrightarrow m > -x^2 - 6x - 5$.

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_7(x^2+2x+2)+1 > \log_7(x^2+6x+5+m) \\ \Leftrightarrow\ & log_7(7x^2+14x+14) > \log_7(x^2+6x+5+m) \\ \Leftrightarrow\ & 7x^2+14x+14 > x^2+6x+5+m \\ \Leftrightarrow\ & m < 6x^2+8x+9. \end{aligned}$$

Do đó, nghiệm của bất phương trình đã cho là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9. \end{cases}$$

Bất phương trình có cho muốn có tập nghiệm chứa $(1;3)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9 \end{cases}, \forall m \in (1;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max\limits_{[1;3]}\left(-x^2 - 6x - 5\right) \\ m \leq \min\limits_{[1;3]}\left(6x^2 + 8x + 9\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -12 \\ m \leq 23. \end{cases}$$

Vậy có tất cả 36 giá trị nguyên của m.

Chọn đáp án B

Câu 40. Số tiền lãi ông A rút về sau 5 năm

$$S = a(1+r)^5 - a = 150.000.000(1+0,08)^5 - 150.000.000 \approx 70.399.211.$$

Chọn đáp án D

Câu 41. Do A, B đối xứng nhau qua trục tung nên ta gọi $A(t;m^2), B(-t;m^2)$ $(t>0)$.

$\triangle OAB$ cân tại O nên theo giả thiết suy ra $\triangle OAB$ vuông cân tại O.

Do đó $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow t^2=m^4$.

Vì $A(t;m^2)$ thuộc đồ thi hàm số $y=x^4-x^2-10$ nên

$$m^2=t^4-t^2-10 \Leftrightarrow t^4-t^2-t-10=0 \Leftrightarrow t=2=m^2.$$

Do đó $m^2\in(1;3)$.

Chọn đáp án C

Câu 42. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với ba trụ tọa độ và đi qua $A(1;-1;4)$ nên

$$\begin{cases} a>0, b<0, c>0 \\ |a|=|b|=|c|. \end{cases}$$

Do đó $I(a;-a;a)$. Vì $IA=R$ nên $(a-1)^2+(-a+1)^2+(a-4)^2=a^2 \Leftrightarrow a=3$. Ta có $a=3, b=-3, c=3$ nên $P=a-b+c=9$.

Chọn đáp án D

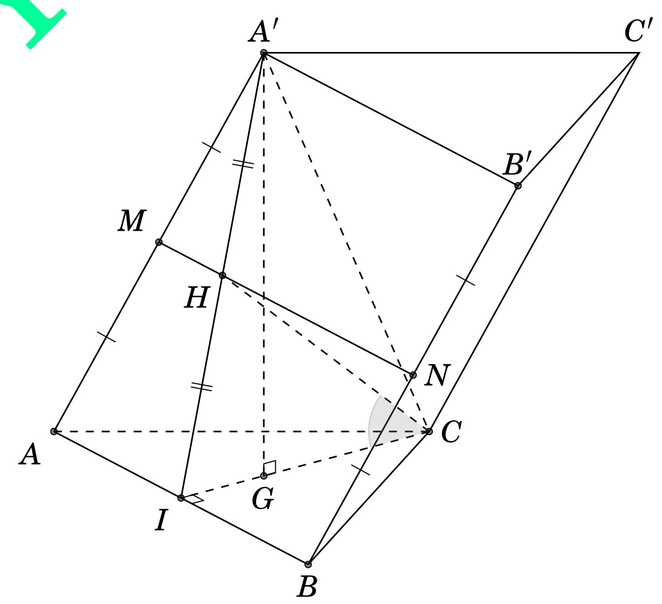
Câu 43. Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$.

$$\begin{cases} |z-1-2i|=5 \\ z\cdot\overline{z}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2+(b+2)^2=25 \\ a^2+b^2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+4b=10 \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b-5 \\ 5b^2-20b+15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3(\text{ loại }) \\ b=1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow P=1-3=-2.$$

Chọn đáp án C

Câu 44.



Gọi I là trung điểm của AB, H là giao điểm của MN và $AI \Rightarrow H$ là trung điểm của AI.

Kẻ $Cx \parallel AB \parallel MN$ thì Cx là giao tuyến của (ABC) và (CMN) (1).

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp A'G \end{cases} \Rightarrow AB \perp (A'IC)$

Mà $AB \parallel MN$ nên $MN \perp (A'IC) \Rightarrow MN \perp CH \Rightarrow CH \perp Cx$ (2).

Mặt khác $CI \perp AB \Rightarrow CI \perp Cx$ (3).

Từ (1),(2) và (3) suy ra $[(ABC),(CMN)] = (CI,CH) = \widehat{HCI} = \alpha$.

Xét $\triangle A'IC$ có CH là đường trung tuyến.

$$CH^2 = \frac{CA'^2 + CI^2}{2} - \frac{A'I^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{3a^2}{4}}{2} - \frac{\frac{3a^2}{4}}{4} = \frac{11a^2}{16} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{11}}{4}.$$

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle HIC$, ta có:

$$\cos\alpha = \frac{CH^2 + CI^2 - HI^2}{2CH \cdot CI} = \frac{\frac{11a^2}{16} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{11}}{4} \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{33}}{33}.$$

Từ $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$ suy ra $\tan\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Chọn đáp án C

Câu 45. Đặt $z = x + yi$, Đặt $w = a + bi$. Khi đó

$$|z - 1 - i| = 1 \Leftrightarrow |x - 1 + (y-1)i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;1)$, $r = 1$.

$$|\overline{w} - 2 - 3i| = 2 \Leftrightarrow |a - 2 - (b+3)i| = 2 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b+3)^2 = 4.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;-3)$, bán kính $R = 2$.

$|z - w| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ đây là biểu thức xác định khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn cho số phức z và w.

Ta có $I_1I_2 = \sqrt{17} > R + r$ nên (C_1) nằm ngoài (C_2).

Khi đó khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn là:

$$d = I_1I_2 - R - r = \sqrt{17} - 3.$$

Chọn đáp án B

Câu 46. Thay $x = 0, x = \frac{1}{2}$ lần lượt vào $2f(2x) + f(1-2x) = 12x^2$ ta được

$$\begin{cases} 2f(0) + f(1) = 0 \\ 2f(1) + f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 2.$$

Ta có $2f(2x)+f(1-2x)=12x^2 \Rightarrow 4f'(2x)-2f'(1-2x)=24x\,(*)$.

Thay $x=0, x=\frac{1}{2}$ lần lượt vào $(*)$ ta có

$$\begin{cases} 4f'(0)-2f'(1)=0 \\ 4f'(1)-2f'(0)=12 \end{cases} \Rightarrow f'(1)=4.$$

.

Phương trình tiếp tuyến $y=f'(1)(x-1)+f(1)=4(x-1)+2=4x-2$.

Chọn đáp án D

Câu 47. Số cách sắp xếp tùy ý n học sinh vào n chỗ là $n!$(cách xếp).

Giả sử số ghế của 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh lần lượt là a,b,c.

Khi đó ta có $b=\frac{a+c}{2}$ hay $2b=a+c$.

Do đó a,c phải cùng tính chẵn lẻ.

TH 1. Nếu $n=2m$ (n là số chẵn).

Nếu a,c cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì Chuyên và Tĩnh có $A^2_{\frac{n}{2}}$ cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(n-3)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Do đó ta có $\frac{2(n-3)!A^2_{\frac{n}{2}}}{n!}=\frac{13}{675} \Leftrightarrow m=\frac{701}{52}$ (loại).

TH 2. $n=2m+1$ (n là số lẻ).

- Nếu a,c chẵn thì Chuyên và Tĩnh có A^2_m cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.
- Nếu a,c lẻ thì Chuyên và Tĩnh có A^2_{m+1} cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Khi đó

$$\frac{(2m-2)!\left(A^2_m+A^2_{m+1}\right)}{(2m+1)!}=\frac{13}{675} \Leftrightarrow \frac{m(m-1)+m(m+1)}{(2m+1)2m(2m-1)} \Leftrightarrow m=13 \Leftrightarrow n=27.$$

Chọn đáp án D

Câu 48. Gọi I là trung điểm AB. Suy ra $I(1;1;1)$ và có $\overrightarrow{AB}=(4;2;0)=2(2;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$(P)\colon 2(x-1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0.$$

Ta có $(2x_B+y_B-3)(2x_C+y_C-3)=5\cdot 10=50>0$ nên B,C cùng phía với (P).

Do đó $MB+MC=MA+MC\geq AC$.

Dấu "="xảy ra khi M là giao điểm của AC với (P).

Ta có $\overrightarrow{AC}=(6;3;6)=3(2;1;2)$, phương trình $AC:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=1+2t.\end{cases}$

$M\in AC\Rightarrow M(-1+2t;t;1+2t)$ và $M\in(P)$ nên suy ra $2(-1+2t)+t-3=0\Leftrightarrow t=1$.

Do đó $M(1;1;3)$ và suy ra $P=a+b+c=5$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Đặt $f(x)=\dfrac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}$.

Đặt $t=\pi-x$.

$$\begin{aligned}\int\limits_0^{\pi} xf(x)\,\mathrm{d}x&=-\int\limits_{\pi}^{0}(\pi-t)f(\pi-t)\,\mathrm{d}t\\ &=\int\limits_0^{\pi}(\pi-t)f(\pi-t)\,\mathrm{d}t=\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)f(\pi-x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)f(x)\,\mathrm{d}x\\ &=\int\limits_0^{\pi}\pi f(x)\,\mathrm{d}t-\int\limits_0^{\pi}xf(x)\,\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

Suy ra $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} xf(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int\limits_0^{\pi}f(x)\,\mathrm{d}x$.

Xét $I_1=\displaystyle\int\limits_0^{\pi}f(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\dfrac{\pi}{2}-x$.

$$\begin{aligned}I_1=-\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{-\pi}{2}}f\left(\frac{\pi}{2}-t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}t}{\cos^{2018}t+\sin^{2018}t}\,\mathrm{d}t\quad&=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}t}{\cos^{2018}t+\sin^{2018}t}\,\mathrm{d}t\\ &=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}x}{\cos^{2018}x+\sin^{2018}x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Xét $I_2=\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}x}{\cos^{2018}x+\sin^{2018}x}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\dfrac{\pi}{2}-x$.

$$\begin{aligned}I_2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{\cos^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-t\right)+\sin^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}\,\mathrm{d}t\quad&=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}t}{\cos^{2018}t+\sin^{2018}t}\,\mathrm{d}t\\ &=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}x}{\cos^{2018}x+\sin^{2018}x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Khi đó $I_1=2I_2=I_2+I_2=\displaystyle\int\limits_0^{\pi}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Suy ra $\displaystyle\int\limits_0^{\pi}xf(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}I_1=\frac{\pi^2}{4}$.

Suy ra $a=2;b=4$. Do đó $2a+b=8$.

Chọn đáp án (A)

Câu 50. Phương trình tương đương với

$$\sin x(1+2\sin^2 x)-2(2\cos^3 x+m+2-1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$$
$$\Leftrightarrow\quad 2\sin^3 x+\sin x=2\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)^3+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\qquad (1)$$

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$; $f'(t)=6t^2+1>0,\ \forall t\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Do đó

$$\begin{aligned}(1)\quad &\Leftrightarrow\quad \sin x=\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\\ &\Leftrightarrow\quad \sin^2 x=2\cos^3 x+m+2\left(\text{vì } \sin x\ge 0,\ \forall x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)\right)\\ &\Leftrightarrow\quad 2\cos^3 x+\cos^2 x+1=-m\quad (2).\end{aligned}$$

Đặt $t=\cos x,\ x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)\Rightarrow t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$.
Xét hàm số $g(t)=2t^3+t^2+1$ với $t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$. Ta có

$$g'(t)=6t^2+2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-\dfrac{1}{3}.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	1	$\nearrow$	$\frac{28}{27}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

Mỗi nghiệm $t_0\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$ sẽ cho 1 nghiệm $x_0\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)$.
Do đó dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (2) có 1 nghiệm $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m=1\\ \dfrac{28}{27}<-m\le 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ -4\le m<-\dfrac{28}{27}.\end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Có 4 giá trị nguyên của m.
Chọn đáp án (C)