GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 018

(*Đề thi có 7 trang*)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề thi thử THPTQG lần 1 - Sở Bình Phước - 2018)

Họ và tên thí sinh:.................................

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(1;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

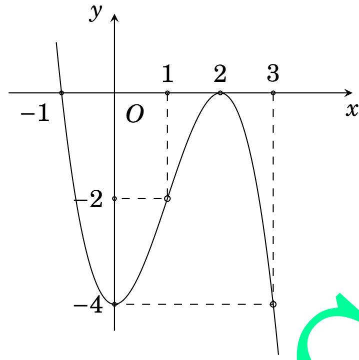
B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $x = 1$ và $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 4.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x - 4$.

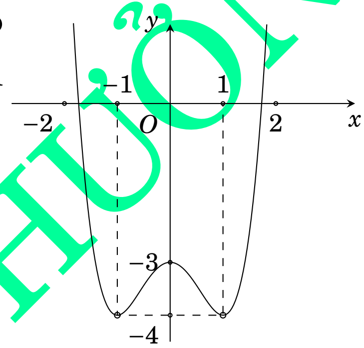
B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

C. $y = x^3 - 3x + 4$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Câu 5.

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình bên. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $m \le \frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 6. Tích giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1;4]$ bằng

A. $\frac{52}{3}$. **B.** 20. **C.** 6. **D.** $\frac{65}{3}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình là

A. $y = 3x + 1$. **B.** $y = -3x + 1$. **C.** $y = -3x - 1$. **D.** $y = 3x - 1$.

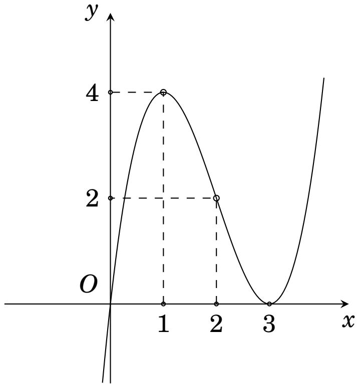
Câu 8. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m trên đoạn $[-1;5]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

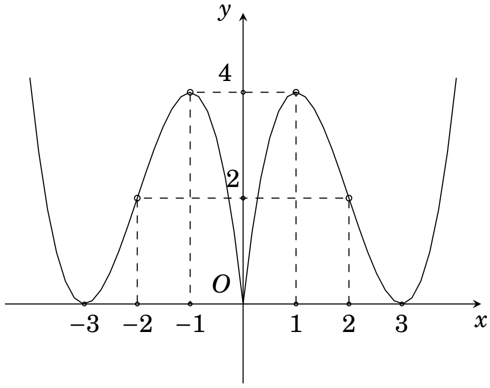
Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - ax^2 - 3ax + 4$, với a là tham số. Để hàm số đạt cực trị tại x_1 và x_2 thỏa mãn $\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2$ thì a thuộc khoảng nào?

A. $\left(-3;\frac{-5}{2}\right)$. **B.** $\left(-5;\frac{-7}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $\left(\frac{-7}{2};-3\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

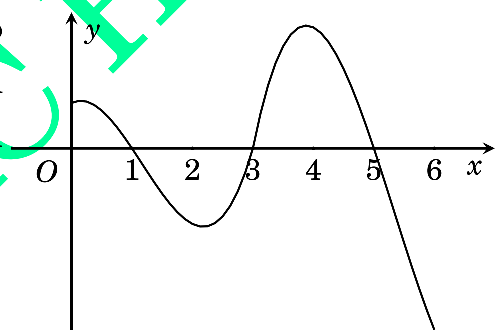
B. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

C. $y = \left|x^3 - 6x^2 + 9x\right|$.

D. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

Câu 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y = [f(x)]^2$ có tối đa bao nhiêu cực trị trên $[0;6]$?



A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 12. Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(0;+\infty)$.

C. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập giá trị của hàm số $\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trên $[0;10]$ nghiệm đúng bất phương trình $\log_2(3x-4) > \log_2(x-1)$?

A. 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 15. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m\cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

A. $m = \dfrac{13}{2}$. **B.** $m = \dfrac{5}{2}$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 2$.

Câu 16. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40. **B.** 41. **C.** 42. **D.** 43.

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2018x}$.

A. $\int f(x)dx = e^{2018x}+C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2018}\cdot e^{2018x}+C$.

C. $\int f(x)dx = 2018\cdot e^{2018x}+C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{2018x}\cdot \ln 2018+C$.

Câu 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

Câu 19. Một học sinh làm bài tích phân $I=\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ theo các bước sau.

- Bước 1: Đặt $x=\tan t$, suy ra $dx=(1+\tan^2 t)dt$.
- Bước 2: Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{4}; x=0 \Rightarrow t=0$.
- Bước 3: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\tan^2 t}{1+\tan^2 t}dt=\int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 0-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$.

Các bước làm ở trên, bước nào **sai**?

A. Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3. **D.** Không bước nào.

Câu 20. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y=\frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $\ln 2-1$. **B.** $2\ln 2-1$. **C.** $\ln 2+1$. **D.** $\ln 2+1$.

Câu 21. Tính tích phân $I=\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ ta được kết quả $I=a\ln 3+b\ln 5$.

Giá trị $S=a^2+ab+3b^2$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ thỏa mãn $f'(x)\ge x+\frac{1}{x}, \forall x\in\mathbb{R}^+$ và $f(1)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(2)\ge 5$. **B.** $f(2)\ge 4$. **C.** $f(2)\ge \frac{5}{2}+\ln 2$. **D.** $f(2)\ge \frac{5}{2}+2\ln 2$.

Câu 23. Cho số thực $a>0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $f(x)\cdot f(a-x)=1$. Tính tích phân $I=\int_0^a \frac{1}{1+f(x)}dx$?

A. $I=\frac{2a}{3}$. **B.** $I=\frac{a}{2}$. **C.** $I=\frac{a}{3}$. **D.** $I=a$.

Câu 24. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z trong mặt phẳng (Oxy) có điểm biểu diễn hình học là

A. $(6;7)$. **B.** $(6;-7)$. **C.** $(-6;7)$. **D.** $(-6;-7)$.

Câu 25. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-6z+13=0$. Tính $|z_0+1-i|$.

A. $\sqrt{13}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 26. Nếu $z=i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ với $(a,b\in\mathbb{R})$ thì $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính $S=M^2+m^2$.

A. 1256. **B.** 1258. **C.** 1233. **D.** 1236.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 29. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 30. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=10\pi$. **B.** $S_{tp}=4\pi$. **C.** $S_{tp}=2\pi$. **D.** $S_{tp}=6\pi$.

Câu 31. Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2\,\text{cm}^2$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}\,(\text{cm}^3)$. **B.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}\,(\text{cm}^3)$. **C.** $\dfrac{16\pi a^3}{3}\,(\text{cm}^3)$. **D.** $\dfrac{64\pi a^3}{3}\,(\text{cm}^3)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y-6=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$; $R=4$. **B.** $I(1;-3;0)$; $R=4$. **C.** $I(-1;3;0)$; $R=16$. **D.** $I(1;-3;0)$; $R=16$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (Δ_1): $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$ và (Δ_2): $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc nhau.

B. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2).

C. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2).

D. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình: $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu

A. $-5 < m < 1$. **B.** $m < -5$ hoặc $m > 1$. **C.** $m < -5$. **D.** $m > 1$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;1)$, $C(0;1;2)$. Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm của tam giác ABC. Giá trị của $S = x + y + z$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x + y + 3z = 0$ và $(R)\colon 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{3}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $14x - 4y - 8z + 3 = 0$. **B.** $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$. **D.** $14x - 4y - 8z - 3 = 0$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt P tại điểm B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Câu 40. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \dfrac{\sin x}{\tan x - 1}$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + m\pi; \dfrac{\pi}{4} + n\pi; m,n \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{m\pi; \dfrac{\pi}{4} + n\pi; m,n \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 41. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 648. **B.** 1000. **C.** 729. **D.** 720.

Câu 42. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(3x^3 - \dfrac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** -240. **C.** 810. **D.** 240.

Câu 43. Cho tập hợp $X = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các tập con của tập X; có chứa chữ số 0 là

A. 512. **B.** 1024. **C.** 1023. **D.** 511.

Câu 44. Sắp xếp 12 học sinh của lớp 12A gồm có 6 học sinh nam và 6 học sinh nữ vào một bàn dài gồm có hai dãy ghế đối diện nhau (mỗi dãy gồm có 6 chiếc ghế) để thảo luận nhóm. Tính xác suất để hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới.

A. $\dfrac{9}{4158}$. **B.** $\dfrac{9}{8316}$. **C.** $\dfrac{9}{299760}$. **D.** $\dfrac{9}{5987520}$.

Câu 45. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

A. $3, 1, -1, -2, -4$. **B.** $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$. **C.** $-8, -6, -4, -2, 0$. **D.** $1, 1, 1, 1, 1$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x>0\\ mx+m+\dfrac{1}{4} & \text{nếu } x\le 0\end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 47. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

A. hình thoi. **B.** tam giác cân tại M.

C. tam giác đều. **D.** hình bình hành.

Câu 48. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

A. AM. **B.** $(BC'M)$. **C.** $A'N$. **D.** $(AC'M)$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của CD, góc giữa SM và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Độ dài cạnh SA là

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{15}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) hợp với nhau góc $60°$.

A. $x=\dfrac{3a}{2}$. **B.** $x=\dfrac{a}{2}$. **C.** $x=a$. **D.** $x=2a$.

— **HẾT** —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 D	**6** B	**11** D	**16** B	**21** D	**26** D	**31** B	**36** D	**41** A	**46** B
2 A	**7** B	**12** D	**17** B	**22** C	**27** B	**32** A	**37** A	**42** A	**47** B
3 C	**8** C	**13** D	**18** C	**23** B	**28** A	**33** C	**38** A	**43** A	**48** D
4 B	**9** B	**14** C	**19** C	**24** B	**29** D	**34** B	**39** B	**44** A	**49** D
5 C	**10** B	**15** A	**20** B	**25** C	**30** B	**35** A	**40** A	**45** A	**50** C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ nên khẳng định hàm số nghịch biến trên $(-1;2)$ là **sai**.

Chọn đáp án D

Câu 2. Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận được $x = 2$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án A

Câu 3. Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$. Nên đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Chọn đáp án C

Câu 4. Từ dáng điệu đồ thị ta có hệ số của x^3 là số âm nên loại các phương án $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x^3 - 3x + 4$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$. Do đó phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt là $x = 0$ và $x = 2$.

Xét phương án $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0. \end{array}\right.$

Xét phương án $y = -x^3 - 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B

Câu 5. Phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ có hai nghiệm phân biệt khi đồ thị hàm số $y=2m-4$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại hai điểm phân biệt.

Từ đồ thị ta được $\left[\begin{array}{l}2m-4=-4\\2m-4>-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m>\dfrac{1}{2}.\end{array}\right.$

Chọn đáp án C

Câu 6. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;4]$. Ta có $f'(x)=1-\dfrac{4}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm2$.

Tính được $f(1)=5$, $f(2)=4$, $f(4)=5$. Do đó $\min\limits_{[1;4]} f(x)=4$, $\max\limits_{[1;4]} f(x)=5$.

Vậy $\min\limits_{[1;4]} f(x)\cdot\max\limits_{[1;4]} f(x)=4\cdot5=20$.

Chọn đáp án B

Câu 7. Giao điểm của (C) với trục tung là điểm $M(0;1)$. Ta có $y'=3x^2-3$, suy ra $y'(0)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=y'(0)(x-0)+1\Leftrightarrow y=-3x+1$.

Chọn đáp án B

Câu 8. Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. Ta có $y'=x^2-2x+m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in(-\infty;+\infty)$.

Yêu cầu bài toán tương đương $\Delta_{y'}\leq 0\Leftrightarrow 4-4m\leq 0\Leftrightarrow m\geq 1$.

Mặt khác, do $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-1;5]$ nên suy ra $m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C

Câu 9. Ta có $y'=x^2-2ax-3a$. Để hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2-2ax-3=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'=a^2+3a>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a>0\\a<-3.\end{array}\right.$

Áp dụng định lí Vi-et ta được $x_1+x_2=2a$ (2).

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta được

$$x_1^2-2ax_1-3a=0\Rightarrow x_1^2+2ax_2+9a=\left(x_1^2-2ax_1-3a\right)+2a\left(x_1+x_2\right)+12a=4a^2+12a.$$

Tương tự ta có $x_2^2+2ax_1+9a=4a^2+12a$. Khi đó

$$\begin{aligned}\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2 &\Leftrightarrow \frac{4a^2+12a}{a^2}+\frac{a^2}{4a^2+12a}=2\\ &\Leftrightarrow \frac{4a+12}{a}+\frac{a}{4a+12}=2\\ &\Leftrightarrow (4a+12)^2+a^2-2a(4a+12)=0\\ &\Leftrightarrow (4a+12-a)^2=0\Leftrightarrow a=-4\in\left(-5;\frac{-7}{2}\right).\end{aligned}$$

Chọn đáp án B

Câu 10. Đồ thị hình 2 đối xứng qua trục tung nên đó là hàm chẵn.

Ta thấy đồ thị hình 2 có phần bên phải trục tung trùng với phần đồ thị bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ và phần bên trái trục tung chính là lấy đối xứng phần đồ thị bên phải trục tung qua trục tung. Do đó hình 2 chính là đồ thị của hàm số $y = f(|x|) = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

Chọn đáp án B

Câu 11. Xét hàm số $y = g(x) = [f(x)]^2$ trên $[0;6]$.

Ta có: $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thuộc $[0;6]$ và bảng biến thiên sau:

x	0		1		3		5		6
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$f(0)$	↗	$f(1)$	↘	$f(3)$	↗	$f(5)$	↘	f(6)

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $= f(x)$ cắt trục hoành tại tối đa 4 điểm có hoành độ thuộc $[0;6]$ và không trùng với nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Hay phương trình $f(x) = 0$ có tối đa 4 nghiệm thuộc $[0;6]$ mà không có nghiệm nào trùng với nghiệm của $f'(x) = 0$.

Vậy $g'(x) = 0$ có tối đa 7 nghiệm trên $[0;6]$. Và do đó, hàm số $y = [f(x)]^2$ có tối đa 7 cực trị.

Chọn đáp án D

Câu 12. Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0;\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 13. Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x < -2$.

Chọn đáp án D

Câu 14. Ta có: $\log_2(3x-4) > \log_2(x-1) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x-4 > 0 \\ 3x-4 > x-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$.

Vì x là số nguyên thuộc $[0;10]$ nên có 9 giá trị của x thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C

Câu 15. Ta có: $4^x - m.2^{x+1} + 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m + 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$.

Phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1 , x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^4 = 16$.

Điều này tương đương với $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{13}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 16. Gọi lượng thức ăn tiêu thụ theo dự định hàng ngày là x. Lượng thức ăn dự trữ của trang trại A là $100x$.

Ta có $x\left(1 + 1{,}04 + 1{,}04^2 + \ldots + 1{,}04^{n-1}\right) = 100x \Leftrightarrow \dfrac{1{,}04^n - 1}{1{,}04 - 1} = 100 \Rightarrow n = \log_{1{,}04} 5 \approx 41{,}035$.

Do đó lượng thức ăn dự trữ chỉ đủ dùng cho 41 ngày.

Chọn đáp án B

Câu 17. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \mathrm{e}^{2018x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2018}\mathrm{e}^{2018x}\,\mathrm{d}(2018x) = \frac{1}{2018} \cdot \mathrm{e}^{2018x} + C$.

Chọn đáp án B

Câu 18. Ta có $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4} = F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right) = F\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án C

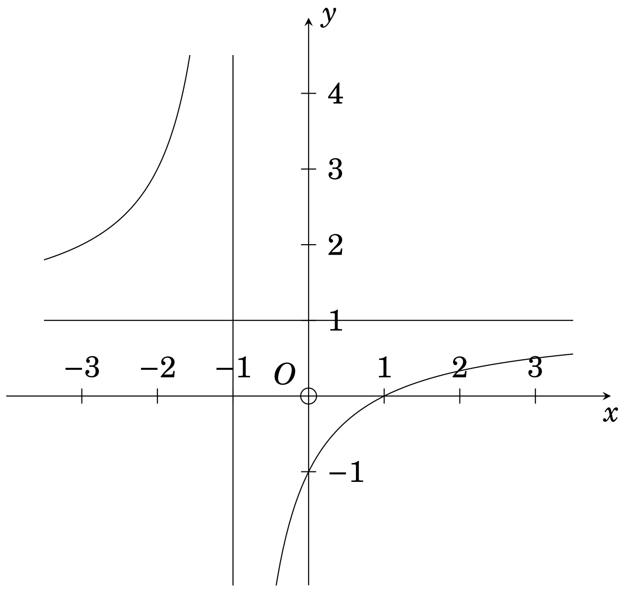
Câu 19. Bước 3 bị sai. Sửa đúng là $\displaystyle I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{1 + \tan^2 t}\,\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{d}t = t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án C

Câu 20.

Đồ thị hàm số H cắt trục tọa độ tại các điểm $(0;-1)$ và $(1;0)$.

Vậy diện tích $\displaystyle S = \int_0^1 \left(-\frac{x-1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = 2\ln 2 - 1$.



Chọn đáp án B

Câu 21. Đặt $t=\sqrt{3x+1}\Rightarrow t^2=3x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2;x=5\Rightarrow t=4$.

$$I=\int_1^5\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}=\frac{2}{3}\int_2^4\frac{t\mathrm{d}t}{\frac{t^2-1}{3}\cdot t}=2\int_2^4\frac{\mathrm{d}t}{t^2-1}$$

$$=\int_2^4\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|\Bigg|_2^4=2\ln3-\ln5.$$

Khi đó $a=2,b=-1\Rightarrow a^2+ab+3b^2=4-2+3=5$.

Chọn đáp án D

Câu 22. Lấy tích phân hai vế ta có:

$$\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x\geq\int_1^2\left(x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(2)-f(1)\geq\left(\frac{x^2}{2}+\ln x\right)\Bigg|_1^2$$

$$\Leftrightarrow f(2)-1\geq\frac{3}{2}+\ln2\Leftrightarrow f(2)\geq\frac{5}{2}+\ln2.$$

Chọn đáp án C

Câu 23. Đặt $t=a-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=a;x=a\Rightarrow t=0$.

Ta có $f(x)\cdot f(a-x)=1\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{f(a-x)}$.

Vậy $I=\displaystyle\int_a^0\frac{-\mathrm{d}t}{1+\frac{1}{f(t)}}=-\int_a^0\frac{f(t)}{1+f(t)}\mathrm{d}t=-\int_a^0\frac{1+f(t)-1}{1+f(t)}\mathrm{d}t$

$$=\int_0^a\frac{1+f(t)-1}{1+f(t)}\mathrm{d}t=\int_0^a\left(1-\frac{1}{1+f(t)}\right)\mathrm{d}t=\int_0^a\left(1-\frac{1}{1+f(x)}\right)\mathrm{d}x=x|_0^a-I=a-I.$$

Do đó ta có $I=a-I\Leftrightarrow I=\dfrac{a}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 24. Ta có $z=6+7i\Rightarrow\overline{z}=6-7i\Rightarrow$ Điểm biểu diễn hình học của $\overline{z}$ là $M(6;-7)$.

Chọn đáp án B

Câu 25. Ta có: $z_0=3-2i$. Khi đó $|z_0+1-i|=|3-2i+1-i|=|4-3i|=\sqrt{16+9}=5$.

Chọn đáp án C

Câu 26. $z=i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ nên ta có:

$$i^2+a.i+b=0\Leftrightarrow ai+b=1\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\Rightarrow a+b=1$$

Chọn đáp án D

Câu 27. **Cách 1**: *Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai.*

Gọi $z=x+yi,(x,y\in R)$.

Ta có $|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|x-3+(y-4)i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=5(*)$.

Ta có $P=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-[x^2+(y-1)^2]=4x+2y+3 \Rightarrow y=\dfrac{P-4x-3}{2}$

Thế vào $(*)$ và rút gọn ta có: $20x^2-8(P-8)x+P^2-22P+137=0$

Phương trình bậc hai này có nghiệm$\Leftrightarrow \Delta'=-4P^2+184P-1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.

Từ đó ta có $M=33; m=13 \Rightarrow M^2+m^2=1258$.

Cách 2: *Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki.*

Gọi $z=x+yi, (x,y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z-3-4i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow |x-3+(y-4)i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=5$.

Ta có $P=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-[x^2+(y-1)^2]=4x+2y+3=4(x-3)+2(y-4)+23$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có:

$|4(x-3)+2(y-4)| \leq \sqrt{(16+4)[(x-3)^2+(y-4)^2]}=10$

$\Leftrightarrow -10 \leq 4(x-3)+2(y-4) \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq 4(x-3)+2(y-4)+23 \leq 33 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.

Từ đó ta có $M=33$; $m=13 \Rightarrow M^2+m^2=1258$.

Chọn đáp án B

Câu 28. Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot SA\cdot S_{ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot 2a\cdot\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot a\sin 60^\circ=\dfrac{1}{3}\cdot 2a\cdot\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot\dfrac{a\cdot\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án A

Câu 29.

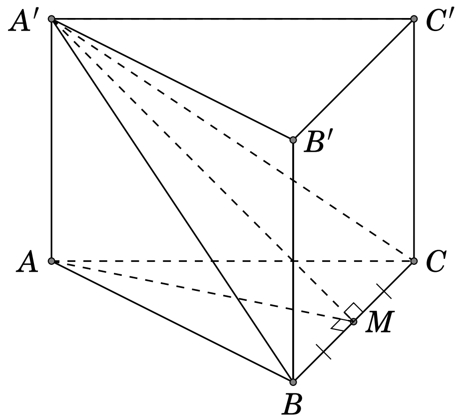
Gọi M là trung điểm của BC.

Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

$S_{\triangle A'BC}=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}A'M\cdot BC=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}A'M\cdot 2=3 \Leftrightarrow A'M=3$.

$AA'=\sqrt{A'M^2-AM^2}=\sqrt{3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{6}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\triangle ABC}\cdot A'A=\dfrac{2^2\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{6}=3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án D

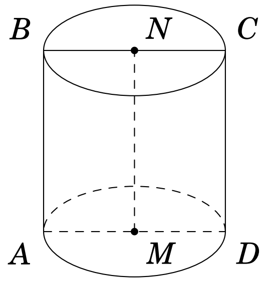
Câu 30.

Bán kính đường tròn đáy: $r=\dfrac{AD}{2}=1$

Chiều cao hình trụ: $h=AB=1$

Diện tích toàn phần của hình trụ:

$S_{tp}=S_{xq}+2S_{\text{đáy}}=2\pi rh+2\pi r^2=4\pi$ (đvtt).



Chọn đáp án B

Câu 31. Gọi R là bán kính mặt cầu (S).

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu: $4\pi R^2=4\pi a^2 \Rightarrow R=a$ (cm).

Thể tích V_C của khối cầu (S) là:
$V_C = \dfrac{4\pi R^3}{3} = \dfrac{4\pi a^3}{3}$ (cm^3).
Chọn đáp án B

Câu 32. Mặt cầu có tâm $I(-1;3;0)$; bán kính $R = \sqrt{1+9-(-6)} = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Phương trình tham số của (Δ_2): $\begin{cases} x = -4+3t' \\ y = -2+2t' \\ z = 4-t' \end{cases}$.

Véc-tơ chỉ phương của (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt là $\overrightarrow{u_1} = (2;-1;4)$ và $\overrightarrow{u_2} = (3;2;-1)$.

Do $\overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2} = 2\cdot 3 + (-1)\cdot 2 + 4\cdot(-1) = 0$ nên $(\Delta_1) \perp (\Delta_2)$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -3+2t = -4+3t' \\ 1-t = -2+2t' \\ -1+4t = 4-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3t' = -1 \\ t+2t' = 3 \\ 4t+t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}$.

Vậy (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2).

Chọn đáp án C

Câu 34. Để phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ là phương trình của một mặt cầu thì: $(m+2)^2+(2m)^2+m^2-5m^2-9>0 \Leftrightarrow m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow m<-5$ hoặc $m>1$.

Chọn đáp án B

Câu 35. $\overrightarrow{AB} = (1;-1;2)$, $\overrightarrow{BC} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;-1;3)$.

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC} = (-1;-5;-2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n}_{(ABC)} = (-1;-5;-2)$.

$\Rightarrow (ABC)$: $-1(x-1)-5(y-2)-2(z+1)=0$

$\Leftrightarrow -x-5y-2z+9=0 \Leftrightarrow x+5y+2z-9=0$.

Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases}$

Mà $\overrightarrow{AH} = (x-1;y-2;z+1)$, $\overrightarrow{BH} = (x-2;y-1;z-1)$.

$\Rightarrow \begin{cases} -2x+z = -3 \\ -x-y+3z = 0 \\ x+5y+2z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2;1;1) \Rightarrow x+y+z = 4.$

Chọn đáp án A

Câu 36. Từ (Q): $x+y+3z=0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n}_{(Q)} = (1;1;3)$.

Từ (R): $2x-y+z=0$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của (R) là $\overrightarrow{n}_{(R)} = (2;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(P)} = \overrightarrow{n}_{(Q)} \wedge \overrightarrow{n}_{(R)} = (4;5;-3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

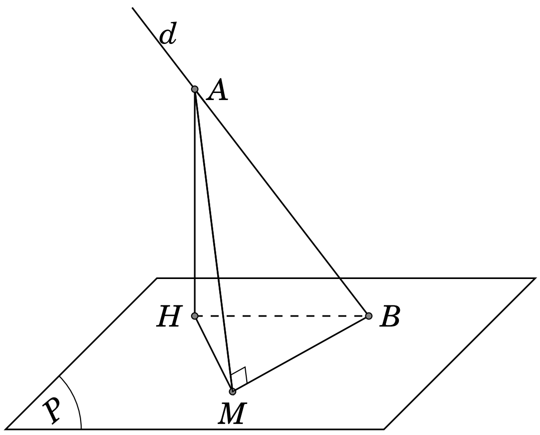
Chọn đáp án (D)

Câu 37. Ta có mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;3)$.
Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I(1;1;1)$.
Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua giao điểm $I(1;1;1)$ của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và nhận $\vec{n}=[\vec{n},\vec{u}]=(5;-1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
Chọn đáp án (A)

Câu 38. Ta có d_1 đi qua $A(2;2;3)$, có VTCP $\vec{u}_1=(2;1;3)$, d_2 đi qua $B(1;2;1)$ và có $\vec{u}_2=(2;-1;4)$.
Do (P) cách đều d_1, d_2 nên (P) song song với d_1, d_2
$\Rightarrow \vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(7;-2;-4)$
PT mặt phẳng (P) có dạng: $7x-2y-4z+D=0$
Do (P) cách đều d_1, d_2 suy ra $\mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(B,(P))$
$\Leftrightarrow \dfrac{|7\cdot2-2\cdot2-4\cdot3+d|}{\sqrt{69}}=\dfrac{|7\cdot1-2\cdot2-4\cdot1+d|}{\sqrt{69}} \Leftrightarrow |D-2|=|D-1| \Leftrightarrow D=\dfrac{3}{2}$
Phương trình mặt phẳng P: $14x-4y-8z+3=0$
Chọn đáp án (A)

Câu 39.

Phương trình d: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t,\ t\in\mathbb{R}. \\ z=-3-4t \end{cases}$



Đường thẳng d cắt P tại $B(-2;-2;1)$.
Gọi H là hình chiếu của A lên (P).
Ta có: $H(-3;-2;-1)$.
Vì $MB\perp MA; MB\perp AH$ nên $MB\perp MH$ suy ra $MB\le BH$.
Do đó: MB lớn nhất bằng BH khi $M\equiv H$.
Vậy MB đi qua B, nhận $\overrightarrow{BH}$ là vectơ chỉ phương.

Phương trình MB: $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$ do đó MB đi qua điểm $I(-1;-2;3)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 40. Biểu thức $\dfrac{\sin x}{\tan x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x\ne 0 \\ \tan x\ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne \dfrac{\pi}{2}+m\pi \\ x\ne \dfrac{\pi}{4}+n\pi \end{cases}; m,n\in\mathbb{Z}.$

Chọn đáp án (A)

Câu 41. Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq 0$; $a;b;c$ đôi một khác nhau)

$\Rightarrow$ Có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số có ba chữ số.

Chọn đáp án (A)

Câu 42. Ta có $\left(3x^3 - \dfrac{2}{x^2}\right)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} \mathrm{C}_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot (-2x^{-2})^k = \sum\limits_{k=0}^{5} \mathrm{C}_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{15-5k}$.

Tìm k sao cho $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số cần tìm là $\mathrm{C}_5^1 \cdot 3^4 \cdot (-2) = -810$.

Chọn đáp án (A)

Câu 43. Số các tập con của tập X là 2^{10}, trong đó số các tập con của X mà không chứa chữ số 0 là 2^9.

Vậy số các tập con của X có chứa chữ số 0 là $2^{10} - 2^9 = 512$.

Chọn đáp án (A)

Câu 44. Không gian mẫu: Sắp xếp 12 học sinh vào 12 ghế, ta có: $n(\Omega) = 12!$

Biến cố A sắp 6 học sinh nam vào các ô có đánh dấu $\times$ như hình vẽ và 6 ghế còn lại dành cho 6 học sinh nữ và ngược lại.

Vậy ta có: $n(A) = 2 \cdot 6! \cdot 6!$

×		×		×	
	×		×		×

Vậy xác suất để sắp xếp 12 học sinh vào bàn học sao cho hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới là:

$P(A) = \dfrac{2 \cdot 6! \cdot 6!}{12!} = \dfrac{9}{4158}$.

Chọn đáp án (A)

Câu 45. Nếu dãy số $\{u_0, u_1, u_2, \ldots\}$ là cấp số cộng và a, b, c là ba số hạng liên tiếp của dãy số thì ta có $a + c = 2b$.

Xét phương án A ta thấy $1, -1, -2$ là ba số hạng liên tiếp nhưng $1 - 2 \neq 2 \cdot (-1)$. Vậy dãy trong phương án A không là cấp số cộng.

Chọn đáp án (A)

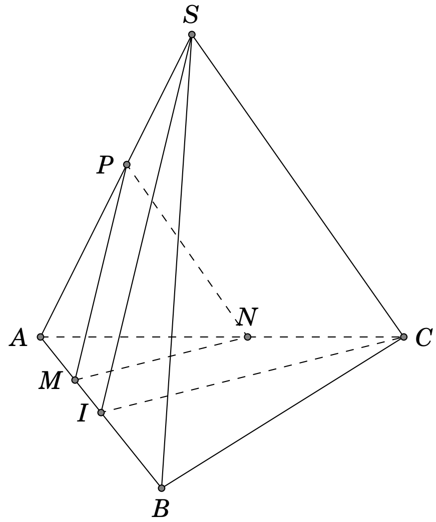
Câu 46. Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x}{x\left(\sqrt{x+4} + 2\right)} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \left(mx + m + \dfrac{1}{4}\right) = m + \dfrac{1}{4}$.

Hàm số có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) \Leftrightarrow m + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án (B)

Câu 47.



Trong mặt phẳng (SAB), qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P.

Trong mặt phẳng (ABC), qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N.

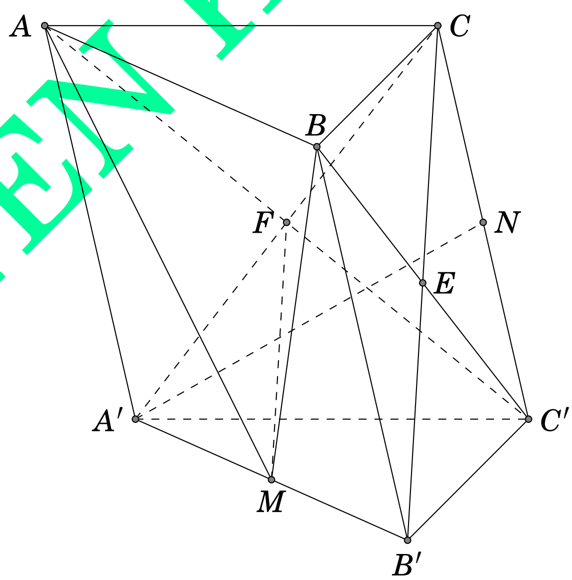
Thiết diện là tam giác MNP. Ta có

$$\frac{MP}{SI} = \frac{MN}{CI} \Rightarrow MP = MN \quad (\text{vì } SI = CI).$$

Vậy thiết diện là tam giác MNP cân tại M.

Chọn đáp án B

Câu 48.



Ta có $\begin{cases} A, M, B' \in (ABB'A') \\ C \notin (ABB'A') \end{cases}$ nên CB' và AM chéo nhau.

Ta có $CB' \cap BC' = E$ nên CB' cắt $(BC'M)$.

Ta có $\begin{cases} C, B', N \in (BCC'B') \\ A' \notin (BCC'B') \end{cases}$ nên CB' và $A'N$ chéo nhau.

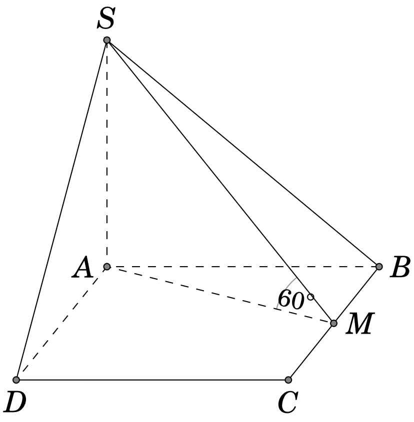
Ta có $AC' \cap A'C = F \Rightarrow F$ là trung điểm của $A'C$.

Trong $\triangle A'B'C$ có MF là đường trung bình nên $MF \parallel CB'$.

Mà $MF \subset (AC'M)$. Vậy $CB' \parallel (AC'M)$.

Chọn đáp án D

Câu 49.



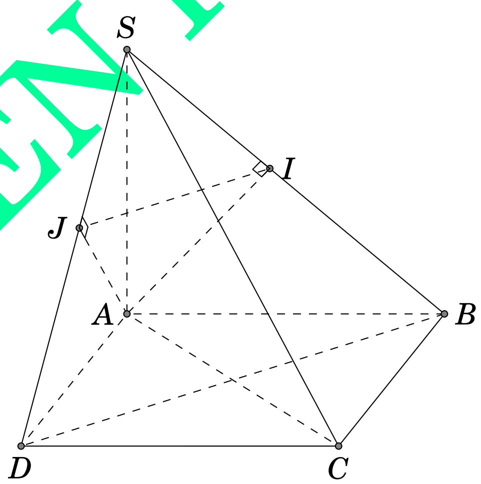
Ta có góc giữa SM và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMA} = 60°$.

Xét tam giác ABM vuông tại B, ta có $AM^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A, ta có $\tan 60° = \dfrac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \tan 60° = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 50.



Trong mặt phẳng (SAB) dựng $AI \perp SB$, ta được $AI \perp (SBC)$ (1).

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AJ \perp SD$, ta được $AJ \perp (SCD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra góc $\left((SBC),(SCD)\right) = (AI, AJ) = \widehat{IAJ}$.

Mặt khác, ta có $\dfrac{1}{AI^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AB^2}$, $\dfrac{1}{AJ^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AD^2}$.

Suy ra $AI = AJ$. Do đó nếu góc $\widehat{IAJ} = 60°$ thì $\triangle AIJ$ đều $\Rightarrow AI = AJ = IJ$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A có AI là đường cao $\Rightarrow AI \cdot SB = SA \cdot AB \Rightarrow AI = \dfrac{SA \cdot AB}{SB}$ (3).

Và có $SA^2 = SI \cdot SB \Rightarrow SI = \dfrac{SA^2}{SB}$ (4); $SA^2 = SJ \cdot SD \Rightarrow SJ = \dfrac{SA^2}{SD}$ (4′).

Suy ra $IJ \parallel BD$ (vì $SB = SD$) $\Rightarrow \dfrac{IJ}{BD} = \dfrac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \dfrac{SI \cdot BD}{SB} = \dfrac{SA^2 \cdot BD}{SB^2}$ (5).

Thế (3) và (5) vào $AI = IJ$ suy ra

$$AB = \frac{SA \cdot BD}{SB} \Leftrightarrow AB \cdot SB = SA \cdot BD \Leftrightarrow a \cdot \sqrt{x^2 + a^2} = x \cdot a \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + a^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Chọn đáp án C