

Họ và tên học sinh: Lớp:

Mã đề thi 107

Câu 1. Nhận xét nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \forall a, b, c \in \mathbb{R}$.
 B. $\log_3(a + b) = \log_3 a + \log_3 b \forall a, b > 0$.
 C. $\log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b \forall a, b > 0$.
 D. $\log_3 \frac{a}{b} = \frac{\log_3 a}{\log_3 b} \forall a, b > 0$.

Câu 2. Số hạng chứa x^2 trong khai triển $(x + \frac{1}{x})^{12}$ là

- A. C_{12}^6 .
 B. $C_{12}^5 x^2$.
 C. $C_{12}^6 x^2$.
 D. C_{12}^5 .

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 1.
 B. 2.
 C. 0.
 D. 3.

Câu 4. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng bao nhiêu?

- A. 2.
 B. $\frac{17}{2}$.
 C. 7.
 D. $\frac{17}{4}$.

Câu 5. Cho tứ diện đều ABCD, gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng (P) qua M, song song với AC và BD. Thiết diện của tứ diện ABCD với mặt phẳng (P) là

- A. Hình vuông.
 B. Hình ngũ giác.
 C. Hình chữ nhật không vuông.
 D. Hình tam giác.

Câu 6. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
 B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.
 C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
 D. $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 7. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$.

- A. $T_{\min} = 4 + 2\sqrt{6}$.
 B. $T_{\min} = 4 - 2\sqrt{6}$.
 C. $T_{\min} = 6 - 2\sqrt{3}$.
 D. $T_{\min} = 6 + 2\sqrt{3}$.

Câu 8. Cho các số thực x, y và a thỏa mãn $x > y, a > 1$. Khi đó, điều nào sau đây là đúng?

- A. $a^x \leq a^y$.
 B. $a^x \geq a^y$.
 C. $a^x > a^y$.
 D. $a^x < a^y$.

Câu 9. Tính tổng các nghiệm thực của phương trình $(4^x - 16)^3 + (16^x - 4)^3 = (16^x + 4^x - 20)^3$.

- A. 3. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{7}{2}$. D. 4.

Câu 10. Một cấp số cộng (u_n) có tổng của n số hạng đầu S_n tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

- A. $u_1 = 8; d = -10$. B. $u_1 = 8; d = 10$. C. $u_1 = -8; d = -10$. D. $u_1 = -8; d = 10$.

Câu 11. Hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a có thể tích là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$, chọn phát biểu đúng.

- A. $2x_1 + x_2 = 0$. B. $x_1x_2 = -1$. C. $x_1 + x_2 = -2$. D. $x_1 + 2x_2 = -1$.

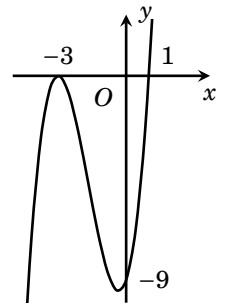
Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm X, Y, Z sao cho $AX = 2A'X, BY = B'Y, CZ = 3C'Z$. Mặt phẳng (XYZ) cắt DD' tại điểm T . Khi đó tỉ số thể tích của khối $XYZT.ABCD$ và khối $XYZT.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{17}{24}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{17}{7}$. D. $\frac{7}{24}$.

Câu 14.

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = (x + 3)^2(x - 1)^2$.
 B. $y = (x + 3)(x - 1)^2$.
 C. $y = (x + 3)^2(x - 1)$.
 D. $y = (x + 3)(x - 1)$.



Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 5x + m + 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để tồn tại

giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 16. Danh sách lớp của bạn Nam đánh số từ 1 đến 45, Nam có số thứ tự là 21. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp để trực nhật. Tính xác suất để chọn được bạn có số thứ tự lớn hơn số thứ tự của Nam.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{1}{45}$. C. $\frac{24}{25}$. D. $\frac{7}{5}$.

Câu 17. Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu $18\pi \text{ dm}^2$. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là 8 dm, tính tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới.

- A. $S = 90\pi (\text{dm}^2)$. B. $S = 84\pi (\text{dm}^2)$. C. $S = 162\pi (\text{dm}^2)$. D. $S = 108\pi (\text{dm}^2)$.

Câu 18. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 19. Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là

A. $x = -2; y = 2$. B. $x = -2; y = -2$. C. $x = 2; y = 2$. D. $x = -2; y = \frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua giao điểm của (C) với trục tung. Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì d có hệ số góc k thỏa mãn

A. $k < 0$. B. $-9 < k < 0$. C. $\begin{cases} k > 0 \\ k \neq 9 \end{cases}$. D. $\begin{cases} k < 0 \\ k \neq -9 \end{cases}$.

Câu 21. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 2m - 3$ đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}$. B. $m = 1$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$. D. $m = -5$.

Câu 22. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 23. Tính tổng $P = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$ theo n.

A. $P = C_{2n}^{2n}$. B. $P = C_n^2$. C. $P = C_{2n}^n$. D. $P = C_n^n$.

Câu 24. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 53$. B. $L = 43$. C. $L = 13$. D. $L = 23$.

Câu 25. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 10$. B. $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$.
C. $\log_{\frac{1}{n}} x < \log_{\frac{1}{n}} y \Leftrightarrow x > y > 0$. D. $\ln x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{3}{x^4 + 1}$. B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. C. $y = \frac{1}{x^2 - x + 2}$. D. $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.

Câu 27. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 12\pi$.

Câu 28. Khối đa diện đều loại {4;3} có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt bằng.

A. 6, 12, 8. B. 12, 30, 20. C. 4, 6, 4. D. 8, 12, 6.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục tung tại A(0;1), tiếp tuyến tại A có hệ số góc -3. Khi đó giá trị a, b thỏa mãn điều kiện sau

A. $a + b = 0$. B. $a + b = 1$. C. $a + b = 2$. D. $a + b = 3$.

Câu 30. Phương trình $\log^2 x - \log x - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 31. Tìm tổng $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + 4^2 \log_{\sqrt[4]{2}} 2 + \dots + 2017^2 \log_{\sqrt[2017]{2}} 2$.

A. $S = 1009^2 \cdot 2017^2$. B. $S = 1010^2 \cdot 2017^2$. C. $S = 1008^2 \cdot 2017^2$. D. $S = 1007^2 \cdot 2017^2$.

Câu 32. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2017\pi]$. Tính S .

A. $S = 200200\pi$. B. $S = 1001000\pi$. C. $S = 1017072\pi$. D. $S = 2035153\pi$.

Câu 33. Cho $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là hai hàm số liên tục tại điểm x_0 . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $y = f(x) - g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . B. Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm x_0 .
C. Hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . D. Hàm số $y = f(x) + g(x)$ liên tục tại điểm x_0 .

Câu 34. Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị hàm số $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{8}\right)$. B. $M(-2; 0)$. C. $M\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$. D. $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 35. Hàm số $f(x) = \sin 3x$ có đạo hàm $f'(x)$ là

A. $f'(x) = -\cos 3x$. B. $f'(x) = \cos 3x$. C. $f'(x) = 3\cos 3x$. D. $f'(x) = -3\cos 3x$.

Câu 36. Cho hình lập phương (H) nội tiếp một mặt cầu (S) . Biết rằng, khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu (S) có thể tích $\frac{4\pi}{3}$, tính thể tích của khối lập phương giới hạn bởi hình lập phương (H) .

A. $\frac{8}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$. D. 1.

Câu 37. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ trên tập xác định của nó là

A. $f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln(\ln x)}}$. B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$.
C. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\ln(\ln x)}}$. D. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 39. Khối đa diện nào sau đây có công thức thể tích là $V = \frac{1}{3}Bh$ biết hình đa diện đó có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h ?

A. Khối hộp. B. Khối lăng trụ.
C. Khối chóp. D. Khối hộp chữ nhật.

Câu 40. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 24\pi a^2$. B. $S = 16\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 8\pi a^2$.

Câu 41. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ sang trái $\frac{\pi}{2}$ đơn vị được hàm số nào dưới đây?

A. Đồ thị hàm số $y = \sin x$.

B. Đồ thị hàm số $y = \tan x$.

C. Đồ thị hàm số $y = \cos x$.

D. Đồ thị hàm số $y = \cot x$.

Câu 42. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 2$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp.

A. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{-1}{\sqrt{2}}; 0 \right\}$.

D. $S = \{-1; 1\}$.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có số đường tiệm cận là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 44. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$.

B. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.

C. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.

Câu 45. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + (2m+3)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

A. $S = (-1; 3)$.

B. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = [-1; 3]$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức

$$P = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1}$$

ta được

A. $P = a^3$.

B. $P = -a^2$.

C. $P = 1$.

D. $P = a^2$.

Câu 47. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \sin x - 3x$.

B. $y = \cos x + 2x$.

C. $y = x^5$.

D. $y = x^3 - x^2 + 5x - 1$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng đi qua đường chéo BD' . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^\pi$ là

A. $(0; 2)$.

B. $[0; 2]$.

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 50. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 107

1 C	6 C	11 A	16 C	21 A	26 D	31 A	36 C	41 C	46 A
2 B	7 A	12 D	17 B	22 B	27 B	32 C	37 D	42 B	47 A
3 C	8 C	13 C	18 B	23 C	28 D	33 B	38 D	43 C	48 B
4 B	9 C	14 C	19 A	24 B	29 D	34 B	39 C	44 D	49 A
5 A	10 B	15 D	20 D	25 B	30 B	35 C	40 B	45 D	50 B

NGUYỄN KHẮC HƯỜNG

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 107

Câu 1. Dựa vào tính chất lôgarit và điều kiện có nghĩa của biểu thức lôgarit, mệnh đề đúng là $\log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b \quad \forall a, b > 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 2. Ta có số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_{12}^k x^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{12}^k x^{12-2k}$.
Để số hạng chứa x^2 thì $12 - 2k = 2 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy số hạng cần tìm là $C_{12}^5 x^2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 3. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là:

$$x^4 + 4x^2 + 3 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Do đó, đồ thị (C) của hàm số đã cho và trục hoành không cắt nhau.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 4. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Với } x \neq 0, \text{ ta có: } f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$\text{Ta lại có: } f(1) = 2 \text{ và } f(4) = \frac{17}{4}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[1;4]} f(x) = \frac{17}{4} \text{ và } \min_{[1;4]} f(x) = 2. \text{ Do đó } \max_{[1;4]} f(x) \cdot \min_{[1;4]} f(x) = \frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 5.

Gọi N, E, F lần lượt là giao điểm của (P) với các cạnh AD, BC, CD .

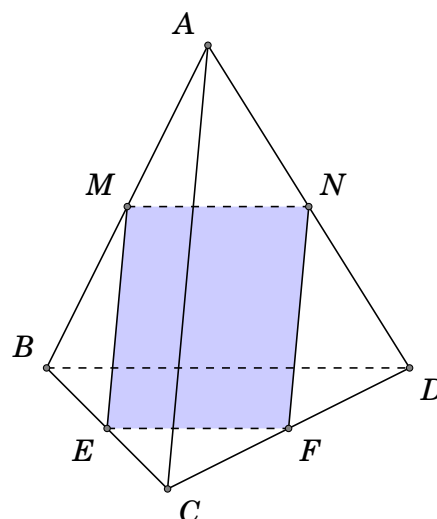
Ta có (P) song song với AC và BD nên $ME \parallel AC \parallel NF$ và $MN \parallel BD \parallel EF$. Vậy $MNFE$ là hình bình hành.

Mặt khác ta có $MN = \frac{1}{2}BD, ME = \frac{1}{2}AC, AC = BD$ nên $MN = ME$, suy ra $MNFE$ là hình thoi.

$$\text{Có } \vec{AC} \cdot \vec{BD} = \vec{AC} \cdot (\vec{AD} - \vec{AB}) = \vec{AC} \cdot \vec{AD} - \vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$$

$$\Rightarrow AC \perp BD \Rightarrow MN \perp ME.$$

Vậy $MNFE$ là hình vuông.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 6. Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có hệ số $a > 0$ và có ba cực trị $x = 0, x = \pm 1$. Vậy chỉ có hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 7. Ta có

$$\begin{aligned} 5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 &= \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2) \\ \Leftrightarrow 5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 &= 5^{xy-1} + \frac{1}{3^{x+2y}} + xy - 2y \\ \Leftrightarrow 5^{x+2y} - \frac{1}{3^{x+2y}} + x + 2y &= 5^{xy-1} - \frac{1}{3^{xy-1}} + xy - 1 \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t - \frac{1}{3^t} + t$ với $t \in \mathbb{R}$ có $f'(t) = 5^t \cdot \ln 5 + 3^{-t} \cdot \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Do đó (*) $\Leftrightarrow f(x+2y) = f(xy-1) \Leftrightarrow x+2y = xy-1 \Leftrightarrow x(y-1) = 2y+1 \Leftrightarrow x = \frac{2y+1}{y-1}$

với $x > 0 \Rightarrow y > 1$. Khi đó $T = x+2y = \frac{1+2y^2}{y-1}$.

Xét hàm số $f(y) = \frac{1+2y^2}{y-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$, ta có

$$f'(y) = \frac{2y^2 - 4y - 1}{(y-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{6}}{2}$$

y	1	$\frac{2+\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$
f'		- 0 +	
f	$+\infty$	$4+2\sqrt{6}$	$+\infty$

Vậy $\min T = 4 + 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 8. Hàm số $f(t) = a^t, a > 1$ đồng biến trên \mathbb{R} nên $x > y \Rightarrow a^x > a^y$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 9. Đặt $t = 4^x > 0$, phương trình trở thành

$$\begin{aligned} (t-16)^3 + (t^2-4)^3 &= (t^2+t-20)^3 \Leftrightarrow (t-16)^3 + (t^2-4)^3 = (t-16+t^2-4)^3 \\ \Leftrightarrow 3(t-16)(t^2-4)(t-16+t^2-4) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=16 \\ t=4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy ta có các nghiệm là $x = \frac{1}{2}, x = 2, x = 1$. Suy ra tổng các nghiệm là $\frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 10. Vì với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, ta có: $S_n = 5n^2 + 3n$ nên $S_1 = u_1 = 8, S_2 = u_1 + u_2 = 26$, suy ra $u_2 = 18, d = u_2 - u_1 = 10$.

Chọn đáp án **(B)**

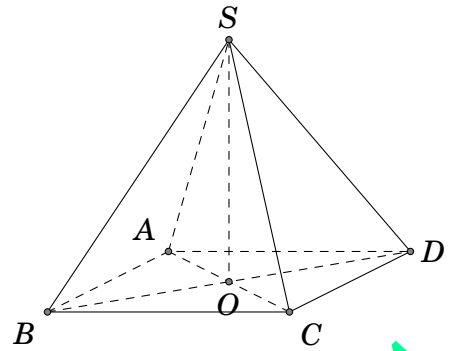
Câu 11.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm của $ABCD$.

Xét tam giác SOD vuông tại O :

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 12. Phương trình đã cho tương đương với

$$3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$$

Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trên trở thành

$$3t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 13.

Dựng $XT \parallel YZ, YE \parallel XF \parallel BC$.

Giả sử thể tích của hình hộp chữ nhật là V .

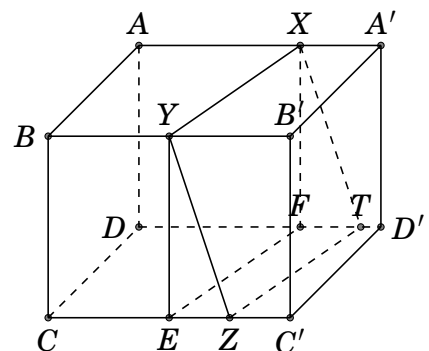
$$\text{Ta có: } \frac{V_{ABCD.XYEF}}{V} = \frac{7}{12}.$$

Để thấy $XTF.YZE$ là hình lăng trụ với đáy XTE .

$$\text{Và } \frac{V_{XTF.YZE}}{V} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Khi đó: } \frac{V_{ABCD.XYEF}}{V} = \frac{7}{12} + \frac{1}{8} = \frac{17}{24}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{ABCD.XYZT}}{V_{A'B'C'D'.XYZT}} = \frac{17}{7}.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 14. Đồ thị hàm số có dạng hàm bậc 3 nên loại A, D

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; -9)$ nên chọn C

Chọn đáp án **C**

Câu 15. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (5x + m + 1) = m + 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4}{\sqrt{1+4x}+1} = 2$$

Tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow m + 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16.

Số học sinh có số thứ tự lớn hơn số thứ tự của Nam là 24.

Xác suất để chọn được bạn có số thứ tự lớn hơn số thứ tự của Nam là $\frac{24}{45}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 17. Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ ban đầu (T).

và $h_1; h_2$ lần lượt là chiều cao của hai khối trụ mới (T_1, T_2).

Diện tích toàn phần khối trụ (T) là $S = 2\pi R h + 2\pi R^2$

Diện tích toàn phần khối trụ (T_1) là $S_1 = 2\pi R h_1 + 2\pi R^2$

Diện tích toàn phần khối trụ (T_2) là $S_2 = 2\pi R h_2 + 2\pi R^2$

Theo đề bài, ta có $S_1 + S_2 = S + 18\pi \Leftrightarrow 2\pi R(h_1 + h_2) + 4\pi R^2 = 2\pi R h + 2\pi R^2 + 18\pi \Rightarrow 2\pi R h + 4\pi R^2 = 2\pi R h + 2\pi R^2 + 18\pi \Rightarrow R = 3$.

Vậy $S_1 + S_2 = 2\pi R h + 4\pi R^2 = 84\pi$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 18. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Dựa vào hình vẽ, lăng trụ có bốn mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng trung trực của các đoạn thẳng AB, BC, CA, AA' .

Chọn đáp án **(B)**

Câu 19. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số có TCD $x = -2$ và TCN $y = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 20. Gọi $d: y = kx + b$. Do d qua điểm $(0; 4)$ nên $b = 4$. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 4 = kx + 4 \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9 + k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x - 3)^2 = -k \end{cases}$$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì ta phải có điều kiện $k \neq -9$ và $k < 0$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 21. $y' = x^2 - 2(m + 1)x + (m - 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m + 1)x + (m - 2) = 0$$

Phương trình có hai cực trị

$$\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m-2) > 0 \Leftrightarrow m^2 + m + 3 > 0 \text{ (đúng với mọi } m).$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 18$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(m-2) = 18 \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

$$\text{Câu 22. } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 23. Giả sử ta có một tập hợp A gồm $2n$ phần tử. Bây giờ ta đếm số cách lấy ra tập có n phần tử từ tập A bằng hai cách.

Cách 1: Có C_{2n}^n cách lấy ra tập hợp có n phần tử.

Cách 2: Chia tập hợp A thành hai tập con, mỗi tập có n phần tử. Số cách lấy ra tập có n phần tử từ hai tập con là $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$. Vậy $P = C_{2n}^n$.

Chọn đáp án **C**

$$\text{Câu 24. Xét } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(\sqrt[7]{x+1} - 1 + 1) \cdot \sqrt{x+4} - 2}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(\sqrt[7]{x+1} - 1) \sqrt{x+4}}{x} \right) + \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = A + B.$$

Ta tính A :

$$\text{Đặt } t = \sqrt[7]{x+1} \Rightarrow x = t^7 - 1.$$

$$\text{Ta được } A = \lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{(t-1)\sqrt{t+3}}{t^7-1} \right) = \lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{1 \cdot \sqrt{t+3}}{t^6+t^5+t^4+t^3+t^2+t+1} \right) = \frac{2}{7}.$$

$$\text{Tính } B = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x \cdot (\sqrt{x+4} + 2)} \right) = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Suy ra: } A + B = \frac{15}{28}.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{15}{x} \cdot \frac{15}{28} \right) = \frac{28}{15} \Rightarrow L = 43.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 25. Chọn $x = -4, y = 1, \log_4(-4)^2 > \log_2 1$.

Chọn đáp án **B**

Câu 26. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{x}} = +\infty$, cho hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$.

Chọn đáp án **D**

Câu 27. Ta có $S_{xq} = \frac{1}{2} l 2\pi r = 4\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án **B**

Câu 29. Ta có: $y' = \frac{-a-b}{(x-1)^2}$. Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(0;1)$ có hệ số góc -3 nên $y'(0) = -3$. Suy ra $-a-b = -3 \Leftrightarrow a+b = 3$.

Chọn đáp án **D**

Câu 30. Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Phương trình } \log^2 x - \log x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = -1 \\ \log x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,1 \\ x = 100 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm.}$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 31. Ta có $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + 4^2 \log_{\sqrt[4]{2}} 2 + \dots + 2017^2 \log_{\sqrt[2017]{2}} 2 = 1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 2017^3$.

Bằng quy nạp, ta chứng minh được rằng: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Áp dụng với $n = 2017$, ta có

$$S = 1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 2017^3 = \frac{2017^2 \cdot (2017+1)^2}{4} = \frac{2017^2 \cdot 2018^2}{4} = 1009^2 \cdot 2017^2.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 32. Ta có $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 0 \\ \cos x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vì $x \in [0; 2017\pi] \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2017\pi$ suy ra $0 \leq k2\pi \leq 2017\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq \frac{2017}{2} = 1008,5$.

Vậy $k \in \{0; 1; 2; \dots; 1008\}$, do đó ta được 1009 nghiệm là

$$x_0 = 0, x_1 = 1 \cdot 2\pi, x_2 = 2 \cdot 2\pi, \dots, x_{1007} = 1007 \cdot 2\pi, x_{1008} = 1008 \cdot 2\pi.$$

Tổng của các nghiệm là:

$$\begin{aligned} S &= 0 + 1 \cdot 2\pi + 2 \cdot 2\pi + \dots + 1007 \cdot 2\pi + 1008 \cdot 2\pi \\ &= 2\pi(1 + 2 + \dots + 1008) = 2\pi \frac{1008 \cdot 1009}{2} = 1017072\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 33. Xét trường hợp hàm số $y = g(x)$ liên tục tại x_0 và $g(x_0) = 0$ thì hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ không xác định tại x_0 nên không liên tục tại x_0 .

Chọn đáp án **(B)**

Câu 34. Ta có $y' = x^2 - 1$.

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M là

$$k = -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

$$\Leftrightarrow x_M^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x_M^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x_M = -2 \text{ vì tọa độ điểm } M \text{ có hoành độ âm}$$

Suy ra $M(-2; 0)$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 35. $f'(x) = (3x)' \cdot \cos 3x = 3 \cos 3x$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 36. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, bán kính mặt cầu là r .

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow r = 1 \Rightarrow AC' = 2r = 2$

Ta có $AC'^2 = 3AA'^2 \Rightarrow AA' = \frac{AC'\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'^3 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}$

Chọn đáp án **C**

Câu 37. Ta có $f'(x) = \frac{(\ln(\ln x))'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

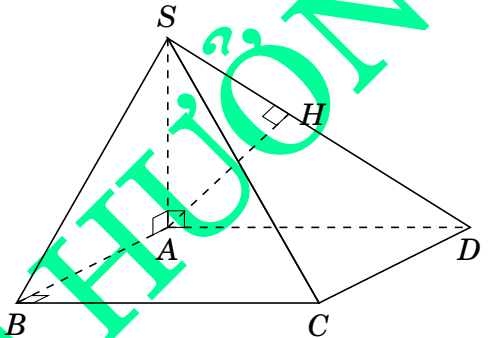
Chọn đáp án **D**

Câu 38.

Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác SAD .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Do đó: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Suy ra $d(A, (SCD)) = AH$.



Xét tam giác SAD vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Chọn đáp án **D**

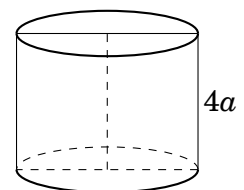
Câu 39. Theo công thức tính thể tích khối chóp có đáy là B , chiều cao là h thì có thể tích là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án **C**

Câu 40.

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên ta có: $r = 2a$ và $h = 4a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2a \cdot 4a = 16\pi a^2$



Chọn đáp án **B**

Câu 41. Khi tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ sang trái $\frac{\pi}{2}$ đơn vị, ta thu được đồ thị của hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.

Chọn đáp án **C**

Câu 42. Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases} (*)$

Suy ra hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó, ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0; m^4 + 2), B(m; 2), C(-m; 2)$.

Nhận xét: $A \in Oy$, hai điểm B và C đối xứng nhau qua Oy .

\Rightarrow tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính $OA \Rightarrow \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (1).

Mà $\overrightarrow{AB} = (m; -m^4), \overrightarrow{OB} = (m; 2)$, suy ra (1) $\Leftrightarrow m^2 - 2m^4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 43. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 2$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} = -2$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} = -\infty$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 44. Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 2$. Ta có $T_{\vec{v}}((C)) = (C') \Rightarrow (C')$ có bán kính bằng 2 và tọa độ tâm $(x'; y')$ thỏa mãn $\begin{cases} x' = -1 + 3 = 2 \\ y' = 3 + 2 = 5 \end{cases}$. Suy ra $(C') : (x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 45. Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m + 3$.

Để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - (2m + 3) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án **(D)**

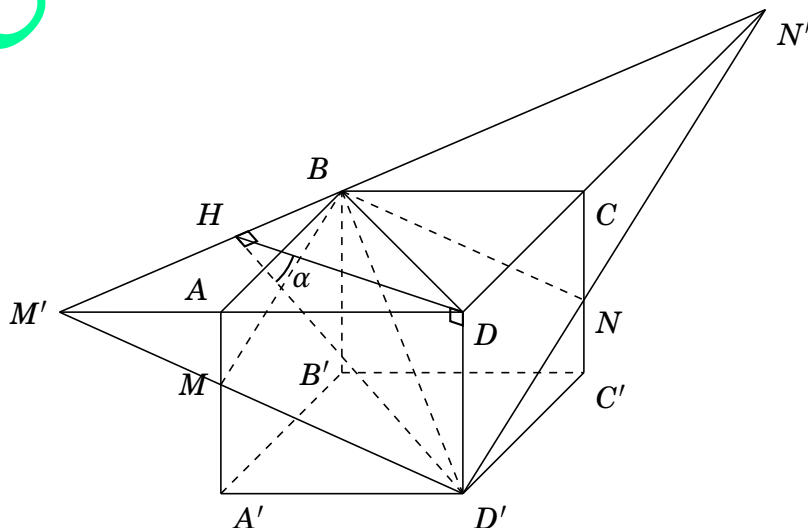
Câu 46. Ta có $P = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1} = a^{-2\sqrt{2}} \cdot (a^{\sqrt{2}+1})^{\sqrt{2}+1} = \frac{a^{(\sqrt{2}+1)^2}}{a^{2\sqrt{2}}} = \frac{a^{3+2\sqrt{2}}}{a^{2\sqrt{2}}} = a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 47. $y = \sin x - 3x, y' = \cos x - 3 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, cho nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 48.



Gọi (α) là mặt phẳng qua BD' .

Giả sử (α) cắt AA' tại M . $M' = D'M \cap DA$, $N' = M'B \cap DC$, $N = N'D' \cap CC'$.

Suy ra thiết diện của (α) với hình lập phương là tứ giác $MBND'$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên $M'N'$.

Theo định lý ba đường vuông góc ta có $D'H \perp M'N' \Rightarrow \alpha = \widehat{D'HD}$ là góc giữa (α) và $(ABCD)$.

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{S_{ABCD}}{S_{MBND'}} \Rightarrow S_{MBND'} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha} = \frac{S_{ABCD}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$$

Để diện tích thiết diện nhỏ nhất thì $\sin \alpha$ nhỏ nhất.

Ta có: $\sin \alpha = \frac{DD'}{D'H} \geq \frac{DD'}{D'B}$ dấu = xảy ra khi (α) cắt AA' tại trung điểm M của AA' .

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_{MBND'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 49. Vì π không là số nguyên nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x - x^2 > 0$. Giải bất phương trình này, ta thu được tập xác định của hàm số là $(0;2)$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 50. Ta có $y' = 4x^3 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$

Vì y' là đa thức bậc 3 có ba nghiệm đơn nên khi qua các nghiệm đều đổi dấu. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**