GV NGUYỄN KHẮC HƯỞNG

ĐỀ SỐ 017

(Đề thi có 6 trang)

ĐỀ ÔN TẬP THI THPT QUỐC GIA 2018

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

(Đề khảo sát chất lượng lần 3, 2017 - 2018 trường THPT Bến Tre, Vĩnh Phúc)

Mã đề thi 017

Họ và tên thí sinh:................................

Câu 1. Tổng tất cả các giá trị m nguyên dương để hàm số $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^{x}+2}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ là

A. 253. **B.** 300. **C.** 276. **D.** 231.

Câu 2. Điểm $M(3;-4)$ là điểm biểu diễn của số phức z, số phức liên hợp của z là

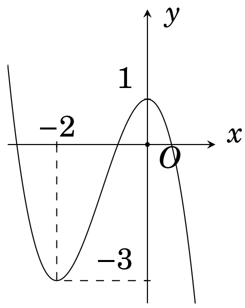
A. $\bar{z}=3-4i$. **B.** $\bar{z}=-3+4i$. **C.** $\bar{z}=3+4i$. **D.** $\bar{z}=-3-4i$.

Câu 3.

Đồ thị hình bên là của hàm số

A. $y=-x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-\frac{x^3}{3}+x^2+1$.

C. $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.



Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+5y-z-2=0$ cắt nhau tại điểm $M(a;b;c)$ khi đó $a+b+c$ có giá trị là

A. 5. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7. Xác định m để đồ thị hàm số $(C)\colon y=5x^4-8x^2+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

A. $\frac{9}{16}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** 9. **D.** $\frac{25}{16}$.

Câu 8. Biết $\int_0^{\pi}(x-\sin 2x)\,dx=\frac{a}{b}\pi^2$ trong đó a, b là các số thực và $\frac{a}{b}$ (tối giản). Tính $a+b$.

A. -3. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 9. Cho đồ thị (C): $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Từ một điểm bất kỳ trên đường thẳng $x = 2$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C)?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 10. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn phương trình: $3C_n^2 + 2A_n^2 = 3n^2 + 15$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(2x^3 - \dfrac{3}{x^2}\right)^n$ bằng

A. -1088640. **B.** 1088640. **C.** -210. **D.** 210.

Câu 11. Số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức: $C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + C_{2n}^8 - C_{2n}^{10} + \cdots + (-1)^n C_{2n}^{2n} = 2^{1008}$ là

A. 2018. **B.** 2016. **C.** 1009. **D.** 1008.

Câu 12. Cho $y = \ln(4x+3)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $4y' + (4x+3)y'' = 0$. **B.** $4y' + 3y'' = 0$.

C. $y + 4y' - (4x+3)y'' = 0$. **D.** $y' + 4y'' = 0$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Đẳng thức nào **sai**?

A. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}t$. **B.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

C. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(t)\,\mathrm{d}t$. **D.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_b^a f(t)\,\mathrm{d}(-t)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - 5y + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}_1 = (2;-5;1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2;-5;0)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2;5;0)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2;5;1)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $\displaystyle\int_0^4 f'(x)\,\mathrm{d}x = 5$, $\displaystyle\int_2^5 f'(2u)\,\mathrm{d}u = 6$, $f(0) = 3$. Giá trị của $f(10)$ bằng

A. 4. **B.** 20. **C.** -4. **D.** -20.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x + 2$ trên đoạn $[-2;0]$ là

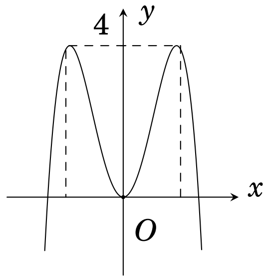
A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3\sin 2x + m$. Số các giá trị m nguyên để $f^2(x) \le 36$, $\forall x$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 18.

Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-4x^2+m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt?



A. $0\le m<4$. **B.** $0<m<4$. **C.** $0\le m\le 6$. **D.** $2<m<6$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{3x+1}$ là

A. $\ln|3x+1|+C$. **B.** $\dfrac{1}{3x+1}+C$. **C.** $\dfrac{9}{(3x+1)^2}+C$. **D.** $3\ln|3x+1|+C$.

Câu 20. Giá trị của biểu thức $P=a^{\log_{\sqrt{a}}3}$, $(0<a\ne 1)$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 9.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm đoạn SB, G là trọng tâm tam giác SAD. Gọi J là giao điểm của AD với (OMG) khi đó $\dfrac{JD}{AD}$ bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=\log(x-1)$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 23. Một tứ diện đều cạnh bằng a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|=2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\dfrac{1}{2}(1+i)z$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là một đường cong có độ dài bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** 4π.

Câu 25. Phương trình $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0$ có nghiệm khi

A. $m\le 1$. **B.** $m>\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 26. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$ khi quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{5\mathrm{e}^3+2}{27}\pi$. **B.** $\dfrac{5\mathrm{e}^3-2}{27}\pi$. **C.** $\dfrac{5\mathrm{e}^3+2}{25}\pi$. **D.** $\dfrac{5\mathrm{e}^3-2}{25}\pi$.

Câu 27. Hiệu giá trị nguyên âm lớn nhất và nhỏ nhất của m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục Ox tại đúng 1 điểm là

A. 12. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 36.

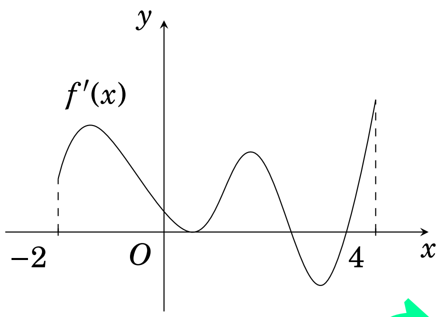
Câu 28. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-1}$.

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29.

Tìm số điểm cực tiểu trên đoạn $[-2;4]$ của hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.



Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $z+(1+i)\bar{z} = 5+2i$. Mô-đun của z bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{27}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 31. Từ một hộp chứa 17 thẻ được đánh số từ 1 đến 17, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

A. $\frac{1}{34}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{9}{170}$. **D.** $\frac{1}{26}$.

Câu 32. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3+2(m-1)x^2+(m^2-4m+1)x-2(m^2+1)$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1+x_2)$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 33. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $S_{tp} = \pi Rh+\pi R^2$. **B.** $S_{tp} = \pi Rl+\pi R^2$. **C.** $S_{tp} = \pi Rl+2\pi R^2$. **D.** $S_{tp} = 2\pi Rl+2\pi R^2$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Biết góc giữa đường thẳng A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng B_1C và C_1D theo a.

A. $\frac{4a\sqrt{51}}{17}$. **B.** $\frac{a\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{51}}{17}$. **D.** $\frac{8a\sqrt{51}}{17}$.

Câu 35. Cho số phức $z = a+bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $|z| = |\bar{z}-3+4i|$ và có mô-đun nhỏ nhất. Giá trị của $P = ab$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36. Cho hình lập phương $OBCD.O_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a, M là điểm bất kỳ thuộc đoạn OO_1. Tỉ số thể tích hình chóp $MBCC_1B_1$ và hình lăng trụ $OBCO_1B_1C_1$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(15;-1;4)$, $B(7;6;3)$, $C(6;-3;6)$, $D(8;14;-1)$ và $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a+b+c$ khi $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 9. **B.** -5. **C.** 16. **D.** 2.

Câu 38. Khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Khi đó khoảng cách từ A đến (SBC) là

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm của đáy là O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60°, tính cosin của góc giữa MN và mặt phẳng (SBD).

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 120°.

Câu 41. Một quả đào có dạng hình cầu đường kính 6 cm. Hạt của nó là khối tròn xoay sinh ra bởi hình Ê-líp khi quay quanh đường thẳng nối hai tiêu điểm F_1, F_2. Biết tâm của Ê-líp trùng với tâm của khối cầu và độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là 4 cm và 2 cm. Thể tích phần cùi (phần ăn được) của quả đào bằng $\dfrac{a}{b}\pi\,(\text{cm}^3)$ với a, b là các số thực và $\dfrac{a}{b}$ (tối giản), khi đó $a-b$ bằng

A. 97. **B.** 36. **C.** 5. **D.** 103.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

A. $P(-1;0;0)$. **B.** $Q(0;2;3)$. **C.** $K(0;2;0)$. **D.** $E(0;0;3)$.

Câu 43. Vào đầu mỗi tháng chị Liên gửi tiết kiệm 3 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,6%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ tháng đầu tiên) thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng?

A. 29 tháng. **B.** 32 tháng. **C.** 30 tháng. **D.** 31 tháng.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z-1=0$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+5}{2}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-3z+1=0$ và $(R)\colon 2x-3y+z+1=0$ có dạng

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $7x+7y+7z-5=0$. **C.** $x-y+z-6=0$. **D.** $x+y+z+2=0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $(P)\colon x+y-z+1=0$. **B.** $(P)\colon x+y+z-3=0$.

C. $(P): x - y - z + 1 = 0$.

D. $(P): x + 2y + z - 4 = 0$.

Câu 47. Cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\dfrac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \dfrac{1}{3}$.

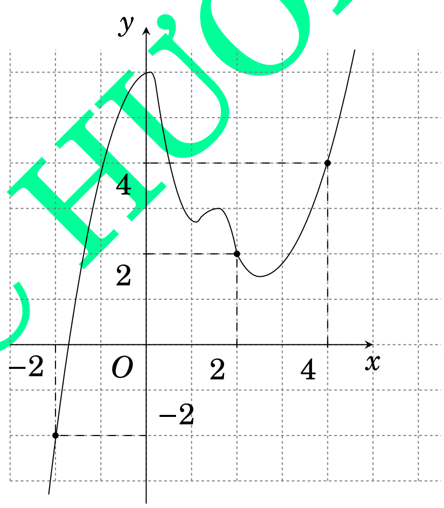
B. $\left[\begin{array}{l}(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \dfrac{1}{3}\\(x-6)^2 + (y+5)^2 + (z-4)^2 = \dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \dfrac{1}{3}$.

D. $\left[\begin{array}{l}(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \dfrac{1}{3}\\(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = f(x) - \dfrac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

B. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

D. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3) \cup (-3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3) \cup (-3;+\infty)$.

Câu 50. Từ một nhóm học sinh có 5 nam và 4 nữ cần chọn ra một đội văn nghệ có 4 người trong đó có cả nam và nữ. Số cách chọn là

A. 120. **B.** 126. **C.** 3024. **D.** 30.

— HẾT —

Đáp án và lời giải chi tiết

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1 C	**6** B	**11** D	**16** B	**21** D	**26** B	**31** A	**36** A	**41** A	**46** B
2 C	**7** B	**12** A	**17** C	**22** C	**27** C	**32** B	**37** A	**42** A	**47** D
3 A	**8** C	**13** A	**18** D	**23** B	**28** A	**33** D	**38** D	**43** D	**48** C
4 D	**9** B	**14** B	**19** A	**24** C	**29** A	**34** C	**39** C	**44** C	**49** B
5 C	**10** B	**15** B	**20** D	**25** A	**30** D	**35** D	**40** C	**45** A	**50** A

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU

Câu 1. $y' = (3e^{3x} - (m-1)e^{x}) \cdot \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^{x}+2}$.

Hàm nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$, $\forall x \in (1;3)$.

Do $\begin{cases} \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0 \\ \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^{x}+2} > 0 \end{cases}$ nên $y' \leq 0$, $\forall x \in (1;3) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^{x} \geq 0$, $\forall x \in (1;3)$ $\Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \geq m$, $\forall x \in (1;3)$.

Xét hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 1$. Ta có $f'(x) = 6e^{2x} > 0$, $\forall x \in (1;3)$. Xét bảng biến thiên

x	1	3
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$f(1)$ $\nearrow$	$f(3)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \min\limits_{x\in(1;3)} f(x) \Leftrightarrow m \leq 3e^2 + 1$. Khi đó tổng các giá trị nguyên dương của m là $\frac{23(1+23)}{2} = 276$.

Chọn đáp án C

Câu 2. Ta có $z = 3 - 4i$ suy ra $\bar{z} = 3 + 4i$.

Chọn đáp án C

Câu 3. Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có hệ số $a < 0$ và có hai cực trị tại $x = 0$ và $x = -2$.

Ta có hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = -3x^2 - 6x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$ là hai cực trị của hàm số.

Chọn đáp án A

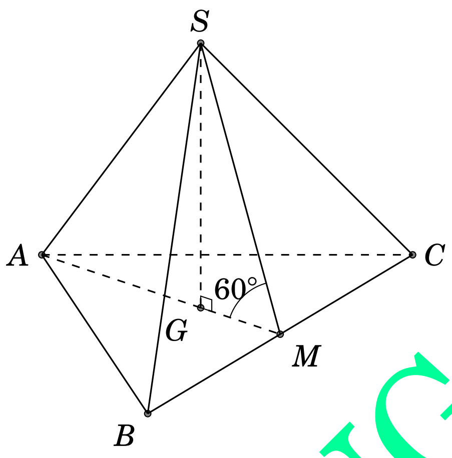
Câu 4.

Gọi M là trung điểm BC. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Ta có $GM \perp BC$. Mà tam giác SBC cân nên $SM \perp BC$. Khi đó, góc tạo bởi mặt bên (SBC) và đáy (ABC) là góc $\widehat{SMG}$.

Ta có $SG = GM\tan 60^\circ = \frac{1}{3}AM\tan 60^\circ = \frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối khóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SG\cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án D

Câu 5. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x+1}{x-1} = -\infty$. Do đó $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án C

Câu 6. Tọa độ giao điểm của d và (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} \\ \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \\ 3x+5y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=0 \\ y-3z=6 \\ 3x+5y-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow M(0;0;-2).$$

Khi đó $a+b+c=-2$.

Chọn đáp án B

Câu 7. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là $5x^4-8x^2+m=0$.

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$. Ta có $5t^2-8t+m=0$. (1)

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16-5m > 0 \\ \frac{m}{5} > 0 \\ \frac{8}{5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{5}.$$

Ta có hàm số $y = f(x) = 5x^4-8x^2+m$ là hàm số chẵn nên $S_1+S_2 = S_3 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2}S_3$. Gọi $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ là bốn hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành ta có

$$S_2 = \frac{1}{2}S_3 \Rightarrow \int_{x_3}^{x_4}(-f(x))\,\mathrm{d}x = \int_0^{x_3} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

$$\Leftrightarrow \int_{x_3}^{x_4} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{x_3} f(x)\mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \int_{0}^{x_4} f(x)\mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \int_{0}^{x_4} (5x^4 - 8x^2 + m)\mathrm{d}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^5 - \frac{8}{3}x^3 + mx\right)\Big|_0^{x_4} = 0 \Leftrightarrow x_4^5 - \frac{8}{3}x_4^3 + mx_4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_4 = 0 \\ x_4^4 - \dfrac{8}{3}x_4^2 + m = 0 \qquad (2) \end{array}\right.$$

Với $x_4 = 0 \Rightarrow m = 0$ (loại).

Xét (2) $\Leftrightarrow (5x_4^4 - 8x_4^2 + m) - 4x_4^4 + \dfrac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow 4x_4^4 - \dfrac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = \dfrac{4}{3} \Rightarrow m = \dfrac{16}{9}$(nhận).

Chọn đáp án B

Câu 8. Ta có $\displaystyle\int_0^{\pi} (x - \sin 2x)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x\right)\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2}$. Suy ra $a = 1$, $b = 2$ khi đó $a + b = 3$.

Chọn đáp án C

Câu 9. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Gọi đường thẳng đi qua điểm $A(2;b)$ có dạng $y = k(x-2) + b$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Điều kiện để đường thẳng trở thành tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 = k(x_0 - 2) + b & (1) \\ 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = k & (2) \end{cases}$$

có nghiệm.

Thay (2) vào (1) ta được

$$\begin{aligned} & x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 = (3x_0^2 - 12x_0 + 9)(x_0 - 2) + b \\ \Leftrightarrow\ & x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 = 3x_0^3 - 18x_0^2 + 33x_0 - 18 + b \\ \Leftrightarrow\ & 2x_0^3 - 24x_0^2 + 24x_0 - 17 = -b. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 17$, ta có $f'(x) = 6x^2 - 24x + 24$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -b$ luôn cắt hàm số $f(x)$ tại một điểm duy nhất. Suy ra phương trình có nghiệm duy nhất nên chỉ có một tiếp điểm. Vậy qua A chỉ kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C).

Chọn đáp án B

Câu 10.

$$\begin{aligned}
& 3C_n^2+2A_n^2 &&= 3n^2+15\\
\Leftrightarrow\ & \frac{3\cdot n!}{2!(n-2)!}+\frac{2\cdot n!}{(n-2)!} &&= 3n^2+15\\
\Leftrightarrow\ & 3n(n-1)+4n(n-1) &&= 6n^2+30\\
\Leftrightarrow\ & n^2-7n-30 &&= 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=10(n)\\ n=-3(l)\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển là

$$C_{10}^k(2x^3)^k\left(-\frac{3}{x^2}\right)^{10-k}=C_{10}^k2^k\cdot(-3)^{10-k}\cdot x^{3k-20+2k}=C_{10}^k2^k\cdot(-3)^{10-k}x^{5k-20}.$$

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển ứng với $5k-20=10\Leftrightarrow k=6$.

Ta có hệ số của số hạng chứ x^{10} trong khai triển là $C_{10}^6 2^6\cdot(-3)^4=1088640$.

Chọn đáp án B

Câu 11. Xét khai triển

$$(1+x)^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1x+C_{2n}^2x^2+C_{2n}^3x^3+C_{2n}^4x^4+C_{2n}^5x^5+\cdots C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}+C_{2n}^{2n}x^{2n}.$$

Cho $x=i$ ta có

$$\begin{aligned}
(1+i)^{2n} &= C_{2n}^0+C_{2n}^1i+C_{2n}^2i^2+C_{2n}^3i^3+C_{2n}^4i^4+C_{2n}^5i^5+C_{2n}^6i^6+\cdots+C_{2n}^{2n-1}i^{2n-1}+C_{2n}^{2n}i^{2n}\\
&= C_{2n}^0+C_{2n}^1i-C_{2n}^2-C_{2n}^3i+C_{2n}^4+C_{2n}^5i-C_{2n}^6+\cdots-C_{2n}^{2n-1}i+(-1)^nC_{2n}^{2n}\\
&= C_{2n}^0-C_{2n}^2+C_{2n}^4-C_{2n}^6+\cdots+(-1)^nC_{2n}^{2n}+i\left(C_{2n}^1-C_{2n}^3+C_{2n}^5-\cdots-C_{2n}^{2n-1}\right)\\
&= C_{2n}^0-C_{2n}^2+C_{2n}^4-C_{2n}^6+C_{2n}^8-C_{2n}^{10}+\cdots+(-1)^nC_{2n}^{2n}.
\end{aligned}$$

Khi đó $(1+i)^{2n}=2^{1008}\Leftrightarrow\left[(1+i)^2\right]^n=2^{1008}\Leftrightarrow(2i)^n=2^{1008}\Leftrightarrow 2^ni^n=2^{1008}\Leftrightarrow n=1008$.

Chọn đáp án D

Câu 12. $y=\ln(4x+3)\Rightarrow y'=\dfrac{4}{4x+3}\Rightarrow y''=\dfrac{-16}{(4x+3)^2}$.

Ta có $4y'+(4x+3)y''=\dfrac{16}{4x+3}-\dfrac{16}{4x+3}=0$.

Chọn đáp án A

Câu 13. Ta có $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

Chọn đáp án A

Câu 14. Ta có mặt phẳng (P): $2x-5y+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-5;0)$.

Chọn đáp án B

Câu 15. Đặt $x = 2u \Rightarrow \mathrm{d}x = 2\,\mathrm{d}u$.

Đổi cận $u = 2 \Rightarrow x = 4$, $u = 5 \Rightarrow x = 10$.

Khi đó $\int\limits_2^5 f'(2u)du = \int\limits_2^5 f'(x)\dfrac{\mathrm{d}x}{2} = \dfrac{1}{2}\int\limits_2^5 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Mà $\int\limits_2^5 f'(2u)du = 6 \Rightarrow \dfrac{1}{2}\int\limits_2^5 f'(x)\,\mathrm{d}x = 6 \Rightarrow \int\limits_2^5 f'(x)\,\mathrm{d}x = 12$.

Ta có $\int\limits_0^{10} f'(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^4 f'(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_4^{10} f'(x)\,\mathrm{d}x = 5 + 12 = 17$. Mà $\int\limits_0^{10} f'(x)\,\mathrm{d}x = f(10) - f(0)$
$\Rightarrow f(10) = 20$.

Chọn đáp án B

Câu 16. Ta có $y' = x^2 - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin [-2;0] \\ x = -1 \in [-2;0] \end{array}\right.$.

$y(0) = 2$, $y(-2) = \dfrac{4}{3}$, $y(-1) = \dfrac{8}{3}$. Suy ra $\max\limits_{x\in[-2;0]} y = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 17. Ta có $\cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3\sin 2x + m = 1 - \sin^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3\sin 2x + m$.

Đặt $t = \sin x + \cos x$, $t \in [-\sqrt{2};\sqrt{2}] \Rightarrow t^2 - 1 = \sin 2x$.

Khi đó, ta được $1 - (t^2-1)^2 + 2t^3 - 3(t^2-1) + m = 1 - (t^2-1)(t^2+2) + 2t^3 + m$.

Xét $h(t) = 1 + 2t^3 - (t^2-1)(t^2+2) = -t^4 + 2t^3 - t^2 + 3$.

Ta có $f^2(x) \le 36, \forall x \Leftrightarrow |h(t) + m| \le 6 \Leftrightarrow \begin{cases} h(t) + m \le 6 \\ h(t) + m \ge -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h(t) \le 6 - m \\ h(t) \ge -6 - m \end{cases}$.

Ta có $h'(t) = -4t^3 + 6t^2 - 2t \Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 1 \\ t = \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\sqrt{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1		$\sqrt{2}$
$h'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(t)$	$-3+4\sqrt{2}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$\frac{239}{81}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-3+4\sqrt{2}$

Khi đó $\begin{cases} h(t) \le 6 - m \\ h(t) \ge -6 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \max\limits_{t\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]} h(t) \le 6 - m \\ \min\limits_{t\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]} h(t) \ge -6 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \le 6 - m \\ -3 + 4\sqrt{2} \ge -6 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow -9 \le m \le -3 - 4\sqrt{2}$. Số giá trị m nguyên là 1.

Chọn đáp án C

Câu 18. $x^4-4x^2+m-2=0 \Leftrightarrow -x^4+4x^2=m-2$. Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+4x^2$ và đường thẳng $y=m-2$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m-2<4 \Leftrightarrow 2<m<6$.

Chọn đáp án D

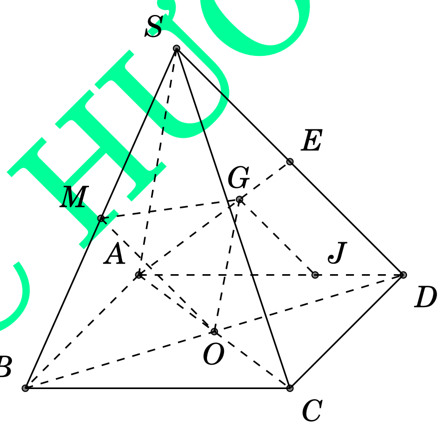
Câu 19. Ta có $\int \frac{3}{3x+1}\,\mathrm{d}x=\ln|3x+1|+C$.

Chọn đáp án A

Câu 20. Ta có $P=a^{\log_{\sqrt{a}}3}=a^{2\log_a 3}=\left(a^{\log_a 3}\right)^2=3^2=9$.

Chọn đáp án D

Câu 21.



Ta có MO là đường trung bình của tam giác SBD suy ra $MO \parallel SD$.

Ta có $\begin{cases} MO \parallel SD \\ G \in (OMG)\cap(SAD) \end{cases}$

$\Rightarrow (OMG)\cap(SAD)=Gx \parallel SD \parallel MO$

$\Rightarrow Gx \cap AD = J$.

Ta có $J \in Gx \subset (OMG) \Rightarrow J = AD \cap (OMG)$.

Gọi E là trung điểm SD với G là trọng tâm ta có $\frac{AG}{AE}=\frac{2}{3}$.

Do $GJ \parallel MO \parallel SD$, áp dụng định lý Tha-lét trong tam giác AED ta có $\frac{GE}{AE}=\frac{JD}{AD}=\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 22. Hàm số xác định khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$ hay $x \in (1;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 23.

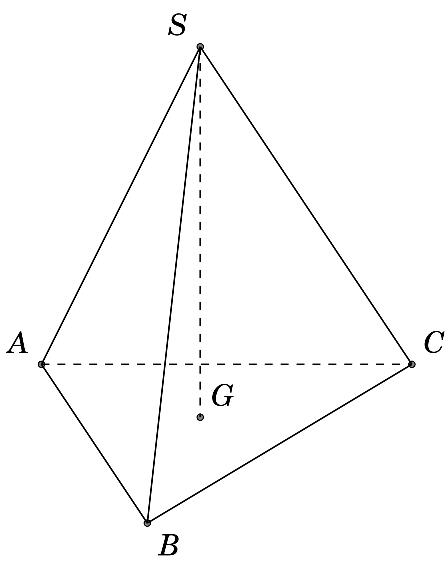
Ta có tam giác ABC là tam giác đều, gọi G là trọng tâm tam giác suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bán kính

$$R=AG=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq}=\pi\cdot R\cdot SA=\pi\cdot\frac{a\sqrt{3}}{3}\cdot a=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án B

Câu 24. Ta có $w=\frac{1}{2}(1+i)z \Rightarrow z=\frac{2w}{1+i}$. Ta có $|z-2|=2 \Leftrightarrow \left|\frac{2w}{1+i}-2\right|=2 \Leftrightarrow \left|\frac{2w-2(1+i)}{1+i}\right|=2 \Leftrightarrow$ $\frac{|2w-2(1+i)|}{|1+i|}=2 \Leftrightarrow \frac{|2|\cdot|w-(1+i)|}{|1+i|}=2 \Leftrightarrow |w-1-i|=\sqrt{2}$.

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P=2\pi R=2\sqrt{2}\pi$.

Cách 2: Ta có

$$\begin{aligned} & w=\frac{1}{2}(1+i)(z-2)+(1+i)\\ \Leftrightarrow\quad & w-1-i=\frac{1}{2}(1+i)(z-2)\\ \Rightarrow\quad & |w-1-i|=\frac{1}{2}\cdot|1+i|\cdot|z-2|=\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P=2\pi R=2\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án C

Câu 25. Ta có $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0 \Leftrightarrow \left(2^{x+1}\right)^2-2\cdot 2^{x+1}+m=0 \Leftrightarrow \left(2^{x+1}\right)^2-2\cdot 2^{x+1}=-m$.

Đặt $t=2^{x+1}$, $t>0$. Phương trình trở thành $t^2-2t=-m \quad (1)$.

Xét hàm số $y=f(t)=t^2-2t$ có $y'=f'(t)=2t-2$. Cho $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=1$. Ta có bảng biến thiên

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$	||	$-$	0	$+$	
$f(t)$	||	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Chọn đáp án A

Câu 26. Phương trình hoành độ giao điểm $x\ln x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Thể tích khối tròn xoay sinh ra $V=\pi\int\limits_1^{\mathrm{e}}\left|x^2\ln^2 x\right|\mathrm{d}x=\pi\left|\int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln^2 x\,\mathrm{d}x\right|$. Xét $\int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln^2 x\,\mathrm{d}x$

Đặt $u=\ln^2 x \Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{2}{x}\ln x$, $\mathrm{d}v=x^2\,\mathrm{d}x \Rightarrow v=\frac{x^3}{3}$. Ta được

$$\begin{aligned} & \int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln^2 x\,\mathrm{d}x\\ = \quad & \frac{x^3}{3}\ln^2 x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\frac{2}{3}\int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln x\,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

Xét $\int_1^e x^2 \ln x \, dx$. Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$, $dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$. Ta được

$$\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 \, dx = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{9} x^3 \Big|_1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9}.$$

Khi đó $\int_1^e x^2 \ln^2 x \, dx = \frac{e^3}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{27} e^3 - \frac{2}{27} = \frac{5e^3 - 2}{27}$. Vậy thể tích khối tròn xoay $V = \frac{5e^3 - 2}{27} \pi$.

Chọn đáp án B

Câu 27. Số giao điểm của đồ thị với trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 + mx + 2 = 0$.

Ta có $x = 0$ không là nghiệm của phương trình. Khi đó, $m = -x^2 - \frac{2}{x}$ (1).

Đặt $f(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$. Ta có $f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2(x^3 - 1)}{x^2}$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Xét bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m > -3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất. Do đó, giá trị nguyên âm nhỏ nhất đạt được là -2 và giá trị nguyên âm lớn nhất đạt được là -1 nên hiệu giá trị nguyên âm lớn nhất và nhỏ nhất là 1.

Chọn đáp án C

Câu 28. Ta có $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(3x+2)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{3x+2}{x+1} = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 29. Đồ thị ta thấy $f'(x) = 0$ tại ba điểm theo thứ tự x_1, x_2, x_3. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	-2		x_1		x_2		x_3		4
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ có một cực tiểu.

Chọn đáp án A

Câu 30. Đặt $z = a+bi$. Ta có $z+(1+i)\bar{z} = 5+2i \Leftrightarrow (a+bi)+(1+i)(a-bi) = 5+2i \Leftrightarrow 2a+b+ai = 5+2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=5 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow z = 2+i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$$

Chọn đáp án D

Câu 31. Không gian mẫu Ω là tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{17}^4$.

Gọi A là biến cố chọn 4 được thẻ đánh số chẵn. Ta có $n(\mathrm{A}) = \mathrm{C}_8^4$.

Khi đó $P(\mathrm{A}) = \dfrac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{34}$.

Chọn đáp án A

Câu 32. $f'(x) = 3x^2 + 4(m-1)x + (m^2 - 4m + 1)$.

Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2)$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2)$.

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \Delta' > 0 \\ \Leftrightarrow\ & [2(m-1)]^2 - 3(m^2 - 4m + 1) > 0 \\ \Leftrightarrow\ & 4m^2 - 8m + 4 - 3m^2 + 12m - 3 > 0 \\ \Leftrightarrow\ & m^2 + 4m + 1 > 0 \\ \Leftrightarrow\ & m < -2 - \sqrt{3} \text{ hay } m > -2 + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Theo Vi-ét ta có $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m^2 - 4m + 1}{3}$, $S = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-4(m-1)}{3}$.

Xét

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2)\\
\Leftrightarrow\ & 2x_1+2x_2=x_1x_2(x_1+x_2)\\
\Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)(2-x_1x_2)=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x_1+x_2=0\\ 2-x_1x_2=0\end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \dfrac{-4(m-1)}{3}=0\\ \dfrac{m^2-4m+1}{3}=2\end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m-1=0\\ m^2-4m-5=0\end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=1 \text{ (nhận)}\\ m=-1 \text{ (loại)}\\ m=5 \text{ (nhận)}\end{array}\right. .
\end{aligned}$$

Tổng các giá trị của tham số m là $5+1=6$.

Chọn đáp án B

Câu 33. Ta có diện tích xung quanh $S_{xq}=2\pi\cdot R\cdot l$, diện tích đáy $S_{\text{đáy}}=2\pi R^2$.

Khi đó $S_{tp}=S_{xq}+S_{\text{đáy}}=2\pi\cdot R\cdot l+2\pi\cdot R^2$.

Chọn đáp án D

Câu 34.

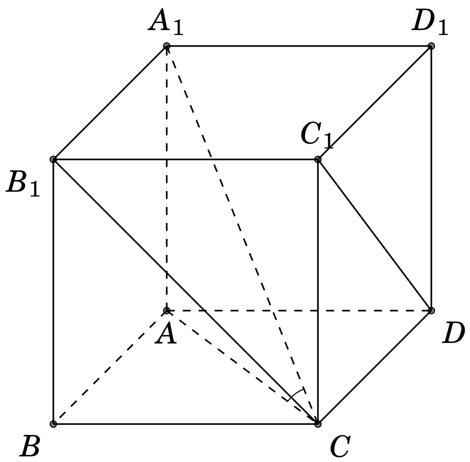
Ta có $C_1D \parallel B_1A \Rightarrow C_1D \parallel (AB_1C)$

$\Rightarrow$ d(C_1D, B_1C) = d$(C_1D,(B_1AC))$ = d$(C_1,(AB_1C))$. $AA_1 \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của A_1C lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc tạo bởi A_1C và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{A_1CA}$.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{(a\sqrt{3})^2+a^2}=2a$.

Xét tam giác AA_1C có

$$AA_1=AC\cdot\tan 60^\circ=2\sqrt{3}a.$$



Chọn hệ trục với $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$, $C(a;a\sqrt{3};0)$, $A_1(0;0;2a\sqrt{3})$, $D_1(0;a\sqrt{3};2a\sqrt{3})$, $B_1(a;0;2a\sqrt{3})$; $C_1(a;a\sqrt{3};2a\sqrt{3})$.

Ta có $\overrightarrow{AB_1}=(a;0;2a\sqrt{3})$, $\overrightarrow{AC}=(a;a\sqrt{3};0)$, $[\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{AC}]=\left(-6a^2;2\sqrt{3}a^2;\sqrt{3}a^2\right)$. Mặt phẳng (AB_1C) qua ba điểm A, B_1, C.

Khi đó mặt phẳng (AB_1C) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-6,2\sqrt{3};\sqrt{3})$. Phương trình mặt phẳng (AB_1C): $-6x+2\sqrt{3}y+\sqrt{3}z=0$.

Khoảng cách từ C_1 đến (AB_1C) là

$$\mathrm{d}(C_1,(AB_1C))=\frac{|-6\cdot a+2\sqrt{3}\cdot a\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot 2a\sqrt{3}|}{\sqrt{(-6)^2+(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

Chọn đáp án C

Câu 35. Đặt $z=a+bi$, ta có

$$\begin{aligned} & |z|=|\bar{z}-3+4i| \\ \Leftrightarrow\ & |a+bi|=|a-bi-3+4i| \\ \Leftrightarrow\ & |a+bi|=|(a-3)-(b-4)i| \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2} \\ \Leftrightarrow\ & a^2+b^2=(a-3)^2+(b-4)^2 \\ \Leftrightarrow\ & -6a+9-8b+16=0 \\ \Leftrightarrow\ & 6a+8b-25=0. \end{aligned}$$

Tập hợp điểm của số phức z là đường thẳng $6x+8y-25=0$. Vậy mô-đun nhỏ nhất của số phức z là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên đường thẳng.

Xét đường thẳng qua O và vuông góc với đường thẳng $6x+8y-25=0$ có phương trình là $8x-6y=0$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng $6x+8y-25=0$. Ta có tọa độ H thỏa hệ $\begin{cases}6x+8y-25=0\\8x-6y=0\end{cases}\Leftrightarrow$ $\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=2\end{cases}$.

Suy ra $H\left(\dfrac{3}{2};2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{3}{2}+2i$. Vậy $a=\dfrac{3}{2}$, $b=2$ khi đó $P=3$.

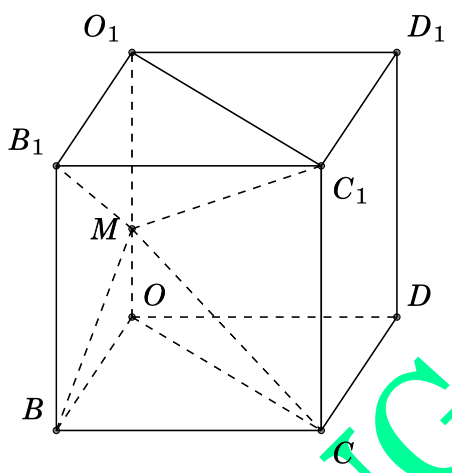
Chọn đáp án D

Câu 36.

Đặt $V_1 = V_{MBCC_1B_1}$, $V_2 = V_{OBCO_1B_1C_1}$.

Ta có $V_2 = \dfrac{1}{2}a^3$, $V_1 = \dfrac{1}{3}OB \cdot S_{BCC_1B_1} = \dfrac{1}{3}a \cdot a^2 = \dfrac{1}{3}a^3$.

Khi đó $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\dfrac{a^3}{3}}{\dfrac{a^3}{2}} = \dfrac{2}{3}$.



Chọn đáp án A

Câu 37. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 5$. Gọi G là điểm thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Ta có

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2$$
$$\geq (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})^2 = (4\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})^2 = (4\overrightarrow{MG})^2.$$

Vậy $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất. Mà MG nhỏ nhất khi M là giao điểm của MI và mặt cầu (S).

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 9 \\ y_G = 4 \\ z_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G(9;4;3).$

Ta có $\overrightarrow{GI} = (8;6;0) = 2(4;3;0)$. Đường thẳng GI có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng GI và mặt cầu (S) là

$$(1+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 3^2 - 2(1+4t) + 4(-2+3t) - 6 \cdot 3 - 11 = 0 \Leftrightarrow 25t^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \Rightarrow M(5;1;3) \\ t = -1 \Rightarrow M(-3;5;3). \end{array}\right.$$

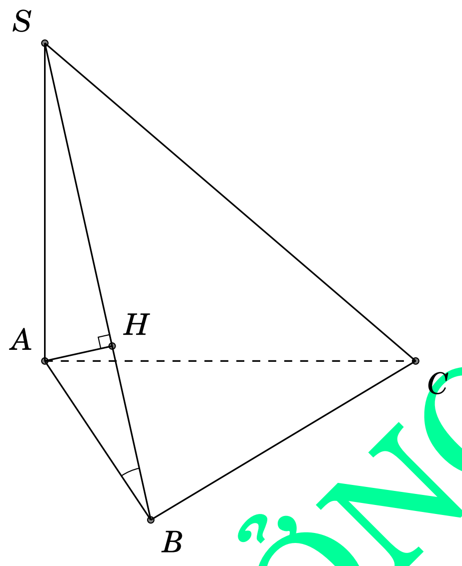
- Với $M(5;1;3) \Rightarrow IM = 5 = R$ (nhận).
- Với $M(-3;-5;3) \Rightarrow IM = \sqrt{122} > R$ (loại).

Khi đó $P = 5 + 1 + 3 = 9$.

Chọn đáp án A

Câu 38.

Kẻ đường cao AH trong tam giác SAB.



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$. Do $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Khi đó ta được $\mathrm{d}(A,(SBC)) = AH$.

$SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC). Nên góc giữa SB và (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60°$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = AB\tan 60° = a\sqrt{3}$.

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2}$

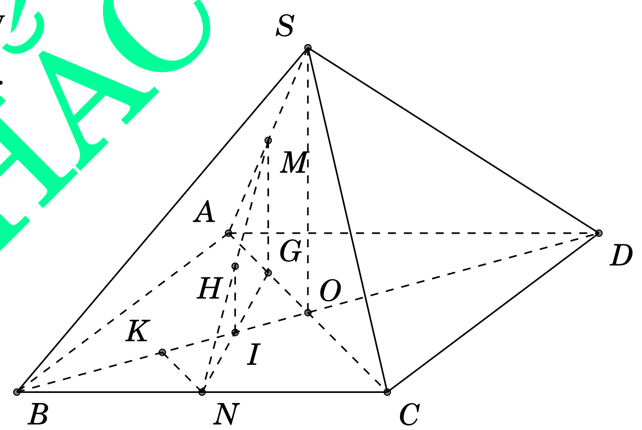
$\Rightarrow AH^2 = \dfrac{SA^2 \cdot AB^2}{SA^2 + AB^2} = \dfrac{(a\sqrt{3})^2 \cdot a^2}{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = \dfrac{3a^2}{4}$.

Suy ra $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 39.

Gọi G là hình chiếu của M lên $(ABCD)$. Ta thấy $G \in AC$. Góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{GNM} = 60°$.



Áp dụng định lý cos cho tam giác CNG, ta có

$$NG^2 = CN^2 + CG^2 - 2NC \cdot CG \cdot \cos\widehat{NCG} = \frac{5a^2}{8}.$$

Suy ra $NG = a\sqrt{\dfrac{5}{8}}$. Vậy

$$MN = \frac{NG}{\cos 60°} = a\frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Gọi I là giao điểm của GN và BO. Từ I kẻ đường thẳng song song với MG, cắt MN tại H. Khi đó H là giao điểm của MN và mặt phẳng (SBD). Gọi K là hình chiếu của N lên BD. Khi đó $\begin{cases} NK \perp BD \\ NK \perp SO \end{cases} \Rightarrow NK \perp (SBD)$ suy ra góc tạo bởi MN và mặt phẳng (SBD) là góc $\widehat{NHK}$.

Ta có tứ giác $GONK$ là hình bình hành nên I là trung điểm GN.

Xét tam giác vuông NKH, ta có $NH = \dfrac{1}{2}MN = a\sqrt{\dfrac{5}{8}}$, $NK = \dfrac{1}{2}CO = a\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Do đó $\sin\widehat{NHK} = \dfrac{NK}{HN} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án C

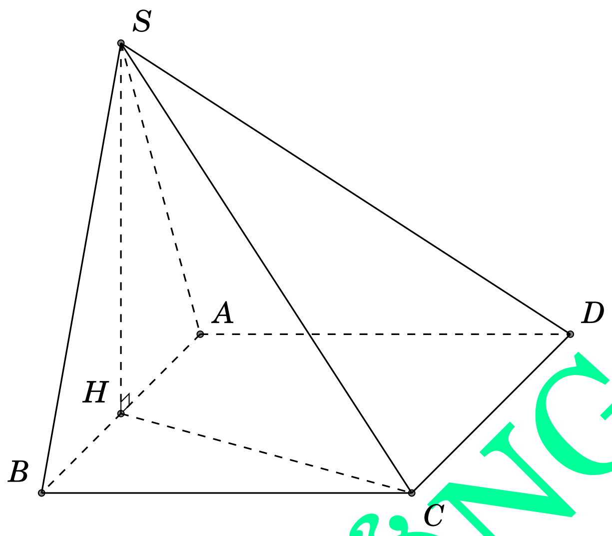
Câu 40.

Gọi H là trung điểm AB, ta có tam giác SAB cân tại S do đó $SH \perp AB$ mà (SAB) vuông góc đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Do đó HC là hình chiếu của SC lên mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$.

Ta có thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot a^2.$$



Mà $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6} \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Ta có tam giác BHC vuông tại B có $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

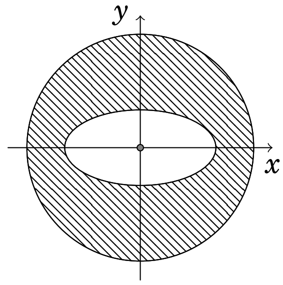
Xét tam giác vuông SHC có $\tan\widehat{SCH} = \dfrac{SH}{HC} = \dfrac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án C

Câu 41.

Xét Elip có độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ lần lượt là 4 và 2. Ta có $a = 2$, $b = 1$. Phương trình chính tắc của Ê-líp là

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$$



Gọi V_1 là thể tích khối cầu. V_2 là thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình Ê-líp khi quay quanh trục Ox. Khi đó thể tích V phần cùi (phần ăn được) của quả đào là $V = V_1 - V_2$.

Ta có $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$.

Ta có $V_2 = 2\pi \displaystyle\int_0^2 \left|1 - \frac{x^2}{4}\right| \mathrm{d}x = 2\pi \int_0^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) \mathrm{d}x = 2\pi \left(x - \frac{x^3}{12}\right)\Big|_0^2 = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3}$.

Khi đó $V = V_1 - V_2 = 36\pi - \dfrac{8\pi}{3} = \dfrac{100\pi}{3}$. Khi đó $a = 100$, $b = 3$ suy ra $a - b = 97$.

Chọn đáp án A

Câu 42. Trục Ox có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm $P(-1;0;0)$.

Chọn đáp án A

Câu 43. Gọi số tiền gửi hàng tháng của chị Liên là $A = 3$ triệu đồng. Lãi suất hàng tháng $r = 0{,}6\%$/tháng.

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ nhất là

$$T_1 = A(1+r).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ hai là

$$T_2 = A(1+r)^2 + A(1+r) = A(1+r)((1+r)+1).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ ba là

$$T_3 = A(1+r)^3 + A(1+r)^2 + A(1+r) = A((1+r)^2 + (1+r)+1)(1+r).$$

Bằng phương pháp quy nạp, khi đó tổng số tiền chị Liên nhận được sau mỗi tháng là

$$T = \frac{A}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r).$$

Yêu cầu bài toán

$$\frac{3}{0,6\%}\left[(1+0,6\%)^n - 1\right](1+0,6\%) > 100 \Leftrightarrow (1,006)^n - 1 > \frac{100}{503} \Leftrightarrow n > \log_{1,006}\frac{603}{503} \approx 30,3.$$

Vậy ít nhất sau 31 tháng thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng.

Chọn đáp án D

Câu 44. Gọi A là giao điểm của d và (α). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} \\ \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{1} \\ x+y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow A(0;0;-1).$$

Đường thẳng d qua điểm $A(3;3;2)$. Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc (α), d' có phương trình là $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Gọi B là giao điểm của d' và (α). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} \\ \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{-1} \\ x+y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ -y-z=-5 \\ x+y-z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow B(2;2;3).$$

Khi đó, đường thẳng Δ qua A, B chính là hình chiếu vuông góc của d lên (α). Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;4)$. Gọi I là trung điểm AB suy ra $I(1;1;1)$.

Đường thẳng Δ qua I nhận một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{n} = (1;1;2)$ có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Chọn đáp án C

Câu 45. Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1;2;-3)$.

Mặt phẳng (R) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(R)} = (2;-3;1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(R)}] = (-7;-7;-7)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$-7(x+1)-7(y+2)-7(z-5)=0 \Leftrightarrow -7x-7y-7z+14=0 \Leftrightarrow x+y+z-2=0.$$

Chọn đáp án A

Câu 46. Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Xét tam giác ABC có $AB^2 = a^2+b^2$, $AC^2 = a^2+c^2$, $BC^2 = b^2+c^2$. Khi đó

$$\cos\widehat{A} = \frac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AB\cdot AC} = \frac{a^2}{AB\cdot AC} > 0$$

suy ra góc A nhọn. Chứng minh tương tự ta được góc $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ nhọn. Do đó, tam giác ABC có ba góc nhọn.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Ta có (P) qua I suy ra $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$. Suy ra a, b, c lớn hơn 1.

Xét tam giác ABC có $IA = IB = IC$ mà a, b, $c > 1$. Do đó $a = b = c$ suy ra tam giác ABC đều hay I là trực tâm của tam giác ABC khi đó OI vuông góc (ABC).

Ta có $\overrightarrow{OI} = (1;1;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Suy ra mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$.

Chọn đáp án B

Câu 47. $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-2)$ suy ra $AB: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2+2t \\ z = 3-2t. \end{cases}$

Ta có bán kính $R = \frac{AB}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Tâm I thuộc AB suy ra $I(1-2t,-2+2t,3-2t)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu nên

$$\begin{aligned}
& \mathrm{d}(I,(P)) = R \\
\Leftrightarrow & \frac{|(1-2t)+(-2+2t)+(3-2t)+4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\
\Leftrightarrow & |6-t| = 1 \\
\Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} 6-2t = 1 \Rightarrow 2t = 5 \Rightarrow I(-4;3;-2) \\ 6-2t = -1 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow I(-6;5;-4) \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Ta có phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4;3;-2)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2 = \frac{1}{3}.$$

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(-6;5;-4)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\frac{1}{3}.$$

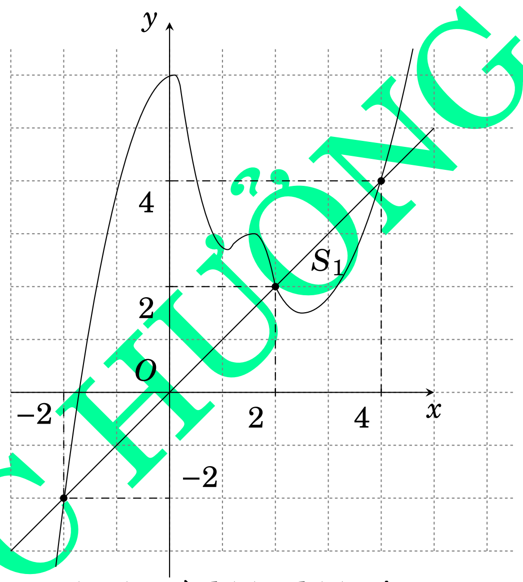
Chọn đáp án D

Câu 48.

Ta có $h(x)=2f(x)-x^2$ nên $h'(x)=2f'(x)-2x=2\left(f'(x)-x\right)$.
Vẽ đường thẳng $y=x$ cắt đồ thị tại ba điểm $(-2;-2)$, $(2;2)$, $(4;4)$ tạo ra hai miền (H_1), (H_2) có diện tích là S_1 và S_2.
Trong đó

$$S_1=\int_2^4(x-f'(x))\mathrm{d}x>0$$

nên $0<2\displaystyle\int_2^4(x-f'(x))\mathrm{d}x=\left(x^2-2f(x)\right)\Big|_2^4=h(2)-h(4)$.
Do đó $h(2)>h(4)$.



Ta có $f(x)$ là hàm liên tục nên $h(x)$ cũng là hàm liên tục, $\forall x\in(2;4)$, mà $h(2)>h(4)$ nên suy ra hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.
Chọn đáp án C

Câu 49. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. Ta có $y'=\dfrac{5}{(x+3)^2}>0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.
Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.
Chọn đáp án B

Câu 50. Số cách chọn 4 người toàn nam hoặc toàn nữ có $\mathrm{C}_5^4+\mathrm{C}_4^4=6$ cách.
Số cách chọn 4 người tùy ý có $\mathrm{C}_9^4=126$.
Số cách chọn 4 người trong đó có cả nam và nữ là $126-6=120$.
Chọn đáp án A