ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 301

1 A	**6** B	**11** A	**16** C	**21** C	**26** C	**31** B	**36** C	**41** D	**46** D
2 A	**7** B	**12** A	**17** A	**22** B	**27** C	**32** D	**37** B	**42** A	**47** A
3 B	**8** D	**13** A	**18** D	**23** A	**28** D	**33** B	**38** C	**43** D	**48** C
4 D	**9** A	**14** B	**19** B	**24** C	**29** C	**34** C	**39** D	**44** A	**49** C
5 D	**10** B	**15** A	**20** A	**25** D	**30** B	**35** C	**40** C	**45** D	**50** B

Mã đề thi 302

1 C	**6** B	**11** A	**16** D	**21** B	**26** C	**31** B	**36** B	**41** B	**46** B
2 A	**7** B	**12** B	**17** A	**22** B	**27** D	**32** C	**37** A	**42** C	**47** B
3 B	**8** A	**13** C	**18** B	**23** C	**28** B	**33** A	**38** B	**43** B	**48** D
4 C	**9** D	**14** C	**19** C	**24** B	**29** B	**34** D	**39** C	**44** D	**49** D
5 A	**10** A	**15** D	**20** C	**25** A	**30** C	**35** A	**40** D	**45** A	**50** B

Mã đề thi 303

1 C	**6** D	**11** B	**16** B	**21** D	**26** C	**31** C	**36** D	**41** A	**46** A
2 D	**7** D	**12** C	**17** A	**22** C	**27** D	**32** A	**37** A	**42** A	**47** A
3 C	**8** B	**13** D	**18** B	**23** D	**28** A	**33** A	**38** B	**43** D	**48** C
4 D	**9** B	**14** D	**19** B	**24** B	**29** C	**34** A	**39** C	**44** A	**49** C
5 C	**10** B	**15** D	**20** D	**25** A	**30** A	**35** A	**40** D	**45** C	**50** D

Mã đề thi 304

1 B	**3** C	**5** A	**7** C	**9** B	**11** A	**13** A	**15** C	**17** D	**19** A
2 B	**4** D	**6** C	**8** B	**10** D	**12** B	**14** B	**16** A	**18** A	**20** B

21 B	25 A	29 A	33 D	37 B	41 D	45 D	49 D
22 C	26 A	30 A	34 A	38 A	42 C	46 C	
23 B	27 B	31 C	35 B	39 A	43 B	47 C	
24 D	28 C	32 D	36 B	40 D	44 C	48 C	50 C

Mã đề thi 305

1 C	6 B	11 A	16 A	21 D	26 B	31 B	36 B	41 C	46 A
2 D	7 B	12 C	17 D	22 B	27 B	32 A	37 A	42 D	47 A
3 D	8 B	13 A	18 B	23 C	28 B	33 B	38 C	43 C	48 D
4 C	9 C	14 D	19 B	24 B	29 C	34 A	39 B	44 A	49 D
5 A	10 C	15 B	20 D	25 A	30 B	35 B	40 C	45 D	50 C

Mã đề thi 306

1 D	6 C	11 C	16 A	21 B	26 A	31 D	36 C	41 D	46 B
2 B	7 C	12 B	17 A	22 A	27 B	32 A	37 A	42 C	47 D
3 A	8 A	13 A	18 C	23 B	28 D	33 C	38 B	43 D	48 A
4 B	9 D	14 A	19 D	24 D	29 D	34 A	39 C	44 D	49 D
5 D	10 D	15 A	20 D	25 C	30 B	35 D	40 B	45 C	50 B

Mã đề thi 307

1 C	6 B	11 B	16 A	21 D	26 D	31 A	36 A	41 B	46 D
2 C	7 B	12 B	17 C	22 D	27 D	32 C	37 B	42 A	47 D
3 B	8 D	13 B	18 A	23 D	28 B	33 D	38 D	43 D	48 A
4 C	9 D	14 D	19 A	24 A	29 A	34 B	39 B	44 D	49 C
5 D	10 C	15 A	20 D	25 D	30 D	35 C	40 D	45 A	50 D

Mã đề thi 308

1 B	**6** C	**11** D	**16** C	**21** D	**26** C	**31** D	**36** C	**41** A	**46** C
2 B	**7** C	**12** C	**17** C	**22** D	**27** A	**32** C	**37** B	**42** D	**47** A
3 A	**8** C	**13** D	**18** C	**23** C	**28** A	**33** D	**38** D	**43** B	**48** D
4 D	**9** B	**14** A	**19** C	**24** D	**29** A	**34** D	**39** D	**44** A	**49** B
5 A	**10** D	**15** B	**20** B	**25** C	**30** B	**35** A	**40** D	**45** C	**50** A

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 301

Câu 1. Xét hàm số $y=(2-x)(2+4^x)-6$.

$y'=-(2+4^x)+(2-x)\cdot 4^x\ln 4$.

$y''=-2\ln 4\cdot 4^x+(2-x)\ln^2 4\cdot 4^x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=2+\dfrac{1}{\ln 2}$.

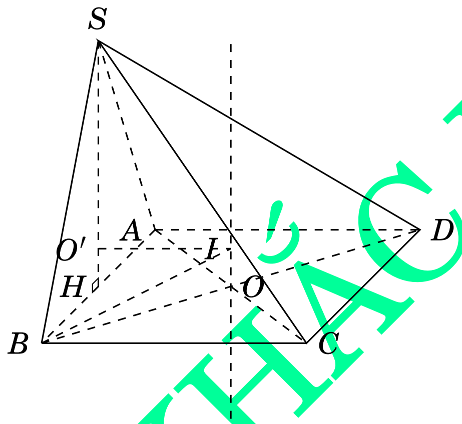
$y''=0$ có một nghiệm nên $y'=0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y=0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 2.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD)\Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

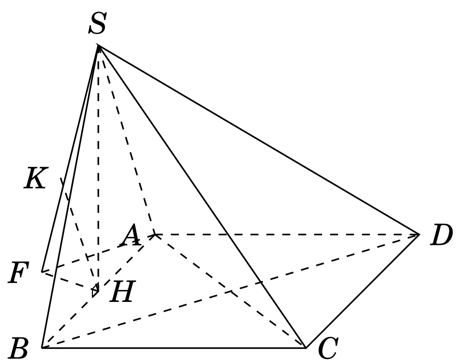
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{OB^2+OI^2}(*)$

Gọi độ dài $AB=x\Rightarrow OB=x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI=O'H=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{x\sqrt{3}}{2}=\dfrac{x\sqrt{3}}{6}$

theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R=\sqrt{21}\Rightarrow x=6\Rightarrow SH=3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45^\circ$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45^\circ = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2+HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án A

Câu 3. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m\ (*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án B

Câu 4.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty,-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 5. Ta có: $a^{8\log_{a^2} 7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án D

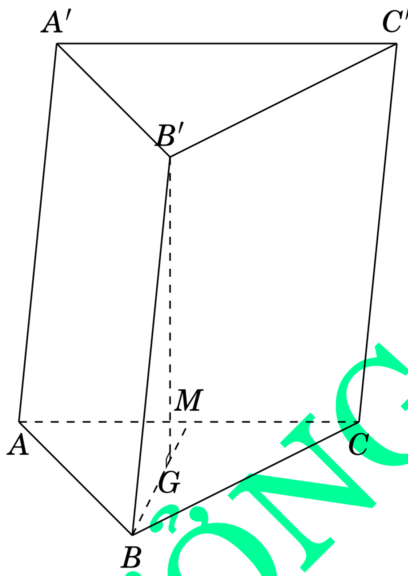
Câu 6.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a.$

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}.$



Chọn đáp án B

Câu 7. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.
Chọn đáp án B

Câu 8. Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị nhận $x=1$ là tiệm cận đứng.
Chọn đáp án D

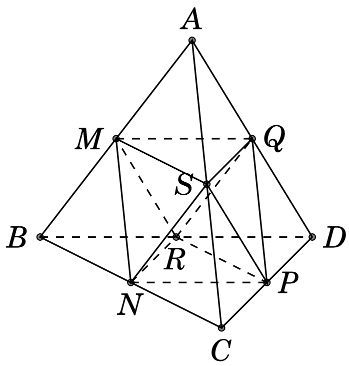
Câu 9. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x=0$ và $x=2$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.
Chọn đáp án B

Câu 11.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA,DB,AC.
Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra
$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \dfrac{a}{2}$.
Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\dfrac{a}{2}$.



Chọn đáp án A

Câu 12. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).
  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ 3 < m < 5 \\ 5 < m < 8. \end{array}\right.$
- Trường hợp $-3 < f(m) < 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) < f(m) < f(1) \\ f(2) < f(m) < f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < m < 2 \\ 2 < m < 3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $f(m) = -3 \Leftrightarrow m = 2$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

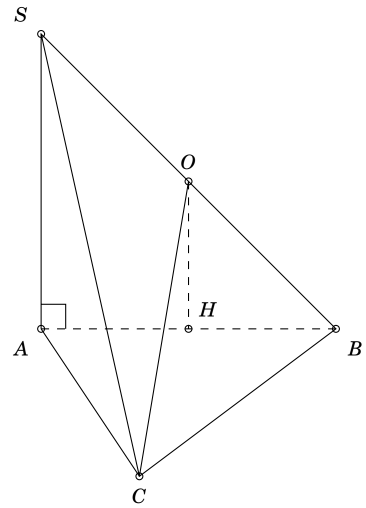
Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

Câu 13. Để hàm số có nghĩa thì $2018 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2018$. Vậy $\mathscr{D} = (-\infty;2018)$.

Chọn đáp án A

Câu 14.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án B

Câu 15. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án A

Câu 16. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án C

Câu 17. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án (A)

Câu 18. Do hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có $a=-1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án (D)

Câu 19. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2+3(x+a)^2+3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2+2(a+b)x+a^2+b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow ab \le 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \ge 0, b \le 0$.

Khi đó $b(b-4) \ge 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2+b(b-4)-2 \\ &\ge -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a=2 \\ b=0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án (B)

Câu 20. $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$.

Chọn đáp án (A)

Câu 21. Ta có $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^2}{2}=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} (ax+1)=a+1$.

Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì $a+1=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 22. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a,b,c,d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b=aq, c=aq^2, d=aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2=ac, c^2=bd$

$(a-c)^2+(b-c)^2+(b-d)^2-(a-d)^2=b^2-2ac-c^2+b^2-2bc+c^2+b^2-2bd+d^2-a^2+2ad-d^2$

$=2b^2-2ac-2bd+2c^2+2ad-2bc=2ad-2bc=2a^2q^3-2a^2q^3=0$

Chọn đáp án (B)

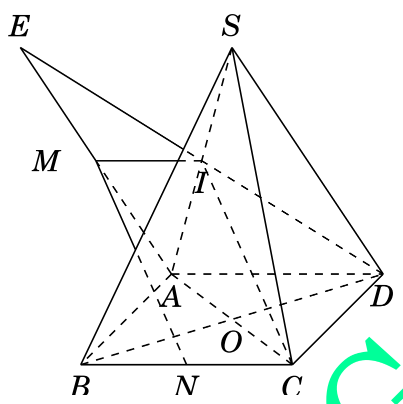
Câu 23.

Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$ $MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N,(SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án A

Câu 24. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$
$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án C

Câu 25. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án D

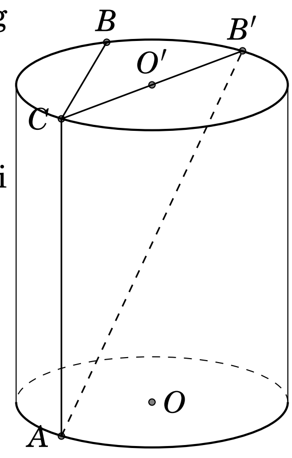
Câu 26.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \le h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \le 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \le 8R^2 \Leftrightarrow AB \le 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án C

Câu 27. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án C

Câu 28. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án D

Câu 29. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\vec{v} = (13;7)$

Chọn đáp án C

Câu 30. Ta có $\lim\limits_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 31.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$		
y	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(0)$	↗	$f(1)$	↗	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án B

Câu 32. Do $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án D

Câu 33. Điều kiện $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4 - x^2} \cdot \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4 - x^2} = 0 \\ \cos 3x = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$, ta có $-2 \leq \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \leq 2$ suy ra $k = -2, -1, 0, 1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x = 2, x = -2, x = \dfrac{\pi}{2}, x = \dfrac{\pi}{6}, x = -\dfrac{\pi}{2}, x = -\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án B

Câu 34. Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 - x}{x + 2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án C

Câu 35. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2-x-2\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$

Chọn đáp án C

Câu 36. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m<\dfrac{4\cdot 4^x}{2^x+1}$.

Xét hàm số $y=f(t)$ với $t>0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t)=4\cdot\dfrac{t^2+2t}{(t+1)^2}=0\Leftrightarrow t=0; t=-2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t\to 0}f(t)=0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

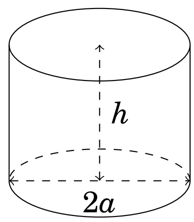
Từ bảng biến thiên, ta thu được $m\leq 0$.

Chọn đáp án C

Câu 37.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r=a$.

Thể tích $V=h\cdot\pi r^2=2a\cdot\pi a^2=2\pi a^3$.



Chọn đáp án B

Câu 38.

$y'=3x^2-6x$.

$y''=6x-6$. Ta có $y''=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y=x^3-3x^2+2$ tại điểm uốn của (C) là $y=-3x+3$.

Chọn đáp án C

Câu 39. $P=x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Chọn đáp án D

Câu 40.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

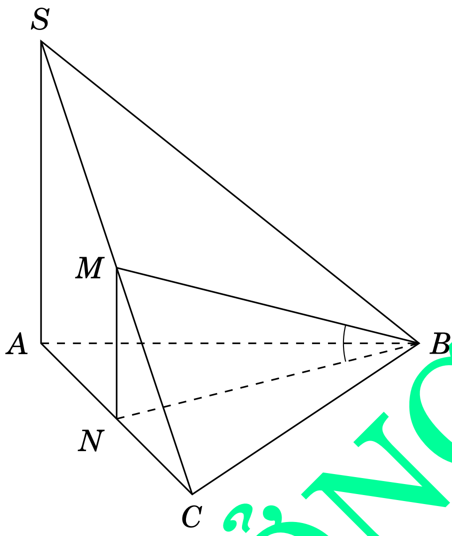
Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \dfrac{1}{2}SA = a$; $\quad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$;

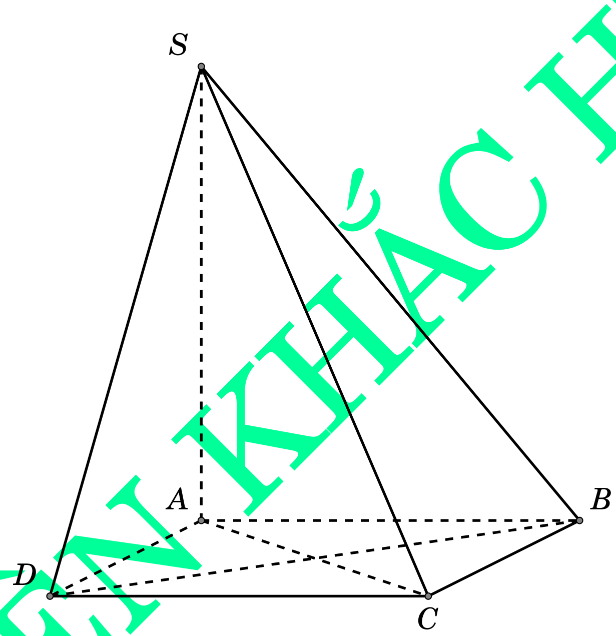
$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án C

Câu 41.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 42. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án A

Câu 43. Điều kiện $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$. Điều này xảy ra khi

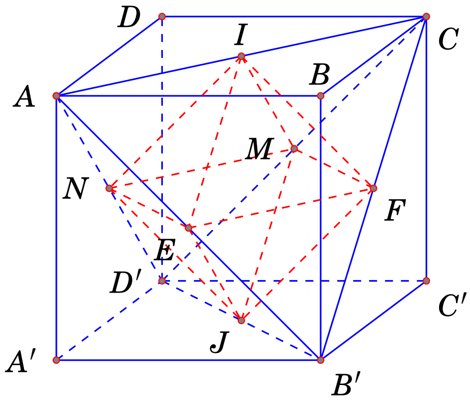
$$\begin{cases}\Delta > 0\\(x_1+1)(x_2+1) > 0\\(x_1+1)+(x_2+1) > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2+12m > 0\\(-3m)+m+1 > 0\\m+2 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m > -2\\ \left[\begin{array}{l}m > 0\\m < -12\end{array}\right.\\1-2m > 0\end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \quad (1)$$

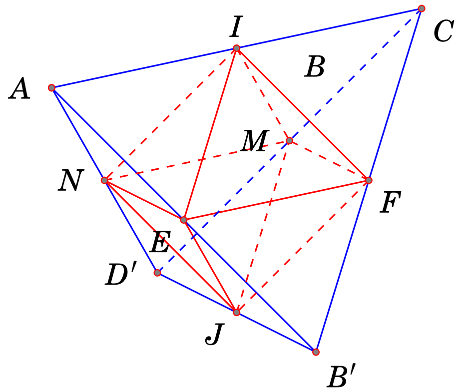
TH: $x = -1 \Rightarrow y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m < \dfrac{1}{2}$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $\Leftrightarrow 0 < m < \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 44.





Gọi E, F, I, J, M, N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E, F, I, J, M, N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E, F, I, J, M, N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 45. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án D

Câu 46. Ta có $P = \dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}} = \dfrac{\log_a b - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a} + \log_a \sqrt{b}} = \dfrac{\log_a b - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b} = \dfrac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 47. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 48. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \geq \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án C

Câu 49. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án C

Câu 50. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \leq i \leq 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 \cdot \overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}98 = 0{,}78008$.

Chọn đáp án B

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 302

Câu 1. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án C

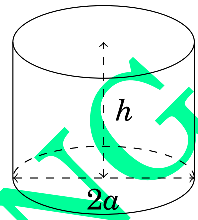
Câu 2. Ta có $P=\dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}}=\dfrac{\log_a b-\log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a}+\log_a \sqrt{b}}=\dfrac{\log_a b-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b}=\dfrac{11-3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án A

Câu 3.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r=a$.

Thể tích $V=h\cdot\pi r^2=2a\cdot\pi a^2=2\pi a^3$.



Chọn đáp án B

Câu 4. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án C

Câu 5. Điều kiện $4-x^2\ge 0\Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2}\cdot\cos 3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{4-x^2}=0\\ \cos 3x=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ 3x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2\le x\le 2$, ta có $-2\le\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\le 2$ suy ra $k=-2,-1,0,1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x=2,x=-2,x=\dfrac{\pi}{2},x=\dfrac{\pi}{6},x=-\dfrac{\pi}{2},x=-\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án A

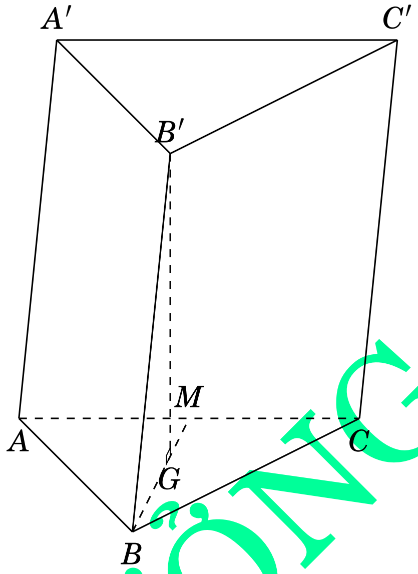
Câu 6.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}$.



Chọn đáp án (B)

Câu 7. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$

Chọn đáp án (B)

Câu 8.

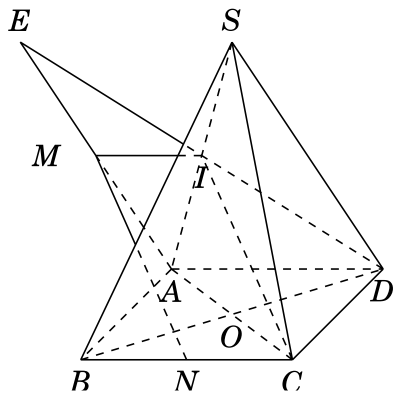
Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$

$MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án (A)

Câu 9. Ta có $f(1) = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} (ax+1) = a+1$.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 10. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án (A)

Câu 11. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

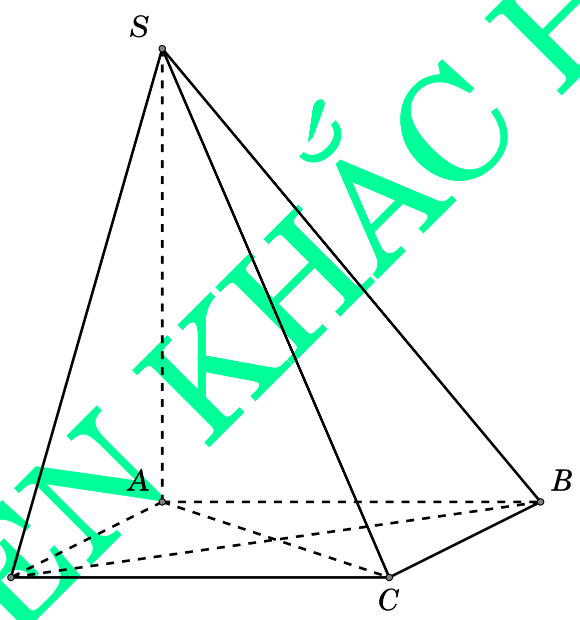
Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án (A)

Câu 12. $P = x^{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 13.



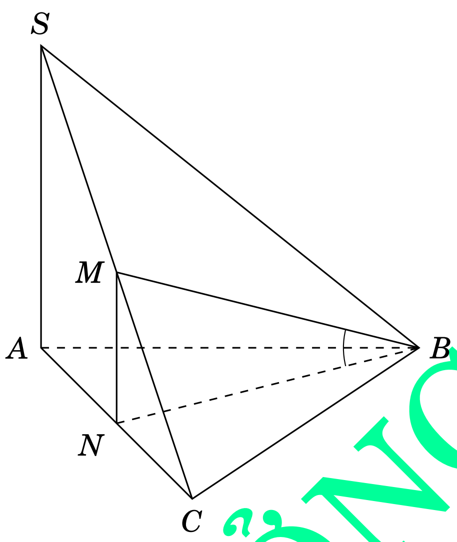
Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 14.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).



Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \dfrac{1}{2}SA = a$; $\quad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$;

$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 15. $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án (D)

Câu 16. Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x+2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (D)

Câu 17.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

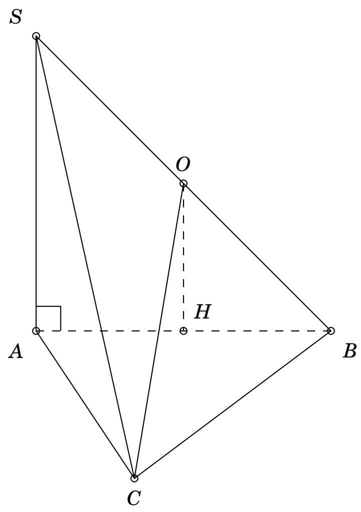
Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 18. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 19.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án C

Câu 20. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 21. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 22. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 23. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \le i \le 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot A_3\cdot\overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0,8\cdot 0,9\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,1\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,9\cdot 0,05\cdot 0,98 = 0,78008$.

Chọn đáp án (C)

Câu 24. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m$ $(*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án (B)

Câu 25. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0			$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1; 8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1; 8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1; 8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).

Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m<1 \\ 3<m<5 \\ 5<m<8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3<f(m)<2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2)<f(m)<f(1) \\ f(2)<f(m)<f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<m<2 \\ 2<m<3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x)=f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m)=-3 \Leftrightarrow m=2$ thì phương trình $f(x)=f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

Câu 26. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4 \cdot 4^x}{2^x+1}$.

Xét hàm số $y=f(t)$ với $t>0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t)=4 \cdot \dfrac{t^2+2t}{(t+1)^2}=0 \Leftrightarrow t=0; t=-2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t)=0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án C

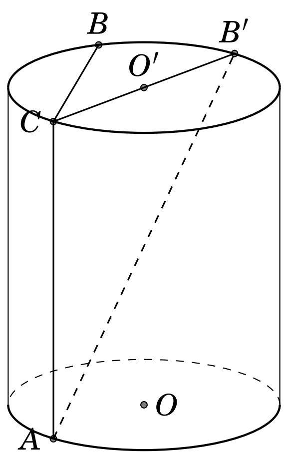
Câu 27.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2=AC^2+CB^2 \leq h^2+(2R)^2$

Hay $AB^2 \leq 4R^2+4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \leq 8R^2 \Leftrightarrow AB \leq 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

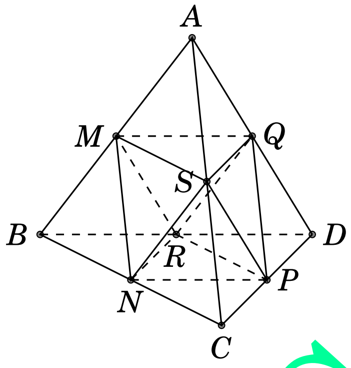
Vậy $AB_{\max}=2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 28.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA,DB,AC.
Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra
$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \dfrac{a}{2}$.
Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\dfrac{a}{2}$.



Chọn đáp án (B)

Câu 29. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.
Chọn đáp án (B)

Câu 30. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.
Chọn đáp án (C)

Câu 31. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \dots, u_{64}$.
Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.
Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \geq \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.
Chọn đáp án (B)

Câu 32. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.
Chọn đáp án (C)

Câu 33. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right) = -1$

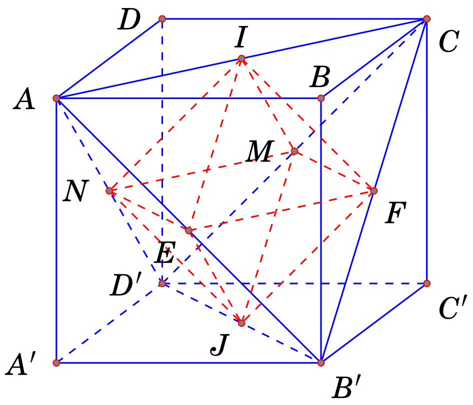
$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3}+x = -\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

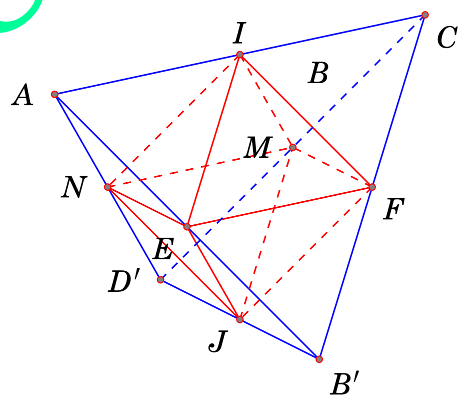
Chọn đáp án A

Câu 34. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1}+5 = (2u_n+5)+5 = 2(u_n+5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1+5 = 1+5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6\times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6\times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6\times 2^{2017} - 5.$

Chọn đáp án D

Câu 35.





Gọi E, F, I, J, M, N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E, F, I, J, M, N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E, F, I, J, M, N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 36. Điều kiện $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases}.$

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$. Điều này xảy ra khi

$$\begin{cases}\Delta>0\\(x_1+1)(x_2+1)>0\\(x_1+1)+(x_2+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+12m>0\\(-3m)+m+1>0\\m+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-2\\\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-12\end{array}\right.\\1-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{2}\quad(1)$$

TH: $x=-1\Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m<\dfrac{1}{2}\quad(2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 37. Ta có $\overrightarrow{MM'}=(13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{MM'}$

suy ra $\overrightarrow{v}=(13;7)$

Chọn đáp án A

Câu 38.

$y'=3x^2-6x$.

$y''=6x-6$. Ta có $y''=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y=x^3-3x^2+2$ tại điểm uốn của (C) là $y=-3x+3$.

Chọn đáp án B

Câu 39. Ta có: $a^{8\log_{a^2}7}=a^{4\log_a 7}=a^{\log_a 7^4}=7^4$

Chọn đáp án C

Câu 40. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị nhận $x=1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án D

Câu 41. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a,b,c,d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b=aq,c=aq^2,d=aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2=ac,c^2=bd$

$(a-c)^2+(b-c)^2+(b-d)^2-(a-d)^2=b^2-2ac-c^2+b^2-2bc+c^2+b^2-2bd+d^2-a^2+2ad-d^2$

$=2b^2-2ac-2bd+2c^2+2ad-2bc=2ad-2bc=2a^2q^3-2a^2q^3=0$

Chọn đáp án B

Câu 42. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án C

Câu 43. Xét hàm số $y=(2-x)(2+4^x)-6$.

$y'=-(2+4^x)+(2-x)\cdot 4^x\ln 4$.

$y''=-2\ln 4\cdot 4^x+(2-x)\ln^2 4\cdot 4^x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=2+\dfrac{1}{\ln 2}$.

$y''=0$ có một nghiệm nên $y'=0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y=0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 44. Để hàm số có nghĩa thì $2018-x>0\Leftrightarrow x<2018$. Vậy $\mathscr{D}=(-\infty;2018)$.

Chọn đáp án D

Câu 45. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

Và $f'(x)<0\Leftrightarrow x<-1$ $f'(x)>0,\forall x\in(-1;0)\cup(0;2)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x=-1$ nên $x=-1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án A

Câu 46. Ta có

$$\begin{aligned}f'(x)=&3x^2+3(x+a)^2+3(x+b)^2\\=&3(x^2+2(a+b)x+a^2+b^2).\end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'\le 0\Leftrightarrow ab\le 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a\ge 0, b\le 0$.

Khi đó $b(b-4)\ge 0$, nên

$$\begin{aligned}P=&(a-2)^2+b(b-4)-2\\\ge&-2.\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}a=2\\b=0.\end{cases}$

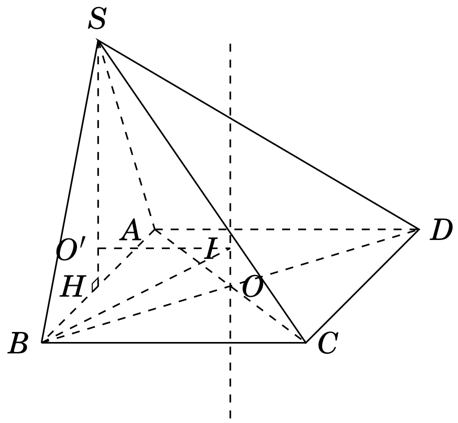
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án B

Câu 47. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án B

Câu 48.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

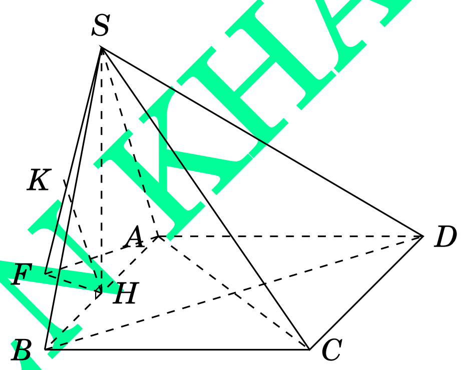
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2}(*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$

theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2 + HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta có $\lim\limits_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 50.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án B

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 303

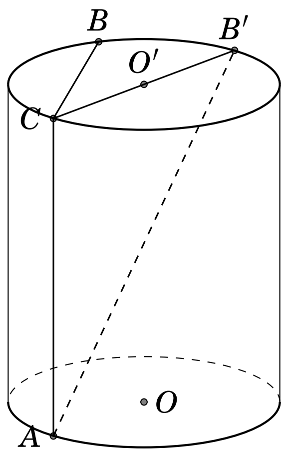
Câu 1.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \le h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \le 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \le 8R^2 \Leftrightarrow AB \le 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án C

Câu 2. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2-x-2\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne -1 \\ x\ne 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$

Chọn đáp án D

Câu 3. Điều kiện $\begin{cases} x+1\ge 0 \\ x^2-mx-3m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x^2-mx-3m>0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-mx-3m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1<x_1<x_2$. Điều này xảy ra khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+12m > 0 \\ (-3m)+m+1 > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -12 \end{array}\right. \\ 1-2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \quad (1)$$

TH: $x=-1 \Rightarrow y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m < \dfrac{1}{2}$ $\quad (2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $\Leftrightarrow 0 < m < \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 4. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-2x+1) = 3\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 5. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án C

Câu 6. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án D

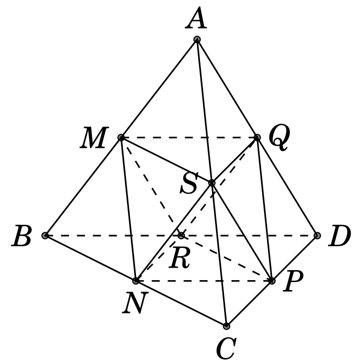
Câu 7.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA,DB,AC.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra

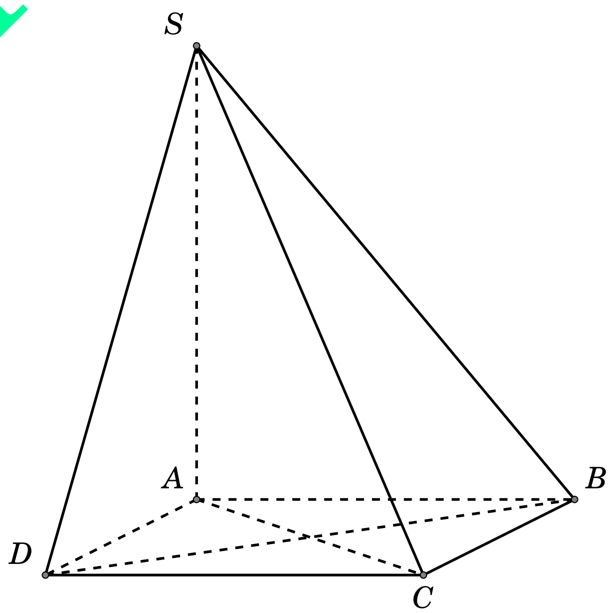
$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \dfrac{a}{2}$.

Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\dfrac{a}{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 8.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án B

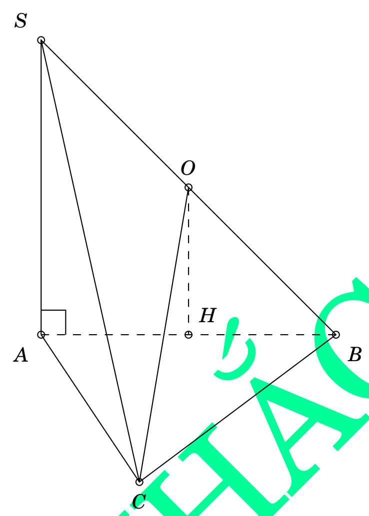
Câu 9. Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1-x}{x+2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án B

Câu 10. Ta có: $a^{8\log_{a^2} 7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án B

Câu 11.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án B

Câu 12. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\vec{v} = (13;7)$

Chọn đáp án C

Câu 13. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án D

Câu 14. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án D

Câu 15. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án D

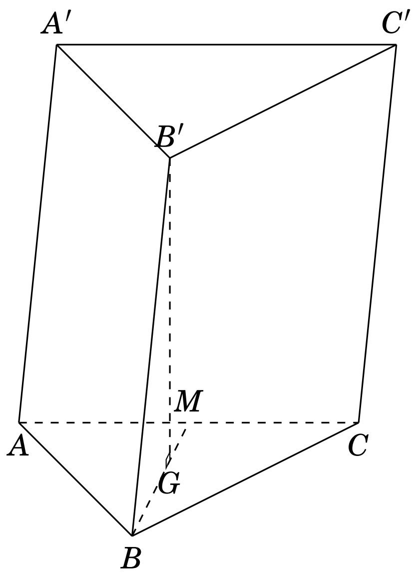
Câu 16.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \cdot \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}$.



Chọn đáp án B

Câu 17. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \le i \le 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 \cdot \overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}98 = 0{,}78008$.

Chọn đáp án A

Câu 18. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2 - \dfrac{3}{x}}{1 - \dfrac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số nhận $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án B

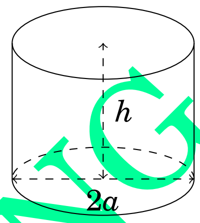
Câu 19. $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$.

Chọn đáp án B

Câu 20.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r=a$.

Thể tích $V=h\cdot\pi r^2=2a\cdot\pi a^2=2\pi a^3$.



Chọn đáp án D

Câu 21.

$y'=3x^2-6x$.

$y''=6x-6$. Ta có $y''=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y=x^3-3x^2+2$ tại điểm uốn của (C) là $y=-3x+3$.

Chọn đáp án D

Câu 22.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		$f(-2)$		$f(0)$	$f(1)$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án C

Câu 23. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án D

Câu 24. Điều kiện $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2}\cdot\cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{4-x^2}=0\\ \cos 3x = 0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ 3x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\end{array}\right., \ k\in\mathbb{Z}$$

Với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$, ta có $-2 \leq \dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3} \leq 2$ suy ra $k=-2,-1,0,1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x=2, x=-2, x=\dfrac{\pi}{2}, x=\dfrac{\pi}{6}, x=-\dfrac{\pi}{2}, x=-\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án B

Câu 25. $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x=0$ và $x=2$.

Chọn đáp án A

Câu 26. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án C

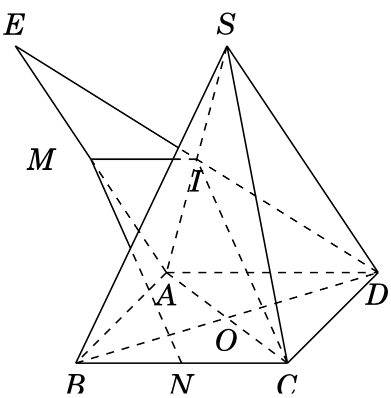
Câu 27.

Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI=\dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$ $MI \parallel NC$ và $MI=NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN,AC)=\mathrm{d}(N,(SAC))=\dfrac{1}{4}BD=\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án D

Câu 28. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án A

Câu 29. $|x|^3-3x^2+1-m=0 \Leftrightarrow |x|^3-3x^2+1=m \ (*)$

Xét $f(x)=x^3-3x^2+1$

$f'=3x^2-6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-3		

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án C

Câu 30. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án A

Câu 31. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow ab \leq 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \geq 0, b \leq 0$.

Khi đó $b(b-4) \geq 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\geq -2. \end{aligned}$$

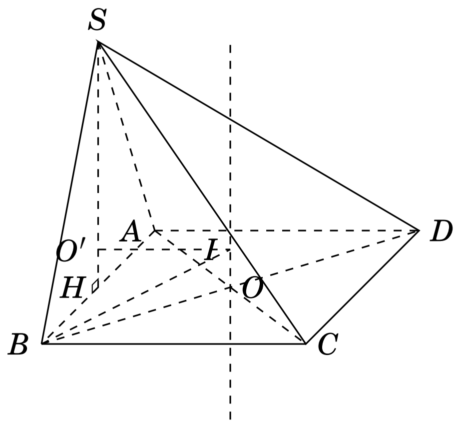
Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

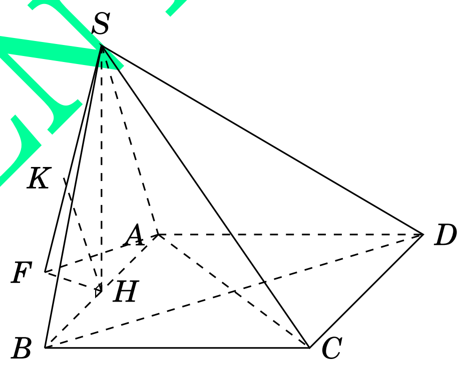
Chọn đáp án C

Câu 32. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.
Chọn đáp án A

Câu 33.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$
Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2} (*)$
Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$
theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2 + HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.
Chọn đáp án A

Câu 34. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0			$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	↘	2	↘	-3	↗	2	↗	4	↘	2

Số nghiệm của phương trình $f(x)=f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m)=f(-1)=f(5)=4$, tức là $m=-1$ hoặc $m=5$ thì phương trình $f(x)=f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m)=f(1)=f(3)=f(8)$, tức là $m=1$ hoặc $m=3$ hoặc $m=8$ thì phương trình $f(x)=f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $2<f(m)<4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1)<f(m)<f(-1) \\ f(3)<f(m)<f(5) \\ f(8)<f(m)<f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x)=f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).
  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m<1 \\ 3<m<5 \\ 5<m<8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3<f(m)<2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2)<f(m)<f(1) \\ f(2)<f(m)<f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<m<2 \\ 2<m<3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x)=f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m)=-3 \Leftrightarrow m=2$ thì phương trình $f(x)=f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m\in(-1;8]\setminus(1;3)$ và $m\neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

Câu 35. Ta có $P = \dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}} = \dfrac{\log_a b - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a} + \log_a \sqrt{b}} = \dfrac{\log_a b - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b} = \dfrac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án A

Câu 36.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 37. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Xét hàm số $y = (2-x)(2+4^x) - 6$.

$y' = -(2+4^x) + (2-x)\cdot 4^x \ln 4$.

$y'' = -2\ln 4 \cdot 4^x + (2-x)\ln^2 4 \cdot 4^x$.

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 + \dfrac{1}{\ln 2}$.

$y'' = 0$ có một nghiệm nên $y' = 0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y = 0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 39. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4 \cdot 4^x}{2^x + 1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t) = 4 \cdot \dfrac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án C

Câu 40. Ta có $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2}{2}=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(ax+1)=a+1$.

Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì $a+1=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 41. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1,u_2,\ldots,u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1=1$ công bội $q=2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n=u_1\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n=u_1\frac{1-q^n}{1-q}=2^n-1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n-1>20172018\Leftrightarrow n\ge \log_2 20172019\approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án A

Câu 42.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA\perp(ABC)$ nên $MN\perp(ABC)$.

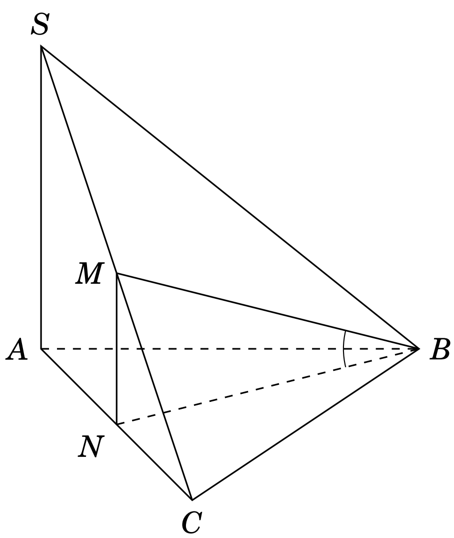
Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN=\dfrac{1}{2}SA=a;\quad BN=AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}a}{2};$

$BM=\sqrt{MN^2+BN^2}=\sqrt{a^2+\dfrac{3a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha=\cos\widehat{MBN}=\dfrac{BN}{BM}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án A

Câu 43. $P=x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Chọn đáp án D

Câu 44. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a,b,c,d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b=aq,c=aq^2,d=aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$

$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$

$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$

Chọn đáp án A

Câu 45. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án C

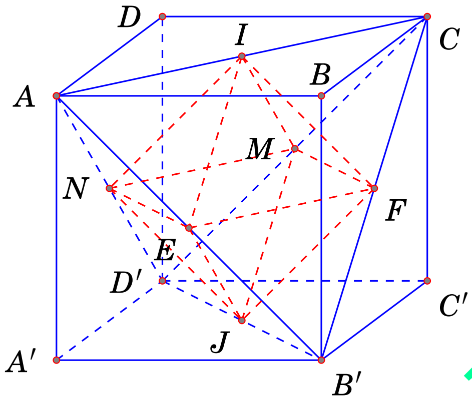
Câu 46. Để hàm số có nghĩa thì $2018 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2018$. Vậy $\mathscr{D} = (-\infty; 2018)$.

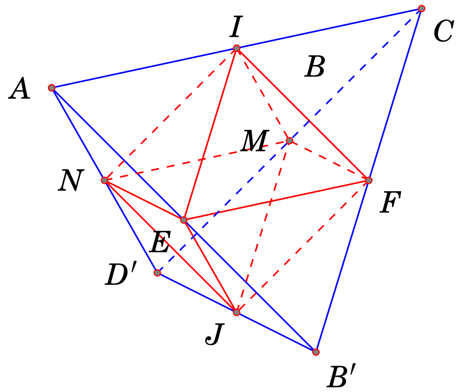
Chọn đáp án A

Câu 47. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án A

Câu 48.





Gọi E, F, I, J, M, N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E, F, I, J, M, N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E, F, I, J, M, N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 49. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 50. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án (D)

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 304

Câu 1. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\vec{v} = (13;7)$

Chọn đáp án (B)

Câu 2. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4 \cdot 4^x}{2^x + 1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t) = 4 \cdot \dfrac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

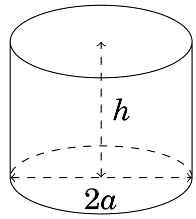
Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án (D)

Câu 5.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h \cdot \pi r^2 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án (A)

Câu 6. Để hàm số có nghĩa thì $2018 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2018$. Vậy $\mathscr{D} = (-\infty; 2018)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 7. Điều kiện $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4 - x^2} \cdot \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4 - x^2} = 0 \\ \cos 3x = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$, ta có $-2 \leq \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \leq 2$ suy ra $k = -2, -1, 0, 1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x = 2, x = -2, x = \dfrac{\pi}{2}, x = \dfrac{\pi}{6}, x = -\dfrac{\pi}{2}, x = -\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 8. Ta có $f(1) = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (ax + 1) = a + 1$.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 9. Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 - x}{x + 2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (B)

Câu 10. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án (D)

Câu 11.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

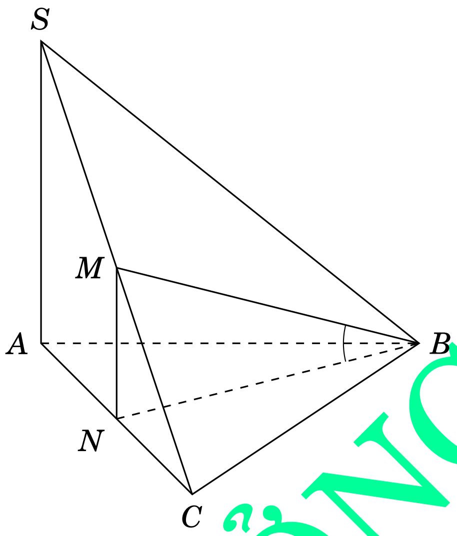
Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \dfrac{1}{2}SA = a$; $\quad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$;

$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án (A)

Câu 12. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \le i \le 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot A_3\cdot\overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0,8\cdot 0,9\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,1\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,9\cdot 0,05\cdot 0,98 = 0,78008$.

Chọn đáp án (B)

Câu 13. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1\frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \ge \log_2 20172019 \approx 24,26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án (A)

Câu 14. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 15. Ta có: $a^{8\log_{a^2} 7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án (C)

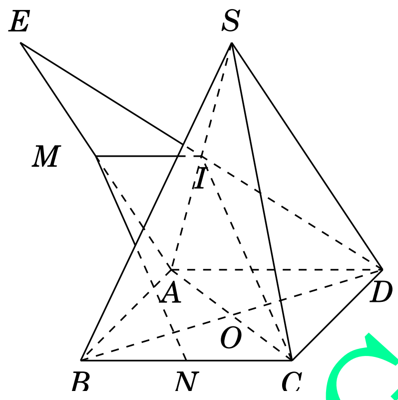
Câu 16.

Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \frac{1}{2}AD \Rightarrow$ $MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \frac{1}{4}BD = \frac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án A

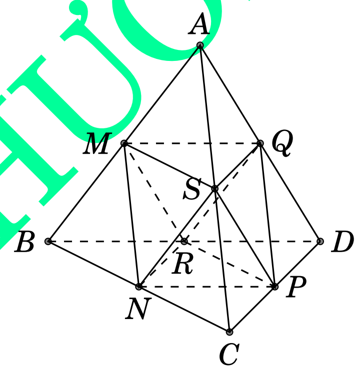
Câu 17.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, DB, AC.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra

$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \frac{a}{2}$.

Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\frac{a}{2}$.

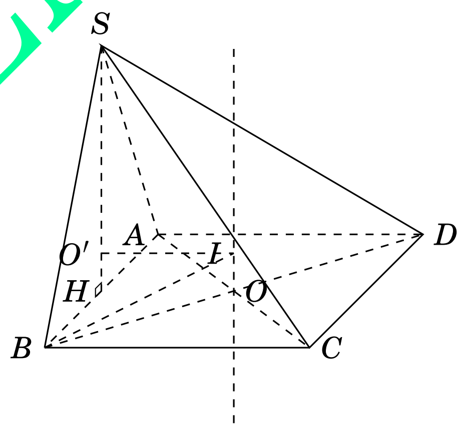


Chọn đáp án D

Câu 18. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án A

Câu 19.



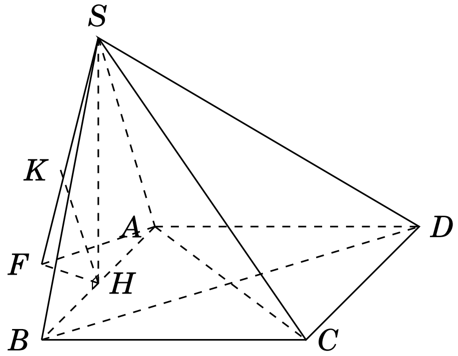
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2} (*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$ theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



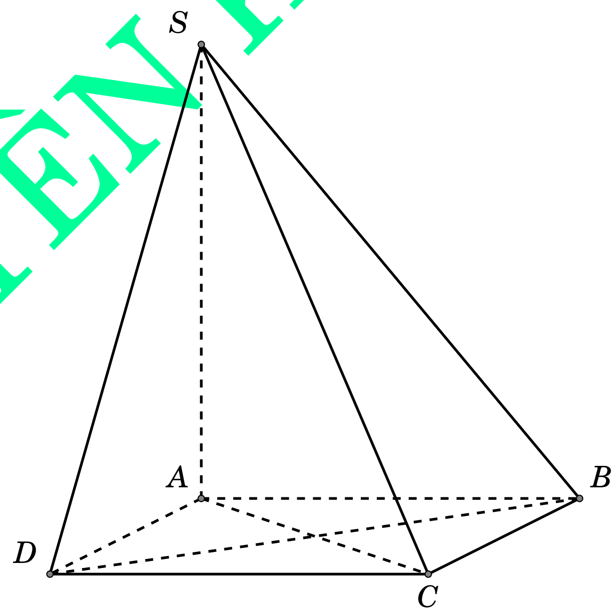
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF)).$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2+HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án A

Câu 20.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3}\cdot SA\cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án B

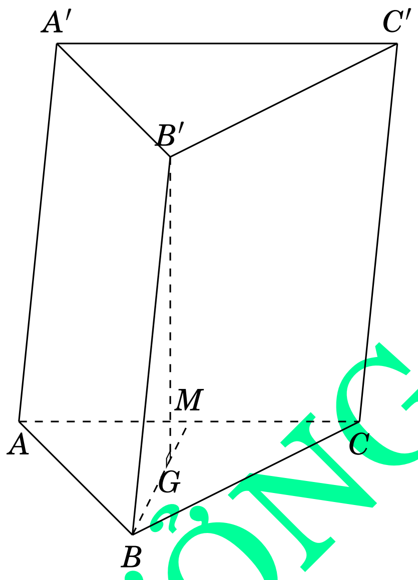
Câu 21.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a.$

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}.$



Chọn đáp án B

Câu 22. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án C

Câu 23.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			
y	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(0)$	↗	$f(1)$	↗	$+\infty$

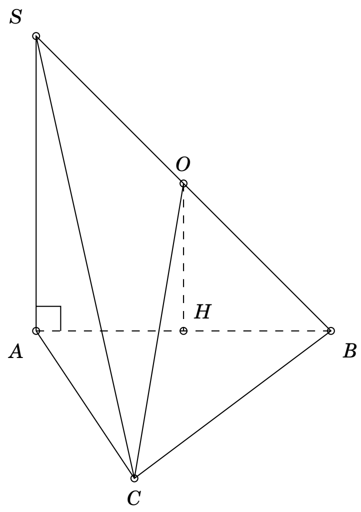
Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án B

Câu 24. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án D

Câu 25.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án A

Câu 26. Do $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án A

Câu 27. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 28. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2 - \dfrac{3}{x}}{1 - \dfrac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số nhận $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án C

Câu 29.

$y' = 3x^2 - 6x$.

$y'' = 6x - 6$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

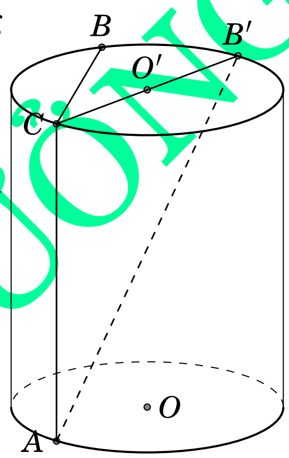
Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm uốn của (C) là $y = -3x + 3$.

Chọn đáp án A

Câu 30.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').



Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \le h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \le 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \le 8R^2 \Leftrightarrow AB \le 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 31. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 32. Xét hàm số $y = (2-x)(2+4^x) - 6$.

$y' = -(2+4^x) + (2-x)\cdot 4^x \ln 4$.

$y'' = -2\ln 4 \cdot 4^x + (2-x)\ln^2 4 \cdot 4^x$.

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 + \dfrac{1}{\ln 2}$.

$y'' = 0$ có một nghiệm nên $y' = 0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y = 0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 33. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án D

Câu 34. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m\ (*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án A

Câu 35. $P = x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án B

Câu 36. Điều kiện $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$. Điều này xảy ra khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12m > 0 \\ (-3m) + m + 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -12 \end{array}\right. \\ 1 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \quad (1)$$

TH: $x = -1 \Rightarrow y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m < \dfrac{1}{2}$ $\quad (2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $\Leftrightarrow 0 < m < \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 37. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) =& 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ =& 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow ab \le 0$.
Không mất tính tổng quát giả sử $a \ge 0, b \le 0$.
Khi đó $b(b-4) \ge 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\ge -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0. \end{cases}$
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.
Chọn đáp án A

Câu 39. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).
Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)
Chọn đáp án A

Câu 40. Ta có $P = \dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}} = \dfrac{\log_a b - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a} + \log_a \sqrt{b}} = \dfrac{\log_a b - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b} = \dfrac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 41. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 42. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne -1 \\ x \ne 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$
Chọn đáp án C

Câu 43. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.
Vì a, b, c, d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b = aq, c = aq^2, d = aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$
$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$
$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$
Chọn đáp án B

Câu 44. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án C

Câu 45. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án D

Câu 46. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0			$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).

  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ 3 < m < 5 \\ 5 < m < 8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3 < f(m) < 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) < f(m) < f(1) \\ f(2) < f(m) < f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < m < 2 \\ 2 < m < 3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = -3 \Leftrightarrow m = 2$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

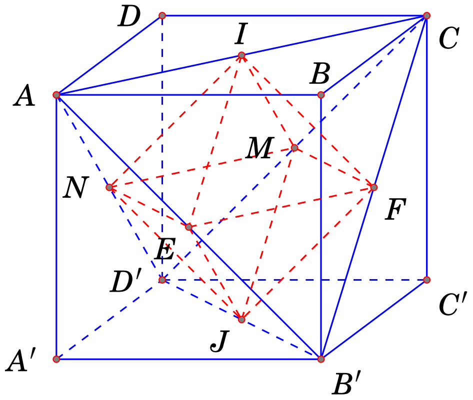
Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

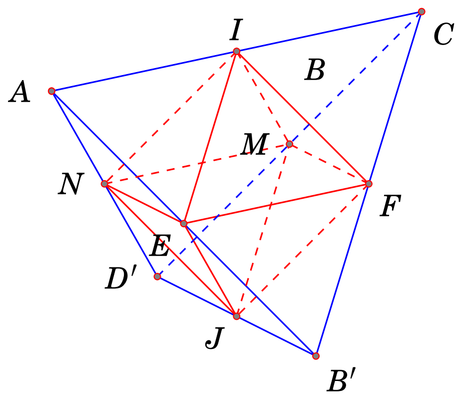
Chọn đáp án C

Câu 47. $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án C

Câu 48.





Gọi E,F,I,J,M,N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E,F,I,J,M,N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E,F,I,J,M,N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\frac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 49.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2}$.

Chọn đáp án C

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 305

Câu 1. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án C

Câu 2. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m \ (*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án D

Câu 3.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

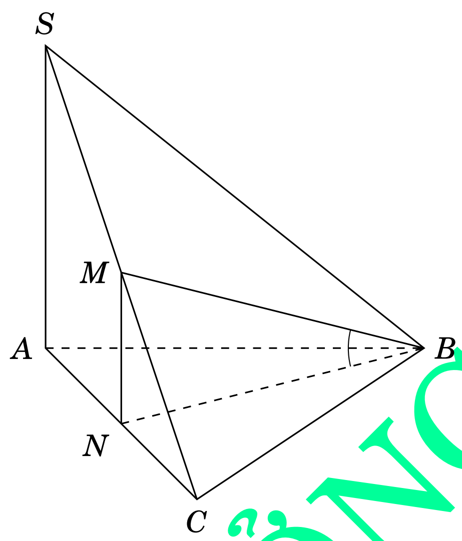
Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \dfrac{1}{2}SA = a;\qquad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2};$

$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}.$

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}.$



Chọn đáp án D

Câu 4. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án C

Câu 5. Ta có: $a^{8\log_{a^2} 7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án A

Câu 6. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 7. $P = x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án B

Câu 8. Điều kiện $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2}\cdot\cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{4-x^2} = 0\\ \cos 3x = 0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pm 2\\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pm 2\\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$, ta có $-2 \leq \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \leq 2$ suy ra $k = -2, -1, 0, 1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x = 2, x = -2, x = \dfrac{\pi}{2}, x = \dfrac{\pi}{6}, x = -\dfrac{\pi}{2}, x = -\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án B

Câu 9. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0			$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).
  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ 3 < m < 5 \\ 5 < m < 8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3 < f(m) < 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) < f(m) < f(1) \\ f(2) < f(m) < f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < m < 2 \\ 2 < m < 3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = -3 \Leftrightarrow m = 2$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C

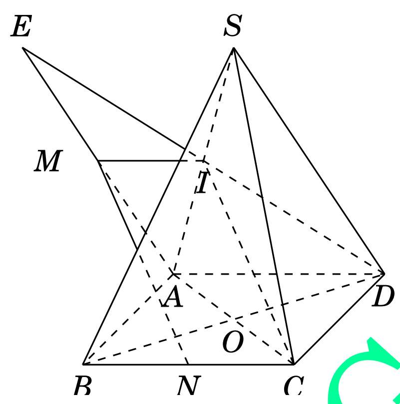
Câu 10.

Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$ $MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án C

Câu 11. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án A

Câu 12.

$y' = 3x^2 - 6x$.

$y'' = 6x - 6$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm uốn của (C) là $y = -3x + 3$.

Chọn đáp án C

Câu 13. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án A

Câu 14.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án D

Câu 15. $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$.

Chọn đáp án B

Câu 16. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị nhận $x=1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án A

Câu 17. Xét hàm số $y=(2-x)(2+4^x)-6$.

$y'=-(2+4^x)+(2-x)\cdot4^x\ln4$.

$y''=-2\ln4\cdot4^x+(2-x)\ln^2 4\cdot4^x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=2+\dfrac{1}{\ln2}$.

$y''=0$ có một nghiệm nên $y'=0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y=0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D

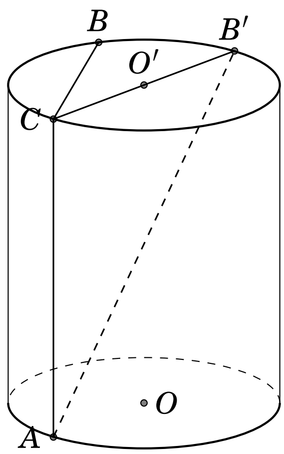
Câu 18.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2=AC^2+CB^2\le h^2+(2R)^2$

Hay $AB^2\le4R^2+4R^2\Leftrightarrow AB^2\le8R^2\Leftrightarrow AB\le2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max}=2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án B

Câu 19. Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x+2}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án B

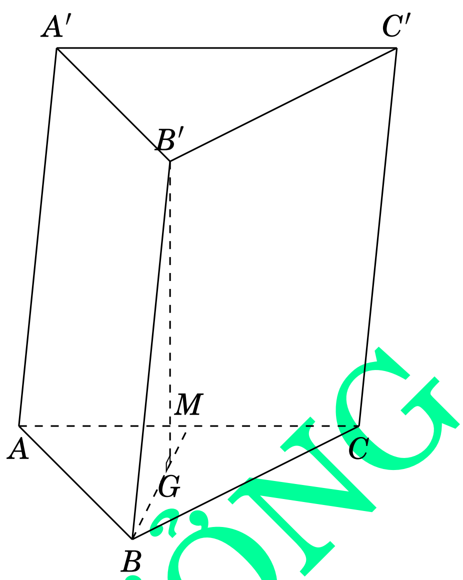
Câu 20.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \frac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

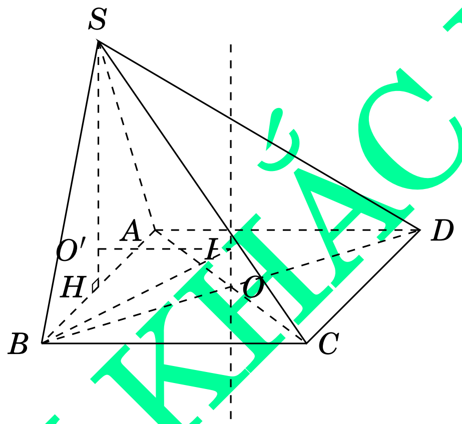
$BC^2 + \frac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \frac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \frac{9a^3}{208}$.



Chọn đáp án D

Câu 21.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

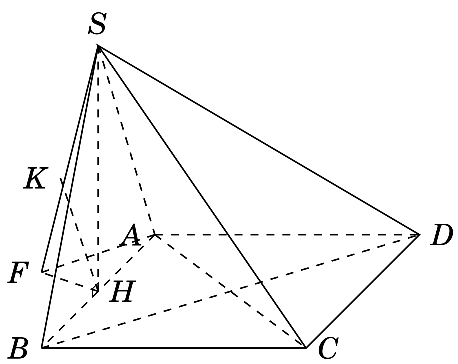
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2}(*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \frac{1}{3}\cdot\frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{6}$

theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF)).$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45^\circ$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45^\circ = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2+HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án D

Câu 22. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án B

Câu 23. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 24. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án B

Câu 25. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0)\cup(0;2)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án A

Câu 26. Điều kiện $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$. Điều này xảy ra khi

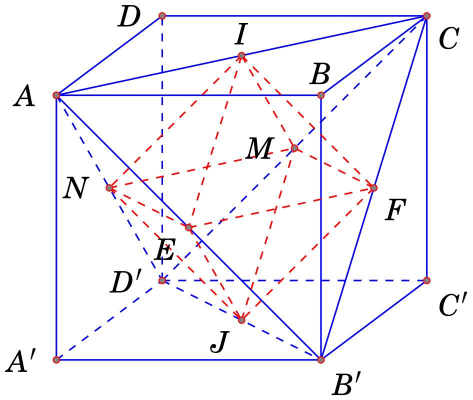
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12m > 0 \\ (-3m) + m + 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -12 \end{array}\right. \\ 1 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \quad (1)$$

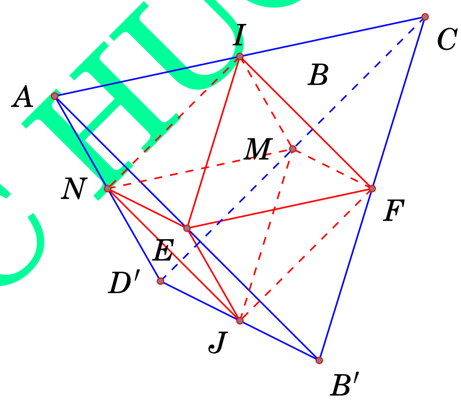
TH: $x=-1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m<\dfrac{1}{2}$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 27.





Gọi E,F,I,J,M,N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E,F,I,J,M,N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E,F,I,J,M,N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC=4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF}=\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S=8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B

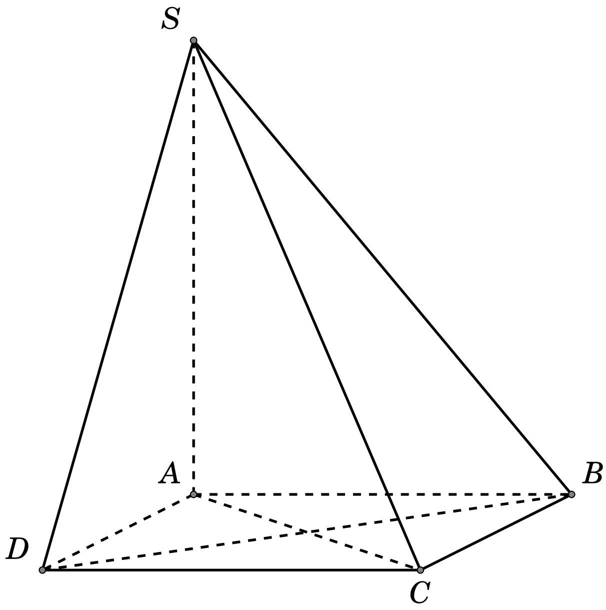
Câu 28. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án B

Câu 29. Để hàm số có nghĩa thì $2018-x>0 \Leftrightarrow x<2018$. Vậy $\mathscr{D}=(-\infty;2018)$.

Chọn đáp án C

Câu 30.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 31. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4 \cdot 4^x}{2^x + 1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

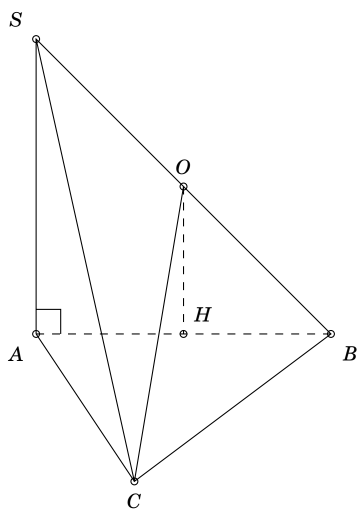
Đạo hàm: $f'(t) = 4 \cdot \dfrac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án B

Câu 32.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$

Chọn đáp án B

Câu 34. Ta có $f(1) = \frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (ax + 1) = a + 1$.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 35. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án B

Câu 36. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án B

Câu 37. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\vec{v} = (13;7)$

Chọn đáp án A

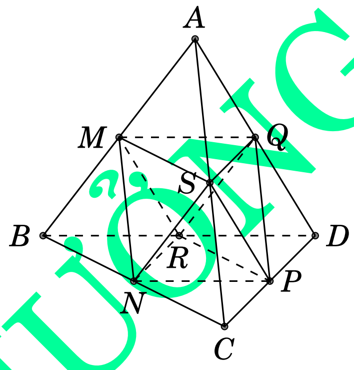
Câu 38. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án C

Câu 39.



Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA,DB,AC.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra

$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \frac{a}{2}$.

Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\frac{a}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 40.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \frac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty,-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 41. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow ab \leq 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \geq 0, b \leq 0$.

Khi đó $b(b-4) \geq 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\geq -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án C

Câu 42. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \geq \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án D

Câu 43. Ta có $\lim\limits_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án C

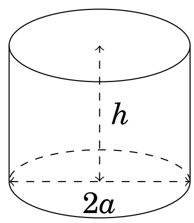
Câu 44. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án A

Câu 45.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h \cdot \pi r^2 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án D

Câu 46. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \leq i \leq 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 \cdot \overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}98 = 0{,}78008$.

Chọn đáp án A

Câu 47. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 48. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a, b, c, d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b = aq, c = aq^2, d = aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$

$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$

$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$

Chọn đáp án D

Câu 49. Ta có $P=\dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}}=\dfrac{\log_a b-\log_a\sqrt{a}}{\log_a\sqrt{a}+\log_a\sqrt{b}}=\dfrac{\log_a b-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b}=\dfrac{11-3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án C

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 306

Câu 1. Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x+2}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án D

Câu 2. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án B

Câu 3.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0	1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$ $f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án A

Câu 4. Xét hàm số $y=(2-x)(2+4^x)-6$.

$y'=-(2+4^x)+(2-x)\cdot 4^x\ln 4$.

$y''=-2\ln 4\cdot 4^x+(2-x)\ln^2 4\cdot 4^x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=2+\dfrac{1}{\ln 2}$.

$y''=0$ có một nghiệm nên $y'=0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y=0$ có không quá ba nghiệm.

Mặt khác $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 5. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án D

Câu 6. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m$ $(*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

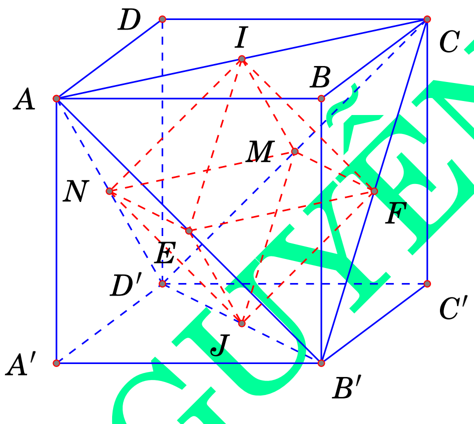
BBT:

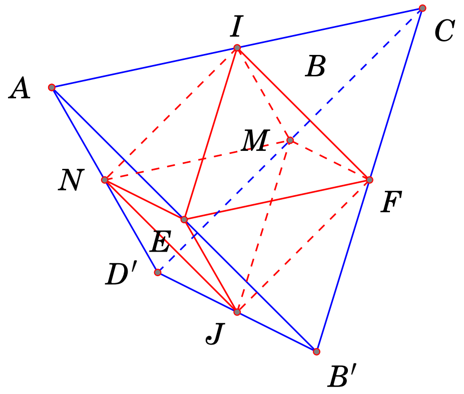
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án C

Câu 7.





Gọi E, F, I, J, M, N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E, F, I, J, M, N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E,F,I,J,M,N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.
Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.
Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.
Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.
Chọn đáp án C

Câu 8. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.
Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.
Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.
Chọn đáp án A

Câu 9. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0		$+$		0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.
Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).
  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ 3 < m < 5 \\ 5 < m < 8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3 < f(m) < 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) < f(m) < f(1) \\ f(2) < f(m) < f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < m < 2 \\ 2 < m < 3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = -3 \Leftrightarrow m = 2$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D

Câu 10. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \leq i \leq 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cup \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 \cdot \overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,98 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,95 \cdot 0,98 + 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,05 \cdot 0,98 = 0,78008$.

Chọn đáp án D

Câu 11. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 12. $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Ta có $f(1) = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (ax+1) = a + 1$.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 14. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án A

Câu 15.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

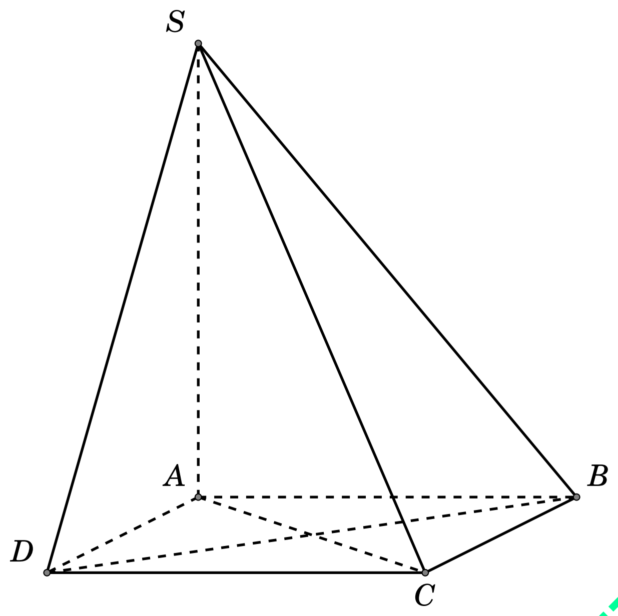
Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty,-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 16.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 17. Để hàm số có nghĩa thì $2018 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2018$. Vậy $\mathscr{D} = (-\infty; 2018)$.

Chọn đáp án A

Câu 18. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số nhận $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án C

Câu 19. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án D

Câu 20.

$y' = 3x^2 - 6x$.

$y'' = 6x - 6$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm uốn của (C) là $y = -3x + 3$.

Chọn đáp án D

Câu 21. $P = x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$

Chọn đáp án B

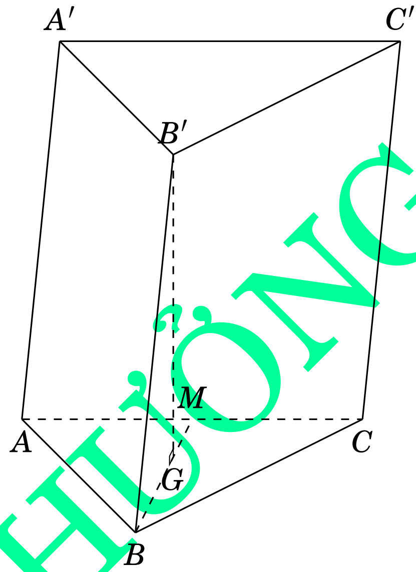
Câu 22.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60^\circ$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a.$

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}.$



Chọn đáp án A

Câu 23.

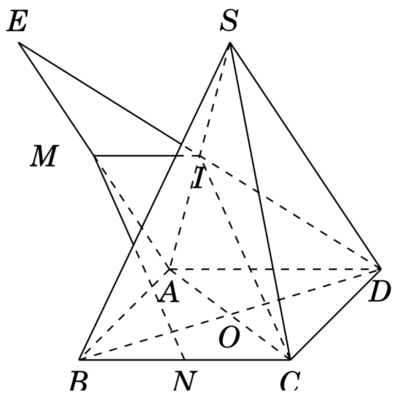
Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$

$MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}.$



Chọn đáp án B

Câu 24. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a, b, c, d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b = aq, c = aq^2, d = aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$

$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$

$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$

Chọn đáp án D

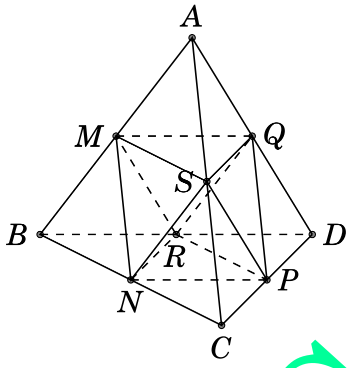
Câu 25.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, DB, AC.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra

$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \frac{a}{2}$.

Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\frac{a}{2}$.



Chọn đáp án C

Câu 26. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

Chọn đáp án A

Câu 27. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án B

Câu 28. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$.

Chọn đáp án D

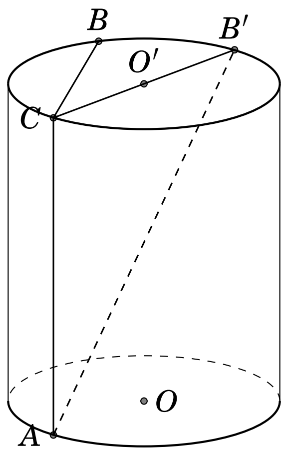
Câu 29.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \leq h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \leq 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \leq 8R^2 \Leftrightarrow AB \leq 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 30. Ta có $\lim\limits_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 31. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y = a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
2. Hàm logarit $y = \log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án D

Câu 32. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án C

Câu 34. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án A

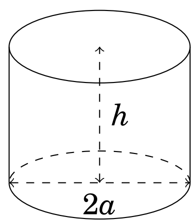
Câu 35. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án D

Câu 36.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h \cdot \pi r^2 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án C

Câu 37. Điều kiện $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2} \cdot \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4-x^2} = 0 \\ \cos 3x = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2 \le x \le 2$, ta có $-2 \le \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \le 2$ suy ra $k = -2, -1, 0, 1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x = 2, x = -2, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án A

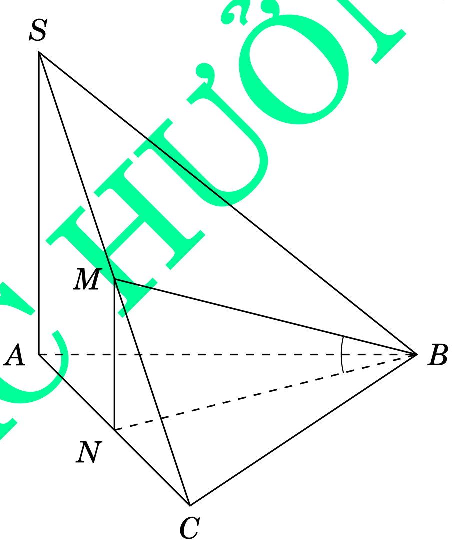
Câu 38. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\overrightarrow{v} = (13;7)$

Chọn đáp án B

Câu 39.



Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \frac{1}{2}SA = a$; $\quad BN = AC.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$;

$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \frac{BN}{BM} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án C

Câu 40. Điều kiện $\begin{cases} x+1 \ge 0 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x^2 - mx - 3m > 0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx - 3m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$. Điều này xảy ra khi

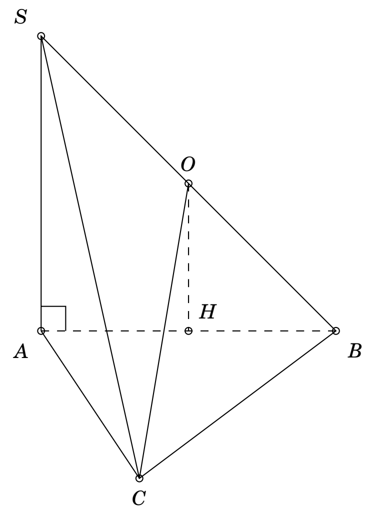
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12m > 0 \\ (-3m) + m + 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -12 \end{array}\right. \\ 1 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \quad (1)$$

TH: $x = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m < \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $\Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 41.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án D

Câu 42. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow ab \leq 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \geq 0, b \leq 0$.

Khi đó $b(b-4) \geq 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\geq -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án C

Câu 43. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án D

Câu 44. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

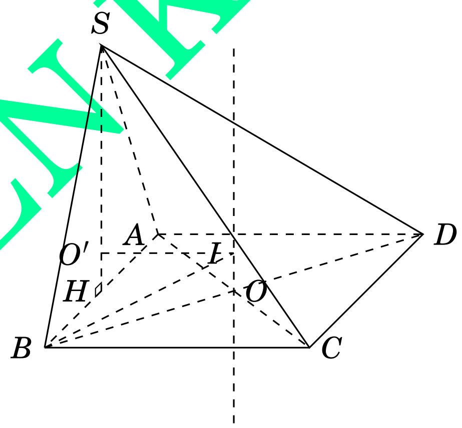
Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \geq \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án D

Câu 45.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

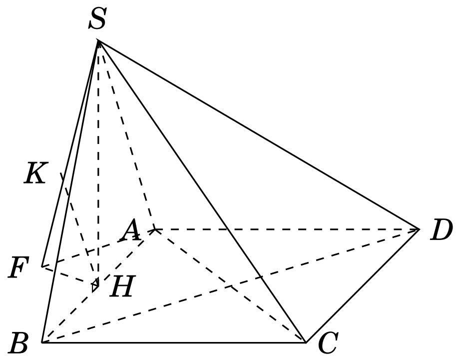
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2} (*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$

theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2+HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Ta có: $a^{8\log_{a^2}7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án B

Câu 47. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án D

Câu 48. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án A

Câu 49. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4\cdot 4^x}{2^x+1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t) = 4\cdot\dfrac{t^2+2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t\to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án D

Câu 50. Ta có $P = \dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}} = \dfrac{\log_a b - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a} + \log_a \sqrt{b}} = \dfrac{\log_a b - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b} = \dfrac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án B

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 307

Câu 1.

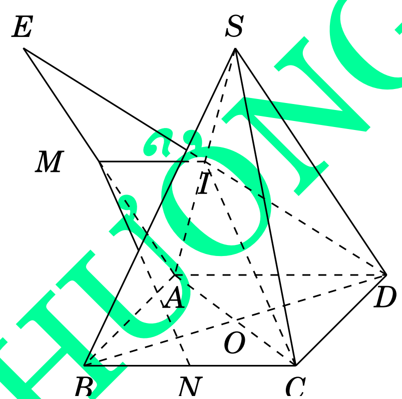
Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$

$MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

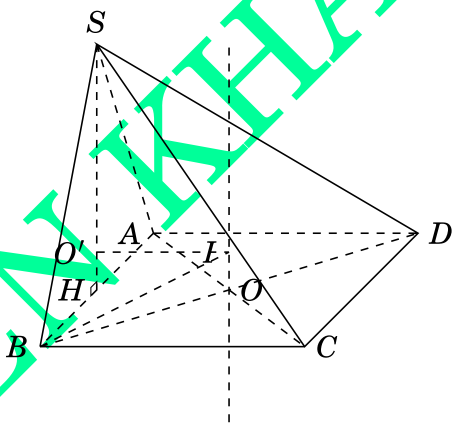
$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án C

Câu 2.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

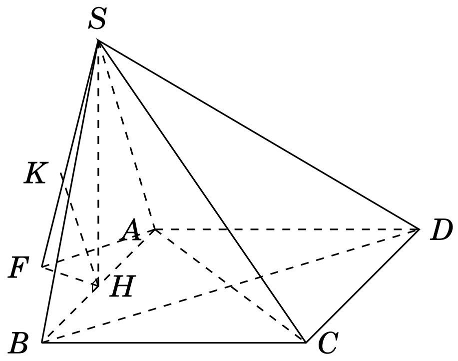
Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2} (*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$

theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD,SA) = d(BD,(SAF) = d(B,(SAF)) = 2d(H,(SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H,(SAF)) = HK$ Ta có $AH = \frac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \frac{SH.HF}{\sqrt{SH^2+HF^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD,SA) = \frac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án C

Câu 3. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m$ $(*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án B

Câu 4. Ta có $f(1) = \frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (ax+1) = a+1$.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 5. Ta có: $a^{8\log_{a^2}7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$

Chọn đáp án D

Câu 6. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.

Chọn đáp án B

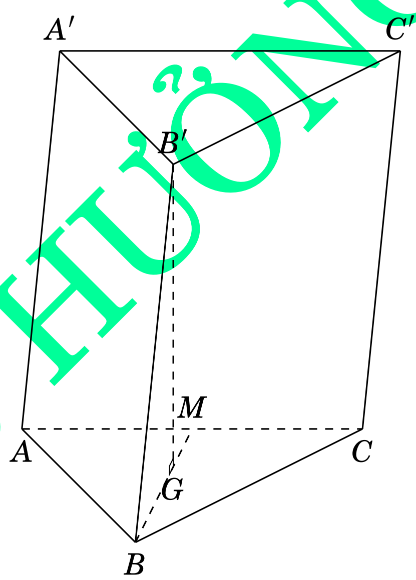
Câu 7.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2\sqrt{13}}a\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}$.



Chọn đáp án B

Câu 8.

Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN // SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

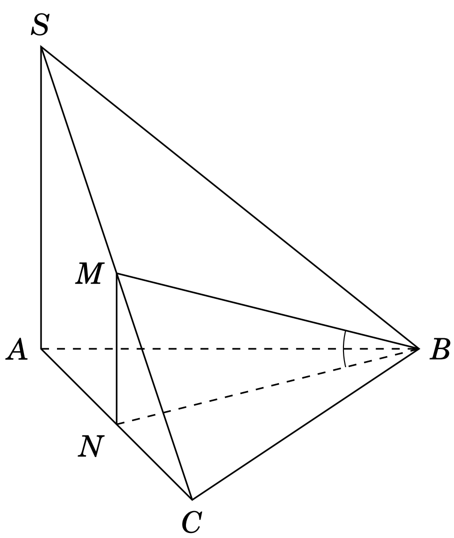
Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

$MN = \dfrac{1}{2}SA = a$; $\quad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$;

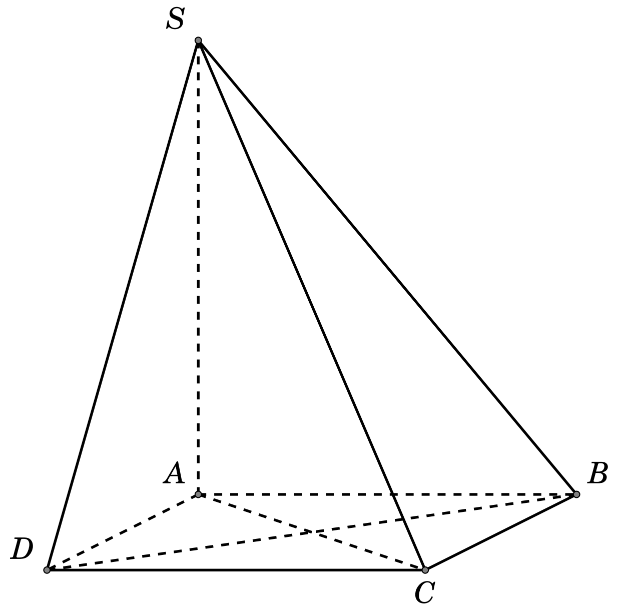
$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án D

Câu 9.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 10. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1	2	3		5		8
$f'(x)$		$-$		0		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4		2	-3	2		4		2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ (*) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).

Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<m<1 \\ 3<m<5 \\ 5<m<8. \end{array}\right.$

- Trường hợp $-3<f(m)<2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2)<f(m)<f(1) \\ f(2)<f(m)<f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<m<2 \\ 2<m<3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x)=f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Trường hợp $f(m)=-3 \Leftrightarrow m=2$ thì phương trình $f(x)=f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C

Câu 11. Điều kiện $\left\{\begin{array}{l} x+1 \geq 0 \\ x^2-mx-3m>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq -1 \\ x^2-mx-3m>0 \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-mx-3m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1<x_1<x_2$. Điều này xảy ra khi

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2+12m>0 \\ (-3m)+m+1>0 \\ m+2>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m>-2 \\ \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-12 \end{array}\right. \\ 1-2m>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{2} \quad (1)$$

TH: $x=-1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m<\dfrac{1}{2}$ $\quad(2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 12. $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x=0$ và $x=2$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị nhận $x=1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án B

Câu 14. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 15. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.

Vì a,b,c,d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b = aq, c = aq^2, d = aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$

$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$

$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$

Chọn đáp án (A)

Câu 16. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án (A)

Câu 17. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

Chọn đáp án (C)

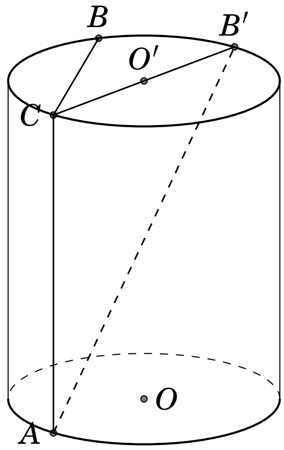
Câu 18.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \leq h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \leq 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \leq 8R^2 \Leftrightarrow AB \leq 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (A)

Câu 19. Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1-x}{x+2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (A)

Câu 20. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \frac{4 \cdot 4^x}{2^x + 1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t) = 4 \cdot \frac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \le 0$.

Chọn đáp án D

Câu 21. $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án D

Câu 22. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \ge \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

Chọn đáp án D

Câu 23. Do hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có $a = -1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

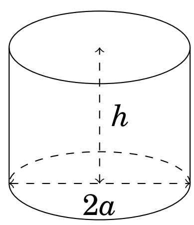
Bên cạnh đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ giao với trục Oy tại điểm $(0; -1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án D

Câu 24.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h \cdot \pi r^2 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án A

Câu 25. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án D

Câu 26.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k\pi, \dfrac{\pi}{2}+k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \dfrac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 27. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Điều kiện $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2} \cdot \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4-x^2} = 0 \\ \cos 3x = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$, ta có $-2 \leq \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \leq 2$ suy ra $k = -2, -1, 0, 1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x = 2, x = -2, x = \dfrac{\pi}{2}, x = \dfrac{\pi}{6}, x = -\dfrac{\pi}{2}, x = -\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án B

Câu 29. Ta có $P = \dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}} = \dfrac{\log_a b - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{a} + \log_a \sqrt{b}} = \dfrac{\log_a b - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b} = \dfrac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

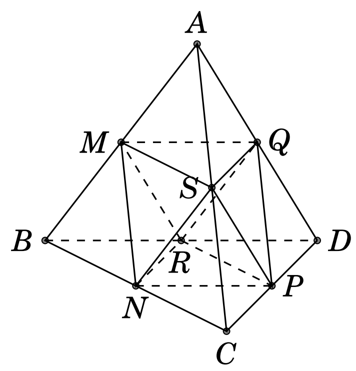
Chọn đáp án A

Câu 30.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, DB, AC.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra $MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \dfrac{a}{2}$.

Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\dfrac{a}{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 31. Xét hàm số $y=(2-x)(2+4^x)-6$.

$y'=-(2+4^x)+(2-x)\cdot 4^x\ln 4$.

$y''=-2\ln 4\cdot 4^x+(2-x)\ln^2 4\cdot 4^x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=2+\dfrac{1}{\ln 2}$.

$y''=0$ có một nghiệm nên $y'=0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y=0$ có không quá ba nghiệm.
Mặt khác $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0$, $x=1$, $x=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 32. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

Và $f'(x)<0\Leftrightarrow x<-1$ $f'(x)>0,\forall x\in(-1;0)\cup(0;2)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x=-1$ nên $x=-1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án C

Câu 33. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y=a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

2. Hàm logarit $y=\log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án D

Câu 34. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1}=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}\Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{4}{3}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y=-\dfrac{4}{3}\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\Leftrightarrow 4x+3y+2=0$.

Chọn đáp án B

Câu 35.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án C

Câu 36. $P = x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án A

Câu 37. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \le i \le 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot A_3\cdot\overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0,8\cdot 0,9\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,1\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,9\cdot 0,05\cdot 0,98 = 0,78008$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án D

Câu 39. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13;7)$.

Do phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{MM'}$

suy ra $\overrightarrow{v} = (13;7)$

Chọn đáp án B

Câu 40.

$y' = 3x^2 - 6x$.

$y'' = 6x - 6$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có tọa độ điểm uốn $(1;0)$, $y'(1) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm uốn của (C) là $y = -3x + 3$.

Chọn đáp án D

Câu 41. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow ab \le 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \ge 0, b \le 0$.

Khi đó $b(b-4) \geq 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\geq -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án B

Câu 42. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án A

Câu 43. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

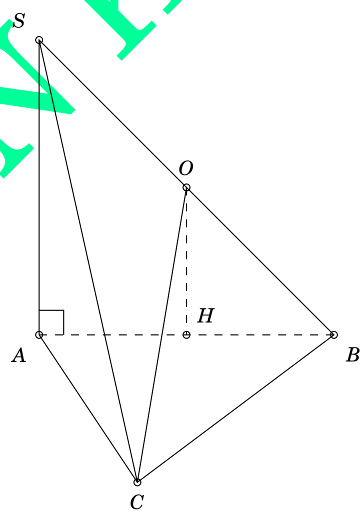
Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y = 0$

Chọn đáp án D

Câu 44. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án D

Câu 45.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)

$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$

Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.

Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.

Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.

Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).

Suy ra SA song song OH (3).

Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án A

Câu 46. Để hàm số có nghĩa thì $2018 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2018$. Vậy $\mathscr{D} = (-\infty; 2018)$.

Chọn đáp án D

Câu 47. Do $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

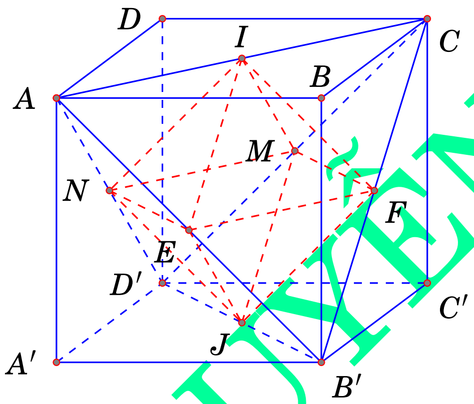
Chọn đáp án D

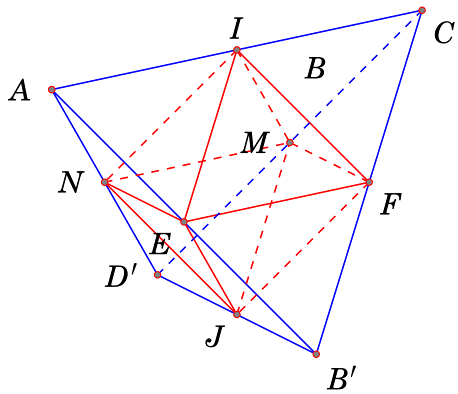
Câu 48. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).

Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

Chọn đáp án A

Câu 49.





Gọi E, F, I, J, M, N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E, F, I, J, M, N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E, F, I, J, M, N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\frac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 50. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án D

ĐÁP CHI TIẾT MÃ ĐỀ 308

Câu 1. $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án B

Câu 2. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0)\cup(0;2)\cup(2;+\infty)$.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$ nên $x = -1$là 1 điểm cực trị của hàm số $f(x)$

Chọn đáp án B

Câu 3. Ta có $\lim\limits_{x\to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án A

Câu 4.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$. Ta có $y' = 4x^3 + 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Hàm số $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \frac{4x+1}{x+2}$. Ta có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2$, suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty,-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 5.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó, hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

Câu 6. Điều kiện $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có

$$\sqrt{4-x^2}\cdot\cos 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{4-x^2}=0\\ \cos 3x = 0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ 3x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Với điều kiện $-2\leq x\leq 2$, ta có $-2\leq \dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\leq 2$ suy ra $k=-2,-1,0,1$.

Vậy có 6 nghiệm là $x=2, x=-2, x=\dfrac{\pi}{2}, x=\dfrac{\pi}{6}, x=-\dfrac{\pi}{2}, x=-\dfrac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 7. Ta có $P=\dfrac{\log_a \dfrac{b}{\sqrt{a}}}{\log_a \sqrt{ab}}=\dfrac{\log_a b-\log_a\sqrt{a}}{\log_a\sqrt{a}+\log_a\sqrt{b}}=\dfrac{\log_a b-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b}=\dfrac{11-3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 8. Ta nhận thấy, không phải tứ giác lồi nào cũng nội tiếp được một đường tròn.

Chọn đáp án (C)

Câu 9. Ta có các nhận xét sau về hàm mũ và logarit

1. Hàm mũ $y=a^x$ có đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox và là hàm đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

2. Hàm logarit $y=\log_a x$ có đồ thị luôn nằm bên phải trục Oy và là hàm đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho nằm về phía bên phải trục Oy và là hàm đồng biến do đó ta chọn đáp án D.

Chọn đáp án (B)

Câu 10. Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1		1		2		3		5		8
$f'(x)$		$-$			0			$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(m)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = f(m)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- Trường hợp $f(m) = f(-1) = f(5) = 4$, tức là $m = -1$ hoặc $m = 5$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $f(m) = f(1) = f(3) = f(8)$, tức là $m = 1$ hoặc $m = 3$ hoặc $m = 8$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $2 < f(m) < 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) < f(m) < f(-1) \\ f(3) < f(m) < f(5) \\ f(8) < f(m) < f(5) \end{array}\right.$ $(*)$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (thỏa yêu cầu bài toán).
  Vì trên các khoảng $(-1;1)$, $(5;8)$ hàm số $f(x)$ giảm và trên khoảng $(3;5)$ hàm số $f(x)$ tăng nên $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ 3 < m < 5 \\ 5 < m < 8. \end{array}\right.$
- Trường hợp $-3 < f(m) < 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) < f(m) < f(1) \\ f(2) < f(m) < f(3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < m < 2 \\ 2 < m < 3 \end{array}\right.$ (lí luận tương tự trường hợp bên trên) thì phương trình $f(x) = f(m)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).
- Trường hợp $f(m) = -3 \Leftrightarrow m = 2$ thì phương trình $f(x) = f(m)$ có một nghiệm thuộc đoạn $[-1;8]$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in (-1;8] \setminus (1;3)$ và $m \neq 5$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D

Câu 11. Phương trình đã cho tương đương với $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2}$.

Chọn đáp án D

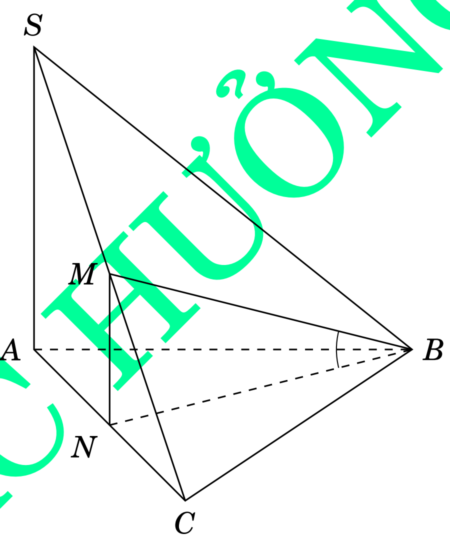
Câu 12. Gọi A_i là biến cố linh kiện thứ i bị hỏng, $1 \le i \le 4$. Ta cần tính xác suất của biến cố $A = \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}\cdot\overline{A_4} \cup \overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot A_3\cdot\overline{A_4}$. Ta có $\mathrm{P}(A) = 0,8\cdot 0,9\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,1\cdot 0,95\cdot 0,98 + 0,8\cdot 0,9\cdot 0,05\cdot 0,98 = 0,78008$.

Chọn đáp án C

Câu 13. $P = x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án D

Câu 14.



Gọi N là trung điểm của cạnh AC ta có $MN//SA$ (do MN là đường trung bình trong tam giác SAC).

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $MN \perp (ABC)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng BM và (ABC) là $\widehat{MBN}$.

Xét tam giác BMN vuông tại N, ta có:

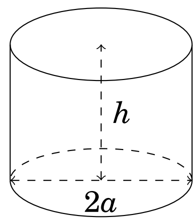
$MN = \dfrac{1}{2}SA = a$; $\qquad BN = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$;

$BM = \sqrt{MN^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

$\cos\alpha = \cos\widehat{MBN} = \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án A

Câu 15.



Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $r = a$.

Thể tích $V = h\cdot\pi r^2 = 2a\cdot\pi a^2 = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án B

Câu 16. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 \\ &= 3(x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2). \end{aligned}$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow ab \le 0$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a \ge 0, b \le 0$.

Khi đó $b(b-4) \ge 0$, nên

$$\begin{aligned} P &= (a-2)^2 + b(b-4) - 2 \\ &\ge -2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a=2 \\ b=0. \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2.

Chọn đáp án C

Câu 17. Điều kiện $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ x^2-mx-3m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ x^2-mx-3m>0 \end{cases}.$

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-mx-3m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-1<x_1<x_2$. Điều này xảy ra khi

$$\begin{cases} \Delta>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+12m>0 \\ (-3m)+m+1>0 \\ m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-12 \end{array}\right. \\ 1-2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{2} \quad (1)$$

TH: $x=-1\Rightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}$ xác định khi $m<\dfrac{1}{2}$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 18. Để hàm số có nghĩa thì $2018-x>0\Leftrightarrow x<2018$. Vậy $\mathscr{D}=(-\infty;2018)$.

Chọn đáp án C

Câu 19. Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên hàm số $y=f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án C

Câu 20. Do hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có $a=-1$ nên đồ thị sẽ có dạng chữ "N" ngược, vì vậy chỉ có thể là Hình 1 hoặc Hình 2.

Bên cạnh đó, hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ giao với trục Oy tại điểm $(0;-1)$. Vậy đáp án là Hình 1.

Chọn đáp án B

Câu 21. TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0, \forall x\in[-1;0] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y=0$

Chọn đáp án D

Câu 22. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị nhận $x=1$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án D

Câu 23. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có đúng hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án C

Câu 24. Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1-x}{x+2} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
Chọn đáp án D

Câu 25. Ta có $f(1) = \dfrac{1}{2}$.
$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{1}{2}$.
$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (ax+1) = a+1$.
Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $a + 1 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án C

Câu 26. Gọi cộng bội của cấp số nhân là q.
Vì a,b,c,d lập thành cấp số nhân nên ta có: $b = aq, c = aq^2, d = aq^3$ và theo tính chất của cấp số nhân thì $b^2 = ac, c^2 = bd$
$(a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2 - (a-d)^2 = b^2 - 2ac - c^2 + b^2 - 2bc + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 - a^2 + 2ad - d^2$
$= 2b^2 - 2ac - 2bd + 2c^2 + 2ad - 2bc = 2ad - 2bc = 2a^2q^3 - 2a^2q^3 = 0$
Chọn đáp án C

Câu 27. Ta có: $a^{8\log_{a^2} 7} = a^{4\log_a 7} = a^{\log_a 7^4} = 7^4$
Chọn đáp án A

Câu 28. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.
Ta có: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{3}$.
Suy ra phương trình tiếp tuyến là: $y = -\dfrac{4}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.
Chọn đáp án A

Câu 29. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt (có thể song song) và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) không hẳn song song với mặt phẳng (Q).
Phát biểu đúng: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng phân biệt cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)
Chọn đáp án A

Câu 30. Đặt $v_n = u_n + 5 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = (2u_n + 5) + 5 = 2(u_n + 5) = 2v_n \Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1 + 5 = 1 + 5 = 6$ và có công bội $q = 2$. $\Rightarrow v_n = v_1 q^{n-1} = 6 \times 2^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^{n-1} - 5 \Rightarrow u_{2018} = 6 \times 2^{2017} - 5$.
Chọn đáp án B

Câu 31. $|x|^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 1 = m\ (*)$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

$f' = 3x^2 - 6x$

$f' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$ qua trục tung. Do đó, $(*)$ có 4 nghiệm khi $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án D

Câu 32. Biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $m < \dfrac{4 \cdot 4^x}{2^x + 1}$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t > 0$, ta có

Đạo hàm: $f'(t) = 4 \cdot \dfrac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = -2$. Mặt khác, $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$. Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thu được $m \leq 0$.

Chọn đáp án C

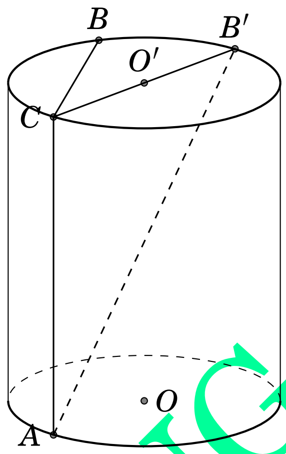
Câu 33.

Gọi C là điểm thuộc đường tròn (O') sao cho AC vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O').

Ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \leq h^2 + (2R)^2$

Hay $AB^2 \leq 4R^2 + 4R^2 \Leftrightarrow AB^2 \leq 8R^2 \Leftrightarrow AB \leq 2R\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi B đối xứng với C qua O' hay BC là đường kính của đường tròn (O').

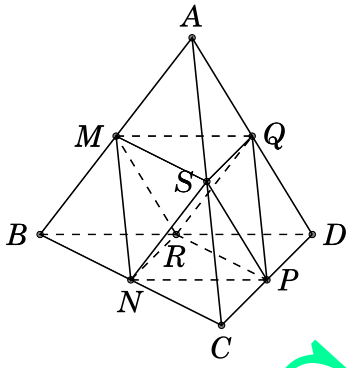
Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.



Chọn đáp án D

Câu 34.

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA,DB,AC.
Theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta suy ra
$MN = MS = MQ = MR = PN = PS = PQ = PR = \dfrac{a}{2}$.
Do đó khối đa diện $MNPQRS$ là khối bát diện đều cạnh $\dfrac{a}{2}$.



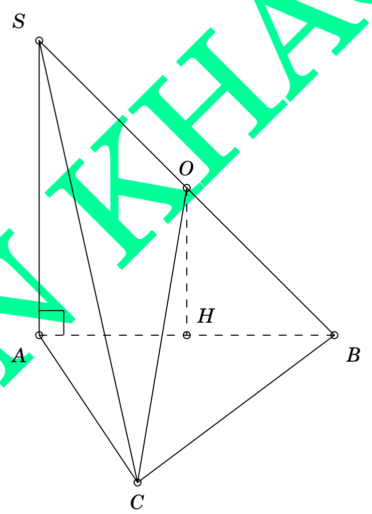
Chọn đáp án D

Câu 35. Vì -3 là số nguyên âm nên hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$
Chọn đáp án A

Câu 36.



Ta có $BC \perp AC$ (1) (vì $\triangle ABC$ vuông tại C)
$BC \perp SA$ (2) (vì $SA \perp (ABC)$)
Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$
Do đó $\triangle SBC$ vuông tại C.
Lại có O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$ nên O là trung điểm SB.
Trong $\triangle SAB$, kẻ $OH \perp AB$ tại H.
Mà $SA \perp AB$ tại A ($SA \perp (ABC)$).
Suy ra SA song song OH (3).
Lại có $SA \perp (ABC)$ (4).
Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

$\triangle SAB$ có SA song song OH, O là trung điểm SB nên H là trung điểm AB.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại C do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án C

Câu 37.

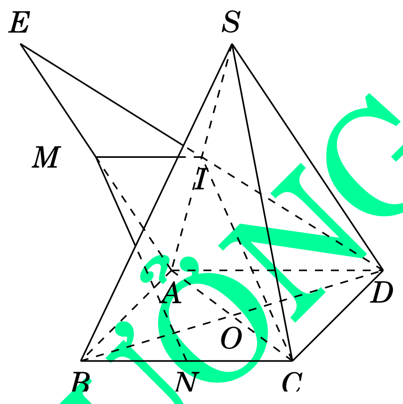
Gọi I là trung điểm của DE, khi đó $MI \parallel AD$ và $MI = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow$

$MI \parallel NC$ và $MI = NC$

$\Rightarrow$ tứ giác $NCIM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN \parallel CI \Rightarrow MN \parallel (SAC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(MN, AC) = \mathrm{d}(N, (SAC)) = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Chọn đáp án B

Câu 38. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \dfrac{1}{2}\sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{3} + x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án D

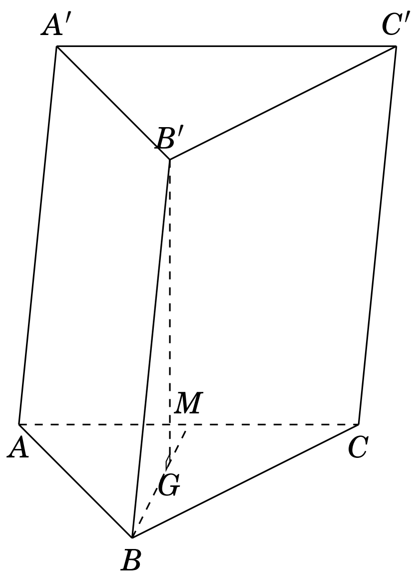
Câu 39.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có $\widehat{B'BM} = 60°$. Do đó $B'G = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó $BM = \dfrac{3}{4}a$. $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \sqrt{3}AC$. Mặt khác, trong tam giác BCM, theo Định lý Pitago ta có

$BC^2 + \dfrac{AC^2}{4} = BM^2 \Rightarrow AC = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \Rightarrow BC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{2\sqrt{13}}a \cdot \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}a = \dfrac{9a^3}{208}$.

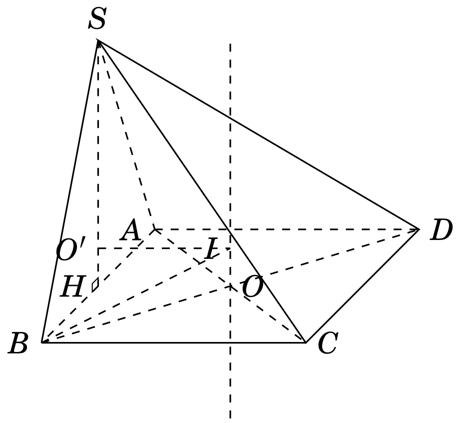


Chọn đáp án D

Câu 40. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án D

Câu 41.



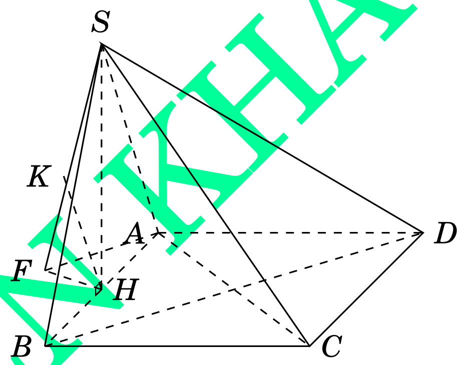
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB dựng đường thẳng d' qua O' và vuông góc (SAB) cắt d tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$

Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{OB^2 + OI^2} (*)$

Gọi độ dài $AB = x \Rightarrow OB = x\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vì tam giác SAB đều nên O' là trọng tâm của tam giác SAB nên: $OI = O'H = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$ theo giả thuyết diện tích mặt cầu bằng 84π nên $R = \sqrt{21} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng đường thẳng Ax song song BD. Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên Ax

$\Rightarrow BD \parallel AF \Rightarrow BD \parallel (SAF) \Rightarrow d(BD, SA) = d(BD, (SAF) = d(B, (SAF)) = 2d(H, (SAF))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SF nên $d(H, (SAF)) = HK$ Ta có $AH = \dfrac{1}{2}AB = 3$ Tam giác AHF vuông tại F và $\widehat{FAH} = \widehat{DBA} = 45°$(so le trong)$\Rightarrow HF = AH.\sin 45° = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK = \dfrac{SH.HF}{\sqrt{SH^2 + HF^2}} = \dfrac{3\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(BD, SA) = \dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án A

Câu 42. Theo định nghĩa khối đa diện thì mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án D

Câu 43. Đặt số hạt thóc ở các ô liên tiếp lần lượt là $u_1, u_2, \ldots, u_{64}$.

Nhận thấy số hạt thóc trên các ô lập nên một cấp số nhân với $u_1 = 1$ công bội $q = 2$, nên công

thức tổng quát tính tổng số hạt thóc ở ô thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.
Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n là

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = 2^n - 1$$

Tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô thứ n lớn hơn 20172018 nên

$$2^n - 1 > 20172018 \Leftrightarrow n \geq \log_2 20172019 \approx 24{,}26$$

Vậy phải tối thiểu từ ô thứ 25 để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.
Chọn đáp án B

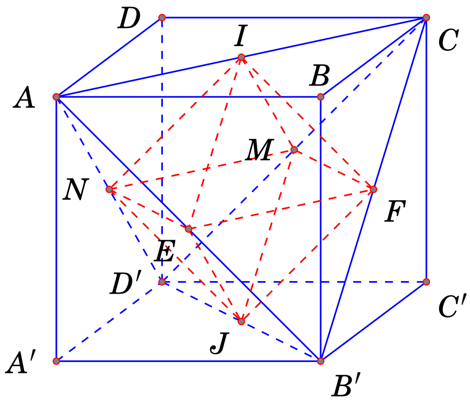
Câu 44. $y' = \dfrac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow$ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
Chọn đáp án A

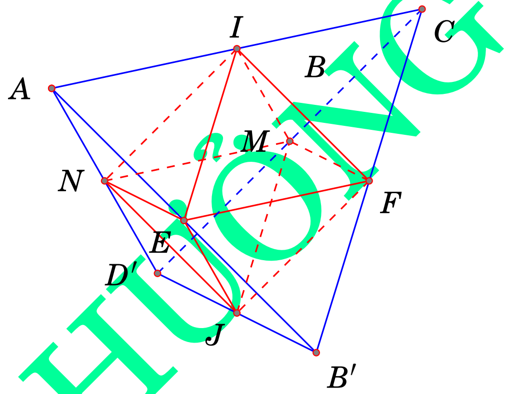
Câu 45. Xét hàm số $y = (2-x)(2+4^x) - 6$.
$y' = -(2+4^x) + (2-x) \cdot 4^x \ln 4$.
$y'' = -2\ln 4 \cdot 4^x + (2-x)\ln^2 4 \cdot 4^x$.
$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 + \dfrac{1}{\ln 2}$.
$y'' = 0$ có một nghiệm nên $y' = 0$ có không quá hai nghiệm, do đó $y = 0$ có không quá ba nghiệm.
Mặt khác $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$ là các nghiệm của phương trình đã cho.
Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0$, $x = 1$, $x = \dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án C

Câu 46. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (13; 7)$.
Do phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{v}$ biến điểm M thành điểm M' nên $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{MM'}$
suy ra $\overrightarrow{v} = (13; 7)$
Chọn đáp án C

Câu 47.
$y' = 3x^2 - 6x$.
$y'' = 6x - 6$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
Ta có tọa độ điểm uốn $(1; 0)$, $y'(1) = -3$.
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm uốn của (C) là $y = -3x + 3$.
Chọn đáp án A

Câu 48.





Gọi E,F,I,J,M,N lần lượt là tâm của sáu mặt của hình lập phương (như hình vẽ), khi đó E,F,I,J,M,N là các đỉnh của một bát diện đều.

Thật vậy, xét tứ diện đều $ACB'D'$ khi đó E,F,I,J,M,N là trung điểm của các cạnh của tứ diện nên mỗi mặt của bát diện là những tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng $\dfrac{AC}{2}$.

Mà AC là đường chéo hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{2}$ suy ra $AC = 4a$.

Suy ra diện tích một mặt $S_{\Delta IEF} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

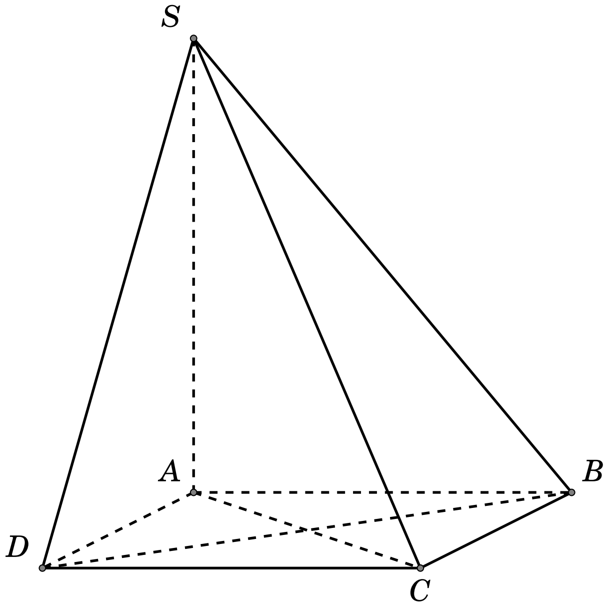
Vậy tổng $S = 8a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 49. Số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$ số.

Chọn đáp án B

Câu 50.



Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án A